Universidad Continental

Matemática I

Guía de Trabajo

Visión

Ser una de las 10 mejores universidades privadas del Perú al año 2020, reconocidos por nuestra excelencia académica y vocación de servicio, líderes en formación integral, con perspectiva global; promoviendo la competitividad del país.

MISIÓN

Somos una universidad privada, innovadora y comprometida con el desarrollo del Perú, que se dedica a formar personas competentes, íntegras y emprendedoras, con visión internacional; para que se conviertan en ciudadanos responsables e impulsen el desarrollo de sus comunidades, impartiendo experiencias de aprendizaje vivificantes e inspiradoras; y generando una alta valoración mutua entre todos los grupos de interés.

Universidad Continental
Material publicado con fines de estudio
Código: ASUC 00564

Presentación

La Asignatura de Matemática I está diseñada para desarrollar en el estudiante habilidades y competencias básicas que le permitan interpretar diversos tipos de información para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.

Los contenidos en el presente material de trabajo se dividen en 4 unidades didácticas:

- Ecuaciones e inecuaciones
- Funciones
- Rectas, parábolas y sistemas de ecuaciones
- Funciones exponencial y logarítmica

El éxito en el manejo de este material exige primero la comprensión plena de conceptos, definiciones y terminologías desarrolladas en las clases teóricas, en las cuales se podrán utilizar estas prácticas para reforzar el trabajo cooperativo y la formación de círculos de estudio.

Se recomienda resolver la totalidad de ejercicios y problemas ya que éstos son tomados como modelo para la elaboración de prácticas calificadas y pruebas de desarrollo.

Finalmente, agradecemos a los docentes de Matemática I, quienes trabajaron en la elaboración del presente material a través de sus aportes y sugerencias.

Los autores

ÍNDICE

PRIMERA UNIDAD

ECUACIONES E INECUACIONES

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad el estudiante será capaz de aplicar propiedades y definiciones en el proceso de resolución de problemas de ecuaciones e inecuaciones, interpretando los resultados obtenidos dentro de un contexto cotideano.

Semana N° 01: Ecuaciones lineales

Semana N° 02: Aplicaciones de las ecuaciones lineales. Ecuaciones cuadráticas

Semana N° 03: Aplicaciones de las ecuaciones cuadráticas

Semana N° 04: Inecuaciones lineales y sus aplicaciones

SEMANA N° 01
ECUACIONES LINEALES

SESIÓN N° 01
TEMA: Presentación de la asignatura

SESIÓN N° 02
TEMA: Ecuaciones lineales

En los ejercicios del 1 al 14 resuelva las ecuaciones despejando la variable por transposición de términos o mediante reglas de monotonía:

1. $7x-8=9x-6$
2. $x-3(2-x)=-(x-1)-x$
3. $\frac{8}{7}(7x-1)=1$
4. $\frac{x}{3}+\frac{x-1}{2}=1$
5. $(x-2)^2=x(x-4)+1$
6. $\frac{x}{8}-(x-1)=-\frac{1}{4}\left(4x-\frac{x}{2}\right)+1$
7. $(x-3)^2-(x+2)(x-2)=(x+3)^2-x(x-8)$
8. $\frac{x}{7}-\frac{x-3}{3}+\frac{x-1}{2}=\frac{x}{21}-1$
9. $\frac{8}{x}-\frac{9}{x+2}=\frac{x+1}{x^2+2x}$
10. $\frac{3x}{x-5}-\frac{2x}{x+4}=\frac{x^2+1}{x^2-x-20}$
11. $\sqrt{x^2-1}=x+2$
12. $\sqrt{x(9x-7)}-3x=2$
13. $\sqrt{x-7}+\sqrt{x}=1$
14. $\sqrt{x+8}+\sqrt{x}+3=0$

SESIÓN N° 03
Clase práctica de ecuaciones lineales

En los ejercicios del 1 al 14 resuelva las ecuaciones despejando la variable por transposición de términos o mediante reglas de monotonía

1. $\frac{7}{9}\left(9x-\frac{9}{7}\right)-(9-x)=7\left(x+\frac{2}{7}\right)$
2. $(x-5)^2+(x+3)(x-4)=x(5+2x)-\frac{1}{3}$
3. $-(x-5)^2+2(x+4)(x-4)=(x+5)^2-7x-8$
4. $\frac{x-2}{3}-\frac{x-2}{2}=\frac{1}{3}-\frac{x}{6}$

11. $\frac{3x-1}{x^2+7x+12}=\frac{1}{2x+6}+\frac{7}{6x+24}$
12. $\frac{5-2x}{2x-7}-\frac{4x^2-1}{16x-7-4x^2}=\frac{x-\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}-x}+1$
13. $\frac{88}{x+3}-4x=\frac{88}{x+3}+12$
14. $\sqrt{x(x-2)-1}=x-1$

5. $\frac{1}{3}-\frac{2x-1}{3}=-\frac{1}{3}x-\frac{2x-1}{6}$

6. $\left(\frac{3}{2}+x\right)\left(\frac{5}{2}-x\right)-(5-x)(x+3)-9\frac{3}{4}=0$

7. $1+\frac{5-x}{2}+3(1-x)+\frac{7}{6}x=\frac{7}{3}(3-x)$

8. $-1+\frac{(1-3x)^2}{4}=\frac{3(5-x)^2-x^2}{8}+\frac{1}{2}(2x-1)^2$

9. $\frac{3}{2-x}-\frac{5}{1-x}=\frac{x-1}{2-3x+x^2}$

10. $\frac{2-x}{x}+\frac{x}{x+1}=\frac{2-x}{x+x^2}$

15. $\sqrt{4x\left(x-\frac{3}{2}\right)-1}=2x-3$

16. $\sqrt{9x\left(x-\frac{5}{3}\right)-1}-3x=-2$

17. $\sqrt{x+3}+\sqrt{x}=3$

18. $\sqrt{x-\frac{1}{2}}+\sqrt{x+\frac{1}{2}}=\sqrt{2x-3}$

19. $\sqrt{x+5}+\sqrt{x+2}=6$

20. $\sqrt{x-7}+\sqrt{x-6}+\sqrt{x-3}+1=0$

SEMANA N° 02
APLICACIONES DE LAS ECUACIONES LINEALES Y ECUACIONES CUADRÁTICAS

SESIÓN N° 01
TEMA: Aplicaciones de las ecuaciones lineales

Resolver los siguientes problemas

1. **Inversiones** Un colegio destina S/. 60 000 a un fondo a fin de obtener ingresos anuales de S/. 5 000 para becas. Parte de esto se destinará a inversiones en fondos del gobierno a un 8% y el resto a depósitos a largo plazo a un 10,5%. ¿Cuánto deberán invertir en cada opción con objeto de obtener el ingreso requerido?

2. **Inversiones** Los miembros de una fundación desean invertir S/. 18 000 en dos tipos de seguros que pagan dividendos anuales del 9% y 6%. respectivamente. ¿Cuánto deberán invertir a cada tasa si el ingreso debe ser equivalente al que produciría al 8% la inversión total?

3. **Precio de venta** Durante una venta de liquidación un artículo tiene marcada una rebaja de 20%. Si su precio de liquidación es S/. 2, ¿cuál era su precio original?

4. **Porcentaje de descuento** Un comerciante ofrece 30% de descuento sobre el precio de etiqueta de un artículo, y aun así obtiene una ganancia del 10%. Si al comerciante le cuesta S/. 35 el artículo, ¿cuál debe ser el precio de etiqueta?

5. **Utilidades** La compañía A&S fabrica artículos de limpieza con un costo variable por unidad de S/. 10, además tiene costos fijos de S/. 120 000 mensuales. Cada unidad tiene un precio de venta al público de S/. 15. Determine el número de unidades que deben venderse mensualmente para obtener una utilidad de S/. 45 000.

6. **Ventas** La gerente de ventas de la tienda de ropa "Viste Bonito", quiere saber cuántas unidades de su nueva línea de pantalones necesita vender al mes para obtener una utilidad de 260 mil soles. Para este caso se cuenta con la siguiente información:

   Precio de venta por unidad: 75 soles
   Costo de materiales por unidad: 25 soles
   Planillas mensuales del personal: 25 mil soles
   Alquiler mensual de la tienda 15 mil soles

   A partir de esta información determine el número de pantalones que deben venderse.

7. **Mezclas** Una muestra de agua de mar tiene un contenido de 20% de sal. Se agrega agua pura para obtener 75 onzas de una solución salina al 8%. ¿Cuánta agua de mar estaba en la muestra?

8. **Mezclas** Una compañía vitivinícola requiere producir 10 000 litros de jerez encabezando vino blanco, que tiene un contenido de alcohol del 10%, con brandy, el cual tiene un contenido de alcohol de 35% por volumen. El jerez debe tener un contenido de alcohol del 15%. Determine las cantidades de vino blanco y de brandy que deben mezclarse para obtener el resultado deseado.

9. **Punto de equilibrio** Un fabricante de billeteras de cuero vende al público su producto a 60 soles en un centro comercial que le cobra un alquiler mensual de S/. 4 500. Si el costo de producción de cada billetera es 15 soles, ¿cuántas billeteras al mes debe vender el fabricante para llegar al punto de equilibrio (esto es, para que el ingreso total sea igual al costo total)?

10. **Plan de incentivos.** Un empleado de una tienda de computadoras recibe un salario de 850 soles mensuales más una comisión del 8% sobre todas las ventas superiores a 5 mil soles durante el mes. ¿Cuánto debe vender el empleado en un mes para ganar un total de 1 690 soles?

SESIÓN N° 02
Clase práctica de aplicaciones de las ecuaciones lineales

1. **Inversiones** Un inversionista tiene S/. 80 000 en inversiones al 10% y 12%. ¿cuánto invierte en cada una si obtiene ingresos anuales de S/. 9 000 ¿

2. **Inversiones** Un colegio destina S/. 90 000 a un fondo a fin de obtener ingresos anuales de S/. 7 400 para becas. Parte de esto se destinará a inversiones en fondos del gobierno a un 7% y el resto a depósitos a largo plazo a un 9%. ¿Cuánto deberán invertir en cada opción con objeto de obtener el ingreso requerido?

3. **Precio de venta** Durante una venta de liquidación un artículo tiene marcada una rebaja de 25%. Si su precio de liquidación es S/. 3, ¿cuál era su precio original?

4. **Utilidades** La compañía A&S fabrica artículos de limpieza con un costo variable por unidad de S/. 14, además tiene costos fijos de S/. 110 000 mensuales. Cada unidad tiene un precio de venta al público de S/. 18. Determine el número de unidades que deben venderse mensualmente para obtener una utilidad de S/. 38 000.

5. **Problema de mezclas** Un centro de salud aplica una solución de blanqueador para esterilizar las cajas de Petri en las que crecieron cultivos. El recipiente de esterilización contiene 100 galones de una solución de blanqueador común para uso doméstico al 2% mezclado con agua pura destilada. Las nuevas investigaciones señalan que la concentración del blanqueador debe ser de 5% para conseguir una esterilización completa. ¿Cuánta solución se debe extraer y reemplazar con blanqueador para incrementar el contenido de éste y tener el nivel recomendado?

6. **Problema de mezclas** Un comerciante mezcla azúcar que vende a S/.3 un kilogramo con azúcar a S/. 2,75 el kilogramo para producir 80 kilogramos de una mezcla que vende a S/. 2,90el kilogramo. ¿Cuántos kilogramos de cada tipo de azúcar debe usar el comerciante en su mezcla?

7. **Mezclas** Ali, un farmacéutico, tiene soluciones de fenobarbital al 6% y al 15%. Él recibió una prescripción para 0,5 litros de una solución de fenobarbital al 8%. ¿Cuánto de cada solución debe mezclar para llenar la prescripción?

8. **Plan de incentivos.** Un empleado de una tienda de computadoras recibe un salario de 850 soles mensuales más una comisión del 9,5% sobre todas las ventas superiores a 3 mil soles durante el mes. ¿Cuánto debe vender el empleado en un mes para ganar un total de 1 420 soles?

SESIÓN N° 03
TEMA: Ecuaciones cuadráticas

Resolver las siguientes ecuaciones cuadráticas

1. $(x-3)^2 + \frac{1}{2}(x-5)(x+2) = 25$

2. $(x-1)^2 + 2(x-5)(x-2) = x^2 - 3$

3. $\frac{3}{2}(x+5)^2 - \frac{2}{5}(2x-1)(3x+2) = 5{,}5$

4. $\frac{x-2}{3} - \frac{3}{x-2} = \frac{8}{3}$

5. $\frac{2x-1}{3x+1} + \frac{2x}{3x-1} = \frac{5x+5}{9x^2-1}$

6. $\frac{x-3}{x+3} + \frac{2x-3}{x+2} = -7$

7. $\frac{2x+3}{x-4} - \frac{x+1}{x-5} = \frac{11}{9x-20-x^2}$

8. $2\sqrt{x^2+x+2} - 3 = x$

9. $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-6} = 3$

10. $3\sqrt{x+7} + \sqrt{2x+5} = 12$

11. $\sqrt{2x+10} - \sqrt{x + \frac{11}{4}} = \frac{3}{2}$

12. $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-3} = 2$

SEMANA N° 03
APLICACIONES DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS

SESIÓN N° 01
TEMA: Aplicaciones de las ecuaciones cuadráticas

Resolver los siguientes problemas:

1. **Ancho de una vereda** Un terreno rectangular de 5x12 metros se usa como jardín. Se decide poner una vereda en toda la orilla interior de modo que 18m^2 del terreno se dejen para las flores. ¿Cuál debe ser el ancho de la vereda?

2. **Ancho de una vereda** Se construye una piscina de 4x9 metros y se planea rodearla con una vereda de ancho uniforme de tal forma que el área total ocupada (piscina más vereda) sea de 100 m2. Calcule el ancho de la vereda.

3. **Plan de incentivos.** Una compañía de venta de autos nuevos tiene un plan de incentivos para sus agentes de ventas. Por cada auto que un agente venda la comisión es de $90. La comisión por cada auto vendido se incrementa en $0,02, siempre que se vendan más de 180 unidades. Por ejemplo, la comisión sobre cada uno de 182 autos será de $90,04. ¿Cuántos autos debe vender un agente para obtener ingresos por $20 930?

4. **Rentas** Usted es el asesor financiero de una compañía que posee un edificio con 60 oficinas. Cada una puede alquilarse en 800 soles mensuales. Sin embargo, por cada incremento de 40 soles mensuales se quedarán 2 vacantes sin posibilidad de que sean ocupadas. La compañía quiere obtener un total de 49 920 soles mensuales de renta por las oficinas. Se pide determinar la renta que se debe cobrar por cada oficina.

5. **Cuota** Un grupo de amigos organiza un paseo cuya movilidad cuesta S/. 360. A último momento se anotan 5 amigos más, por lo que cada uno paga S/.12 menos. ¿Cuántos amigos iban de paseo inicialmente?

SESIÓN N° 02
CLASE PRÁCTICA DE ECUACIONES CUADRÁTICAS

I. Resolver las siguientes ecuaciones cuadráticas:

1. $(x-2)^2+3(x-6)(x-4)=x^2+36$

2. $\frac{7}{6}(x+6)^2-\frac{5}{3}(3x-1)(4x+3)=x\left(\frac{7}{6}x-\frac{25}{3}\right)+49$

3. $\frac{x-4}{3}-\frac{3}{x-4}=\frac{8}{3}$

4. $\frac{2x+1}{x-5}-\frac{x+1}{x-3}=\frac{3x-37}{8x-15-x^2}$

5. $\sqrt{x(7x-5)+13}-2x=-3$

6. $\sqrt{2x+10}-\frac{3}{2}=\sqrt{x+\frac{11}{4}}$

II. Resolver los siguientes problemas

1. **Ancho de una vereda** una piscina rectangular de 20 pies por 55 pies está rodeada por un camino de concreto de ancho uniforme. Si el área del camino de concreto es de 400 pies cuadrados, encuentre su ancho.

2. El gerente de producción de una fábrica de radios portátiles estima que el costo total de producir X radios al mes está dado por la expresión

$$C(x)=x^2+200x+400$$

Si la fábrica vende todo los radios que produce mensualmente a S/. 402 cada uno, determine:

a) ¿Cuántos radios portátiles se deben producir y vender mensualmente para que la fábrica no gane ni pierda (punto de equilibrio)?
b) ¿Cuántos radios portátiles se deben producir y vender mensualmente para que la fábrica gane S/. 9440?

3. **Ingreso de un estadio** Un equipo de fútbol juega con un estadio que aloja 50 000 espectadores. Con el precio del boleto a S/. 20, la asistencia promedio en juegos recientes ha sido 23 000. Un estudio de mercado indica que por cada sol que se reduce al precio del boleto, la asistencia se incrementa en 2 000 asistentes. ¿Cuánto debe ser el precio del boleto para que los ingresos sean de 490 000 soles?

SESIÓN N° 03
Prueba de desarrollo n° 01

SEMANA N° 04
INECUACIONES LINEALES Y SUS APLICACIONES

SESIÓN N° 01
TEMA: Inecuaciones lineales, ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto

I. Resuelva las siguientes desigualdades, exprese su respuesta en notación de intervalos y represéntela en forma geométrica sobre la recta de los números reales.

1. $3x-5>7x+12$
2. $\frac{5}{2}(x-3)+1>-2(x-1)$
3. $\frac{3x+1}{7}-\frac{2-4x}{3}\geq\frac{-5x-4}{14}+\frac{7x}{6}$
4. $(x+2)(x-1)+26<(x+4)(x+5)$
5. $6(x^2+1)-(2x-4)(3x+2)<3(5x+21)$
6. $(x-2)^2+(x-3)^2\leq 2(x-1)^2$
7. $-8\leq -1+3x\leq 11$
8. $-6<\frac{3-2x}{2}<1$

II. En los ejercicios resuelva la ecuación o desigualdad dada. Exprese la solución en forma gráfica y simbólica

1. $|4x-3|=2x$
2. $|9x+8|=4x$
3. $|2x-1|=x-1$
4. $|5-2x|\leq 9$
5. $\left|\frac{5-3x}{2}\right|<5$
6. $\left|\frac{3x+7}{4}\right|>2$
7. $\left|\frac{7x+9}{3}\right|\geq 4$

SESIÓN N° 02
TEMA: Aplicaciones de las inecuaciones

Resuelva los siguientes problemas

1. **Inversión** Una compañía invierte $ 80 000 de sus fondos excedentes a dos tasas de interés anual: 7% y 9,25%. Desea un rendimiento anual que no sea menor al 8,75%. ¿Cuál es la cantidad mínima que debe invertir a la tasa de 9,25%?

2. **Utilidades** La compañía Warren fabrica un producto que tiene un precio unitario de venta de $35 y un costo unitario de $ 20. Si los costos fijos son de $ 900 000, determine el número mínimo de unidades que deben venderse para que la compañía tenga utilidades.

3. **Utilidades** Para una compañía que fabrica calentadores para acuarios, el costo combinado de mano de obra y material es de \$21 por calentador. Los costos fijos (costos en que se incurre en un periodo dado, sin importar la producción) son \$70 000. Si el precio de venta de un calentador es \$35, ¿cuántos debe vender para que la compañía genere utilidades?

4. **Inversión** Una compañía invierte S/. 24 000 de sus fondos excedentes a dos tasas de interés anual: 4,25% y 5,75%. Desea un rendimiento anual que no sea menor al 5%. ¿Cuál es la cantidad mínima que debe invertir a la tasa de 5,75%

5. **Costos de manejo de un automóvil** Se estima que el costo anual de manejar cierto modelo de automóvil nuevo se obtiene mediante la fórmula

   C = 0,70K + 950

   Donde K representa la cantidad de kilómetros recorridos al año y C es el costo en dólares. María compró uno de esos vehículos y decide apartar para el año próximo entre 1500 y 3500 soles para los costos de manejo. ¿Cuál es el intervalo correspondiente de kilómetros que puede recorrer con su nuevo automóvil?

6. **Costos de manejo de un automóvil** Se estima que el costo anual de manejar cierto modelo de automóvil nuevo se obtiene mediante la fórmula

   $$C = 0{,}60K + 830$$

   Donde K representa la cantidad de kilómetros recorridos al año y C es el costo en dólares. Damaris compró uno de esos vehículos y decide apartar para el año próximo entre 1400 y 3 200 soles para los costos de manejo. ¿Cuál es el intervalo correspondiente de kilómetros que puede recorrer con su nuevo automóvil?

7. **Utilidades** Para producir una unidad de un producto nuevo, una compañía determina que el costo del material es de S/. 2,50 y el de mano de obra de S/. 4. El gasto general, sin importar el volumen de ventas es de S/. 5000. Si el precio para un mayorista es de S/. 7,40 por unidad, determine el número mínimo de unidades que debe venderse para que la compañía obtenga utilidades.

8. Una clínica dental cobra por mano de obra de una prótesis de 400 soles y en gastos de materiales 250 soles. El gasto sin considerar el volumen de venta es de 18 000 soles. ¿Cuántas unidades cómo mínimo debe producirse para tener una utilidad mayor a 6 000 soles?

9. **Costo de llamadas de larga distancia** Una compañía telefónica ofrece dos planes para llamadas de larga distancia.

   Plan A: 60 soles por mes y 5 céntimos por minuto
   Plan B: 15 soles por mes y 15 céntimos por minuto

   ¿Para cuántos minutos de llamadas de larga distancia el plan B sería más ventajoso desde el punto de vista financiero?

10. **Entradas** Un parque de diversiones tiene dos planes para boletos.

    Plan A: Cuota de \$10 la entrada y \$0.25 cada juego mecánico
    Plan B: Cuota de \$8 la entrada y \$0.50 cada juego mecánico

    ¿Cuántos juegos mecánicos tendría que tomar para que el Plan A sea menos costoso que el Plan B?

SESIÓN N° 03
Clase práctica de inecuaciones lineales

Resuelva los siguientes problemas

1. **Utilidades** Para producir una unidad de un producto nuevo, una compañía determina que el costo del material es de $ 3,00 y el de mano de obra de $ 5,50. El gasto general, sin importar el volumen de ventas, es de $ 7 500. Si el precio para un mayorista es de $ 12,00 por unidad, determine el número mínimo de unidades que debe venderse para que la compañía obtenga utilidades.

2. **Arrendamiento con opción a compra** Un hombre de empresa quiere determinar la diferencia entre el costo de poseer un automóvil y el de arrendarlo con opción a compra. Él puede arrendar un automóvil por $ 500 al mes (con una base anual). Bajo este plan, el costo por milla (gasolina y aceite) es de $ 0,075. Si él compra el automóvil, el gasto fijo anual sería de $ 5 300, y otros costos ascenderían a $ 0,095 por milla. ¿Cuántas millas por lo menos tendría que conducir él por año para que el arrendamiento no fuese más caro que la compra?

3. **Fabricación de camisetas** Una fábrica de camisetas produce P camisetas con un costo de mano de obra total (en soles) de 23,5P y un costo total por material de 7,5P. Los gastos generales para la planta son de S/. 7 500. Si cada camiseta se vende en S/. 40, ¿cuántas camisetas deben venderse para que la compañía obtenga utilidades?

4. **Publicidad** El costo unitario de publicación de una revista es de $ 0,80. Cada una se vende al distribuidor en $ 0,70, y la cantidad que se recibe por publicidad es el 15% de la cantidad recibida por todas las revistas vendidas arriba de las 15 000. Encuentre el menor número de revistas que pueden publicarse sin pérdida, esto es, que utilidad ≥ 0. (suponga que toda la emisión se venderá)

5. **Inversión** Una compañía invierte $ 65 000 de sus fondos excedentes a dos tasas de interés anual: 6% y 8%. Desea un rendimiento anual que no sea menor al 7,50%. ¿Cuál es la cantidad mínima que debe invertir a la tasa de 8%?

6. **Asignación de ventas** Actualmente, un fabricante tiene 4 500 unidades de un producto en inventario. Hoy el precio unitario del producto es de S/.5 por unidad. El próximo mes el precio por unidad se incrementará en S/. 0,70. El fabricante quiere que el ingreso total recibido por la venta de las 4 500 unidades no sea menor que S/.23 900. ¿Cuál es el número de unidades que pueden venderse este mes?

7. **Sueldo por hora** A los pintores con frecuencia se les paga por hora o por obra terminada. El salario que reciben puede afectar su velocidad de trabajo. Por ejemplo, suponga que unos pintores pueden trabajar por S/.14,5 la hora, o por S/. 400 más S/.5,5 por hora. Suponga que el trabajo les toma t horas. ¿Para qué valores de t la segunda forma de pago es mejor?

8. **Compensación** Suponga que una compañía le ofrece un puesto en ventas y que usted elige entre dos métodos para determinar su salario. Un método paga S/. 15 200 más un bono del 2,5% sobre sus ventas anuales. El otro método paga una comisión directa del 7% sobre sus ventas. ¿Para qué nivel de ventas anuales es mejor seleccionar el primer método?

9. **La razón de prueba de ácido** La razón de prueba de ácido (o razón rápida) de un negocio es la razón de la liquidez de sus activos – efectivo y valores más cuentas por cobrar – a sus obligaciones actuales. La mínima razón para que una compañía tenga unas finanzas sólidas es alrededor de 1,0 pero por lo común, esto varía un poco de industria a industria. Si una compañía tiene S/.400 000 en efectivo y valores, y tiene S/. 350 000 en obligaciones actuales, ¿cuánto necesita tener en cuentas por cobrar para mantener la razón en o por arriba de 1,2?

10. **Costo de la renta de un automóvil** Una compañía que renta vehículos ofrece dos planes para rentar un automóvil.

    Plan A: 30 soles por día y 20 céntimos por kilómetro recorrido
    Plan B: 70 soles por día y gratis kilómetros recorridos de forma ilimitada.

    ¿Para qué valor de millas el plan B le hará ahorrar dinero?

SEGUNDA UNIDAD

FUNCIONES

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de utilizar las funciones, su regla de correspondencia y representación gráfica para resolver problemas matemáticos es de su entorno cotidiano.

Semana N° 05: Funciones
Semana N° 06: Gráfica de funciones
Semana N° 07: Gráfica de funciones definida por partes
Semana N° 08: Traslaciones y reflexiones

SEMANA N° 05
FUNCIONES

SESIÓN N° 01
TEMA: Funciones

I. Determina el dominio de las siguientes funciones

1. $f(x)=\sqrt{5-2(x+1)}-4x$

2. $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2+2x-15}$

3. $f(x)=\sqrt{8-2(3-x)}$

4. $f(x)=\dfrac{x-45}{25x^2-5x-6}-2x$

5. $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-x-6}$

6. $f(x)=\sqrt{\dfrac{7-2x}{4}}$

7. $h(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x-4}}$

II. Determina los valores funcionales para cada función.

1. $g(x)=|x-5|$

   $g(4)$; $g(8)$; $g(-2)$

2. $f(x)=3x^2+x-5$

   $f(-2)$; $f(0)$; $f(4)$; $f(\frac{1}{2})$

3. $f(x)=\begin{cases} -x^2; & x<0 \\ x-1; & x\geq 0 \end{cases}$

   $f(-3)$; $f(0)$; $f(2)$; $f(3)$; $f(-5)$

4. $f(x)=\begin{cases} 3x; & x<0 \\ x+1; & 0\leq x\leq 2 \\ (x-2)^2; & x>2 \end{cases}$

   $f(-5)$; $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$; $f(5)$

5. **Si**, $f(x)=3x-1$, determine:

   a) $f(x+h)$ b) $\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$

SESIÓN N° 02
TEMA: Problemas contextualizados sobre funciones

Resuelva los siguientes problemas

1. **Cuota por servicio.** Por sus servicios, un investigador privado requiere una cuota de retención de S/. 500 más S/. 60 por hora. Sea "x" el número de horas que un investigador pasa trabajando en un caso.

   a) Halle la función f que modela la cuota del investigador como una función de x.
   b) Encuentre f(12), ¿qué representa su respuesta?
   c) Calcule el número de horas trabajadas por el investigador si la cuota por sus servicios es de S/. 4 820.

2. **Servicio de mudanza** Una empresa de mudanza cobra S/.50 como cantidad fija por el servicio, más S/. 4,5 por cada kilómetro recorrido. Determine:

   a) La función f que modela el pago de servicio de mudanza para "x" kilómetros recorridos.
   b) Encuentre f(15), ¿qué representa su respuesta?
   c) Calcule el número de kilómetros recorridos si el pago por el servicio de mudanza fue S/. 329.

3. **Costo de una pizza** Antonella's Pizza fijó como precio base de la pizza grande S/.25 más S/. 1,5 por cada ingrediente. Por tanto, si usted ordena una pizza grande con "x" ingredientes, determine:

   a) La función f que modela el precio final de la pizza con "x" ingredientes.
   b) Encuentre f(6), ¿qué representa su respuesta?
   c) Calcule el número de ingredientes extra si el precio final de la pizza fue S/. 40

4. **Función de costo.** En la fabricación de un componente para una máquina, el costo inicial es de S/. 550, y todos los costos adicionales con de S/. 7,5 por unidad producidas.

   a) Exprese el costo total C (en soles) como una función del número **q** de unidades producidas.
   b) Calcule el costo total si se fabrican 815 unidades.
   c) Calcule el número de unidades si el costo total es de S/. 1 060.

5. **Cuota por servicio.** Por sus servicios, un investigador privado requiere una cuota de retención de S/. 450 más S/. 75 por hora. Sea "x" el número de horas que un investigador pasa trabajando en un caso.

   Halle la función f que modela la cuota del investigador como una función de x.
   d) Encuentre f(9), ¿qué representa su respuesta?

6. **Función de costo.** En la fabricación de un componente para una máquina, el costo inicial es de S/. 850, y todos los costos adicionales con de S/. 4,5 por unidad producidas.

   a) Exprese el costo total C (en soles) como una función del número **q** de unidades producidas.
   b) Calcule el costo total si se fabrican 600 unidades.
   c) Calcule el número de unidades si el costo total es de S/. 2 137.

7. **Costo de un servicio** Un técnico de reparaciones de electrodomésticos cobra S/.45 por la visita más S/. 17 por cada hora de trabajo. Sea "x" el número de horas que el técnico pasa trabando.
   a) Determine la función f que modela el pago del técnico como una función de "x".
   b) Encuentre $f(5)$, ¿qué representa su respuesta?

c) Calcule el número de horas trabajadas por el técnico, si el pago por sus servicios es S/.182

8. Las ganancias de cierto casino con respecto al gasto en sueldos e impuestos, está representada por la siguiente ecuación $y = 3x + 700$, donde:
x representa el gasto en sueldos e impuestos en miles de dólares
y la ganancia del casino en miles de dólares.

a) Represente la ganancia, si el gasto este mes fue de 35 000 dólares.
b) Si el mes próximo la ganancia es de 42 700 dólares, cuánto fue el gasto.

9. Compramos un automóvil por 18 000 dólares. Sabiendo que se deprecia un 15% cada año, determinar:
a) La expresión de su valor al cabo de "x" años.
b) El valor del coche cuando hayan transcurrido 10 años.
c) Los años necesarios para que el coche pierda el 80% de su valor.

10. Tenemos en un banco un capital de 120 000 soles por el que nos dan un interés del 3% anual.
a) Escribe la función que exprese el capital acumulado en función del tiempo que permanezca el dinero en el banco.
b) ¿Cuánto dinero tendremos al cabo de 3 años?
c) ¿Cuánto tardará el dinero en duplicarse?

SESIÓN N° 03
Clase práctica de funciones y sus aplicaciones

I. Determina el dominio de las siguientes funciones reales

1. $f(x) = \dfrac{2}{x^2 - 9}$

2. $g(x) = (x+1)(x-6)$

3. $h(x) = 7 - \dfrac{5}{\sqrt{x+4}}$

4. $i(x) = \dfrac{9}{x+3}$

5. $m(x) = \sqrt{x^2 + 7x + 10}$

6. $n(x) = \dfrac{1}{\sqrt{6 - x - x^2}} + 3x$

II. **Dados** $f(x) = -x^2 - 2x + 2$ y $g(x) = |2x+3| - 1$, calcula:

1. $f(0) + g(0)$

2. $f(-2) \cdot g(-3)$

3. $2f(-1) - 3g(-2)$

4. $f[g(-5)]$

5. $g[f(1)]$

III. **Dado:**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1; si : x \le -3 \\ 2x + 3; si : -3 \le x < 2 \\ 2 - |x-3|; si : x \ge 2 \end{cases}$$

Evalúa: f(4) ; f(2); f(-4); f(1); f(5); f(f(7))

IV. Resolver los siguientes problemas

1. Un fabricante invirtió S/. 1 800 en unas matrices para moldear suelas de zapatillas. Producir cada par de suelas le cuesta S/. 3,50 más. Determine la función de costo total C(x) de producir "x" pares de zapatillas.

2. Un automóvil comprado hoy en $ 8 700 disminuye su valor linealmente a lo largo del tiempo transcurrido a partir de su compra. Si al cabo de 3 años de uso su precio será de $6 200, halla la función que exprese el precio (p) en función del tiempo (t). ¿A cuánto podrá venderse luego de 7 años de uso?

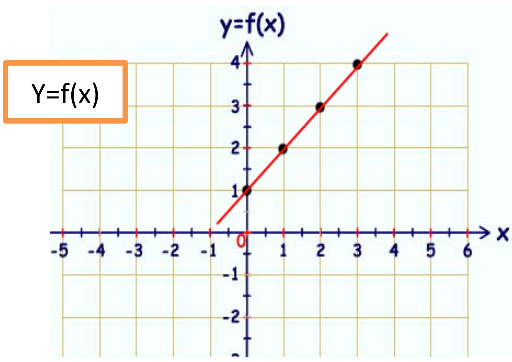
SEMANA N° 06
GRÁFICA DE FUNCIONES

SESIÓN N° 01
TEMA: Gráfica de la función lineal, constante y valor absoluto

I. Observe cada gráfica y responda

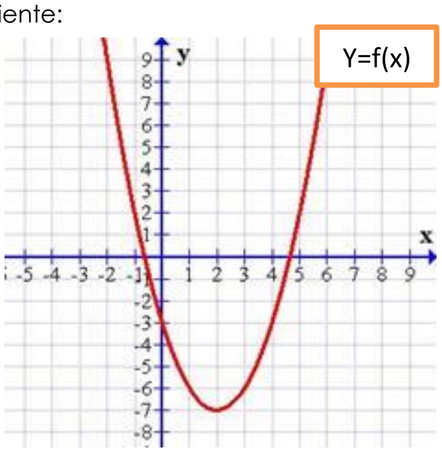
1. En la siguiente gráfica determine lo siguiente:

   a) Dominio de la función
   b) Rango de la función
   c) Estime f(1) ; f(2) ; f(3)



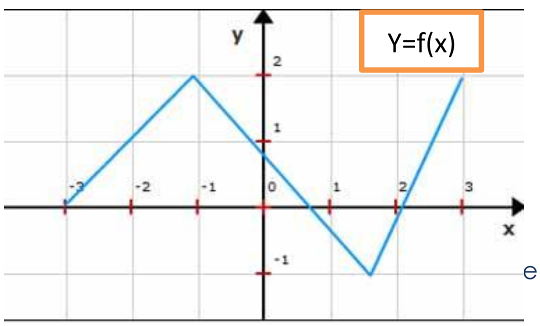
2. En la siguiente gráfica determine lo siguiente:

   a) Dominio de la función
   b) Rango de la función
   c) Estime f(0) ; f(1) ; f(2); f(3) ; f(4)



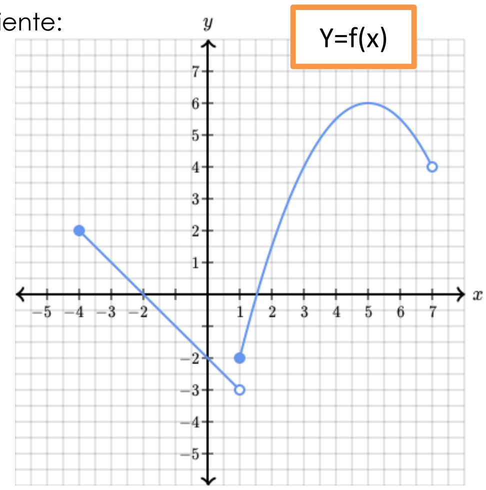
3. En la siguiente gráfica determine lo siguiente:

   a) Dominio de la función
   b) Rango de la función
   c) Estime: f(-3) ; f(-1) ; f(2); f(3)



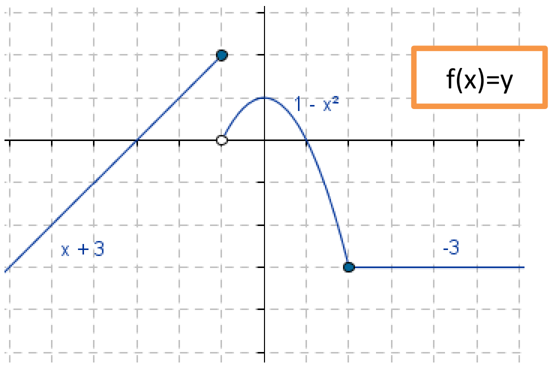
4. En la siguiente gráfica determine lo siguiente:

   a) Dominio de la función
   b) Rango de la función
   c) Estime f(-4) ; f(-2) ; f(0); f(7)



5. En la siguiente gráfica determine lo siguiente:

   a) Dominio de la función
   b) Rango de la función
   c) Estime: f(-1) ; f(-2) ; f(-3); f(0); f(4)



II. Esboza la gráfica de las siguientes funciones constantes: Elabora una tabla de valores, determina el dominio y rango de la función.

1. $f(x) = 3$
2. $f(x) = -5$
3. $f(x) = 1 \quad ; \quad -4 \leq x \leq 4$
4. $f(x) = -2 ; \quad -2 < x < 3$
5. $f(x) = 3 \quad ; \quad x < 3$

III. Esboza la gráfica de las siguientes funciones lineales. Elabora una tabla de valores, determina el dominio y rango de la función

1. $f(x) = x + 1$
2. $f(x) = -2x + 3$
3. $f(x) = \frac{x+1}{2}$
4. $f(x) = x - 3 \quad ; \quad -2 < x < 6$
5. $f(x) = -2x - 3 \quad ; \quad -3 \leq x < 5$

IV. Esboza la gráfica de las siguientes funciones valor absoluto: Elabora una tabla de valores, determina el dominio y rango de la función.

1. $f(x) = |x|$
2. $f(x) = -|x - 3|$

3. $f(x) = |2x + 4| - 3$
4. $f(x) = |x + 3| + 2;\ \ -3 < x \leq 4$
5. $f(x) = -|x - 5| + 4\ ;\ \ x \leq 2$

SESIÓN N° 02
TEMA: Gráfica de la función raíz cuadrada, cuadrática y cúbica

I. Esboza la gráfica de las siguientes funciones raíz cuadrada: Elabora una tabla de valores, determina el dominio y rango de la función.

1. $f(x) = \sqrt{x}$
2. $f(x) = \sqrt{x+1} - 2$
3. $f(x) = \sqrt{2x+4} + 1$
4. $f(x) = -\sqrt{x-3}$
5. $f(x) = \sqrt{-x+1} - 3$

II. Esboza la gráfica de las siguientes funciones cuadráticas. Elabora una tabla de valores, determina el dominio y rango de la función.

1. $f(x) = x^2$
2. $f(x) = x^2 + 2$
3. $f(x) = x^2 - 4$
4. $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$
5. $f(x) = -x^2 - 6x - 8\ ;\ \ -4 \leq x < 3$

III. Esboza la gráfica de las siguientes funciones cúbicas. Elabora una tabla de valores, determina el dominio y rango de la función.

1. $f(x) = x^3$
2. $f(x) = -x^3 + 2$
3. $f(x) = 0{,}25(x-2)^3 - 1$
4. $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$
5. $f(x) = -x^3 - 2x^2 + x + 2\ ;\ \ -2{,}5 \leq x < 2$

SESIÓN N° 03
CLASE PRÁCTICA DE GRÁFICA DE FUNCIONES

Esboza la gráfica de las siguientes funciones. Elabora una tabla de valores, determina el dominio y rango de la función.

1. $f(x) = \frac{-3x+2}{2}\ ;\ \ -3 < x \leq 4$
2. $f(x) = 2x + 4\ ; x < -2$
3. $f(x) = -x^2 + 4x - 2\ ; x \geq -1$
4. $f(x) = x^2 - 4x - 5\ ;\ \ -1 \leq x < 6$
5. $f(x) = 2 + |x - 3|\ ;\ \ -2 < x < 7$
6. $f(x) = 4 - |x + 1|\ ; -6 < \mathrm{x} \leq 2$
7. $f(x) = -\sqrt{x-2} - 4$
8. $f(x) = \sqrt{x+4} - 1$
9. $f(x) = x^3 - 7x + 6$
10. $f(x) = -x^3 \mp 4x\ ; -2 \leq x \leq 2{,}5$

SEMANA N° 07
GRÁFICA DE FUNCIONES DEFINIDA POR PARTES

SESIÓN N° 01
Prueba de desarrollo n° 02

SESIÓN N° 02
TEMA: Gráfica de la función definida en dos partes

En los siguientes ejercicios, grafica la función y determina el dominio, rango e intervalos de crecimiento y decrecimiento.

1. $f(x)=\begin{cases} 2, & si\ x<3 \\ -1, & si\ x\geq 3 \end{cases}$

2. $f(x)=\begin{cases} -3, & si\ x\leq -1 \\ x-2, & si\ x>1 \end{cases}$

3. $f(x)=\begin{cases} 0{,}5x+2, & si\ x<1 \\ 2x-3\ , & si\ 1\leq x<4 \end{cases}$

4. $f(x)=\begin{cases} -2x+1, & si\ x<-1 \\ \frac{x+3}{2}\ , & si\ x\geq -11 \end{cases}$

5. $f(x)=\begin{cases} x^2+4x+3, & si\ -4<x<-1 \\ -x+1\ , & si-1\leq x<3 \end{cases}$

6. $f(x)=\begin{cases} -x^2-6x-6, & si\ -5<x\leq 2 \\ \sqrt{x+2}+2\ , & si\ 1\leq x<4 \end{cases}$

7. $f(x)=\begin{cases} 4-|x+1|, & si\ x<0 \\ |x-1|-2\ , & si\ x\geq 0 \end{cases}$

8. $f(x)=\begin{cases} |x+3|-2, & si\ -4\leq x<0 \\ x^2-2x-1\ , & si\ 0\leq x<3 \end{cases}$

SESIÓN N° 03
TEMA: Gráfica de la función definida en tres partes

En los siguientes ejercicios, grafica la función y determina el dominio, rango e intervalos de crecimiento y decrecimiento.

1. $f(x)=\begin{cases} -(x+1)^2+3, & si-3<\ x<0 \\ |x-2|-1, & si\ 0\leq x<4 \\ 2\sqrt{x-4}+1\ , & si\ 4\leq x<8 \end{cases}$

2. $f(x)=\begin{cases} (x+4)^2-3, & si-5<\ x<-2 \\ -x-1, & si\ -2<x<1 \\ -2|x-4|+4\ , & si\ 1\leq x<5 \end{cases}$

3. $f(x)=\begin{cases} 1, & si-5<\ x<-2 \\ 2|x+1|-4, & si\ -2<x\leq 1 \\ -2\sqrt{x-1}+3\ , & si\ 1<x<5 \end{cases}$

4. $f(x)=\begin{cases} \sqrt{-x-1}-3, & si-5<\ x\leq -1 \\ x^3-2, & si\ -1<x\leq 2 \\ -2x+10\ , & si\ 2<x<10 \end{cases}$

5. $f(x)=\begin{cases} 2x+12, & si-6<\ x<-4 \\ -x^2-6x-3, & si\ -4\leq x\leq -1 \\ -0.5(x-1)^3-2\ , & si\ -1<x<2.6 \end{cases}$

SEMANA N° 08
TRASLACIONES Y REFLEXIONES

SESIÓN N° 01
TEMA: Aplicaciones de las funciones definidas por partes

Resolver los siguientes problemas

1. **Tarifas** Un teléfono celular cuesta 48 dólares al mes. El plan incluye 300 minutos gratis y cada minuto adicional de uso cuesta 30 centavos de dólar. El costo mensual C es una función de la cantidad de minutos empleados "x" y se expresa como:

$$C(x) = \begin{cases} 48 & si \ \ 0 \leq x \leq 300 \\ 48 + 0{,}3(x - 300) & si \ \ x > 300 \end{cases}$$

Determine:
a) $C(100),\ C(200),\ C(600)$
b) ¿Qué representan las respuestas del inciso a)?

2. **Compras por internet** Una librería por internet cobra $ 20 por envío para pedidos menores a $150, pero el envío es gratis para pedidos de $150 o más. El costo C de un pedido es una función del precio total "x" de los libros comprados, dada por:

$$C(x) = \begin{cases} x + 20 & si \ \ x < 150 \\ x & si \ \ x \geq 150 \end{cases}$$

Determine:
a) $C(80),\ C(100),\ C(200)\ y\ C(300)$
b) ¿Qué representan las respuestas del inciso a)?

3. **Costo de estancia en un hotel.** En cierto hotel de la ciudad de Huancayo se cobra S/.80 por noche para las tres primeras noches y S/.65 por cada noche adicional. El costo total C es una función del número de noches "x" que permanece un huésped en el hotel.

a) Complete las expresiones en la siguiente función definida por partes.

$$C(x) = \begin{cases} \dots\dots\dots\dots & si \ \ 0 \leq x \leq 3 \\ \dots\dots\dots\dots & si \ \ x > 3 \end{cases}$$

b) Determine $C(2),\ C(5),\ C(10)$
c) ¿Qué representan las respuestas del inciso b)?

4. **Multas por exceso de velocidad.** La velocidad máxima permitida en las autopistas es 90Km/h y la mínima 45Km/h. La multa por violar estos límites es S/.35 por cada km/h arriba del máximo o abajo del mínimo. La función F que indica la multa en función de la velocidad "x" a la que conduce una persona se define como:

$$F(x) = \begin{cases} 35(45 - x) & si \ \ 0 < x < 45 \\ 0 & si \ \ 45 \leq x \leq 90 \\ 35(x - 90) & si \ \ x > 90 \end{cases}$$

Determine:
a) $F(30),\ F(130), F(84)$
b) ¿Qué representan las respuestas del inciso a)?

5. **Impuesto a la renta.** Si T representa el impuesto sobre un ingreso "x" (en dólares) para un contribuyente de un determinado estado y se define de la siguiente manera:

$$T(x) = \begin{cases} 0{,}02x & si \ \ 0 \leq x \leq 2\,050 \\ 0{,}05x - 51{,}3 & si \ \ 2\,050 < x \leq 5\,600 \\ 1\,100 - 0{,}06x & si \ \ x > 5\,600 \end{cases}$$

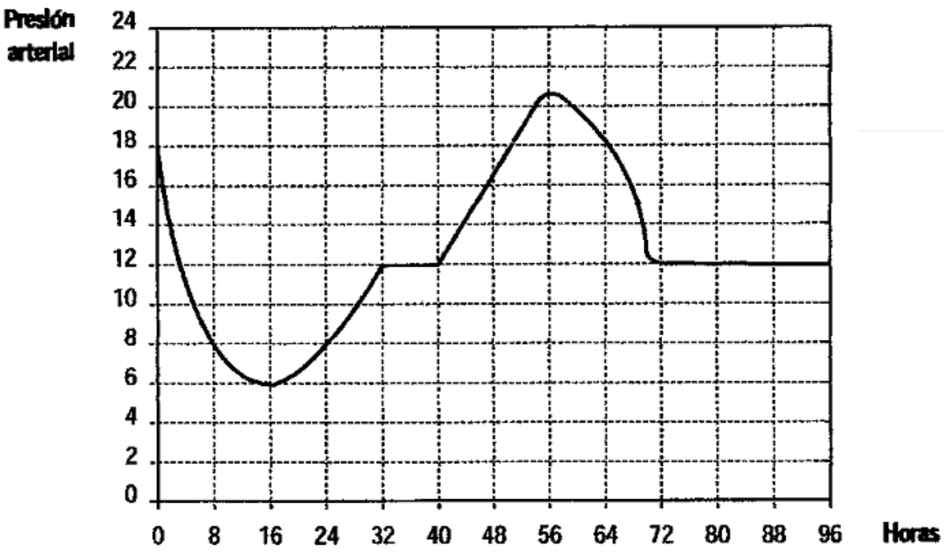
Determine:
a) $T(1\,200),\ T(3\,050), T(6\,423{,}50)$
b) ¿Qué representan las respuestas del inciso **a**?

6. **Tarifas eléctricas** Westside Energy cobra a sus clientes una tarifa base de \$7 por mes, más 20 centavos por kilowatt-hora (KWh) por los primeros 200 KWh empleados y 5 centavos por KWh para todo consumo mayor de 200 KWh. Suponga que un cliente utiliza"x" KWh de electricidad en un mes.
   a) Exprese el costo mensual E como una función de x.
   b) Grafique la función E para $0 \leq x \leq 400$

7. **Comisiones de ventas** Un sitio web con un alto volumen paga vendedores para conseguir anunciantes publicitarios para el sitio. Cada vendedor recibe \$200 semanales de salario y una comisión de 4% sobre todas las ventas superiores a \$ 3 000 durante una semana. Además, si las ventas semanales son de \$8 000 o más, el vendedor obtiene una bonificación de \$100. Halla una función definida por partes para las ganancias semanales E (en dólares) en términos de las ventas semanales x (en dólares). Traza la gráfica de esta función y halla las ganancias semanales por ventas de \$5 750 y de \$ 9200.

8. **Contribución sobre ingresos estatales** Las contribuciones por ingresos en un determinado país, para una persona soltera es 3% por los primeros \$10 000 de ingresos tributables y 5% sobre los ingresos tributables que excedan de \$10 000. Halla una función definida por partes para las contribuciones adeudadas por una persona soltera con un ingreso de x dólares, y traza la gráfica de esta función.

9. Se ha tomado la presión arterial a un paciente hospitalizado durante un tiempo. Los registros se han representado gráficamente en la figura.



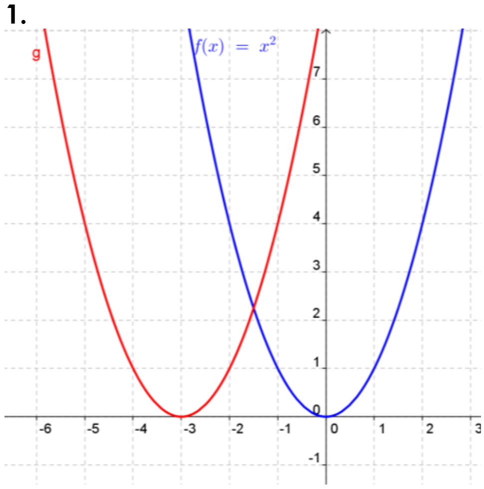
   a) ¿Durante cuánto tiempo se tomaron los datos de la presión arterial del paciente?
   b) ¿Entre qué valores osciló su presión?
   c) ¿En qué periodos el valor de a presión estuvo aumentando? ¿Cuándo fue disminuyendo? ¿En algún momento se mantiene constante?
   d) ¿Cuál fue la máxima presión y cuándo la alcanzó? ¿y cuál fue la mínima? ¿A qué hora del día?

10. **Estacionamiento** El costo de estacionamiento en un centro comercial es de S/.2 por la primera hora (o parte de una hora) y luego de S/. 0,50 por cada media hora sucesiva (o fracción). Exprese el costo C (en soles) del estacionamiento como una función del número de horas (t) para 0 < t < 3 y trace la gráfica de esta función.

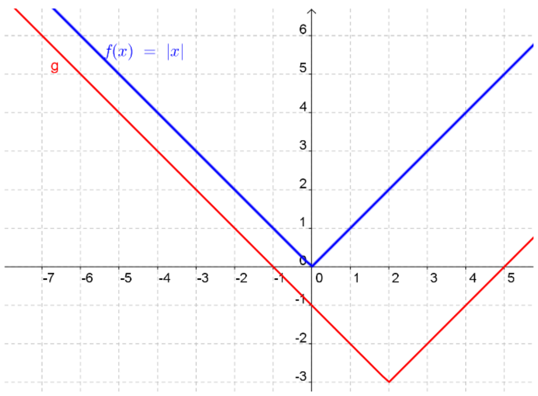
SESIÓN N° 02
TEMA: Traslaciones y reflexiones de gráficas

I. Se dan las gráficas de *f* y *g*. Encuentre una fórmula para la función *g*.

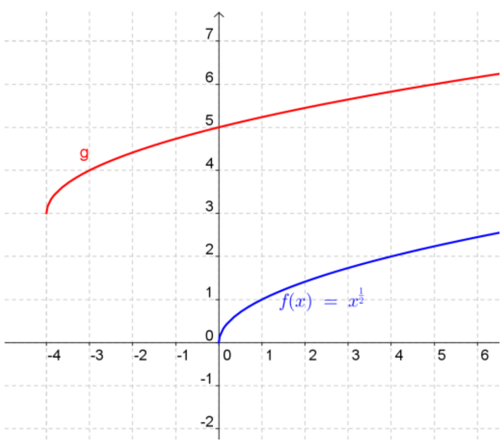
1.



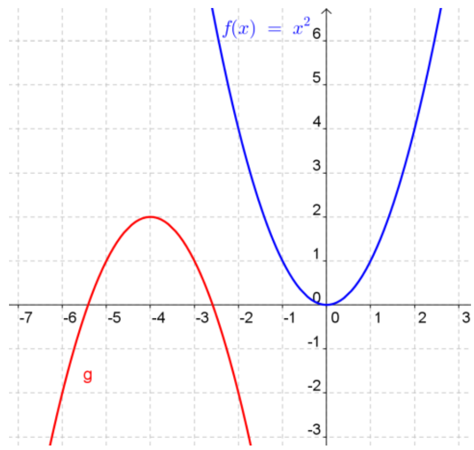
2.



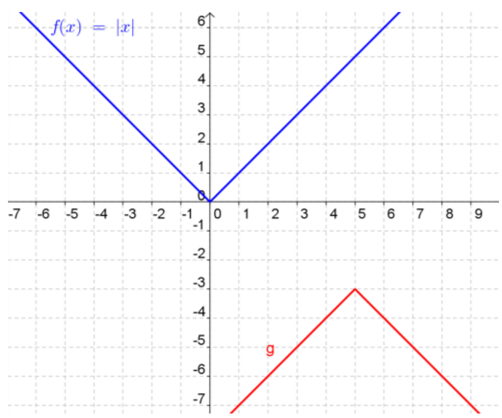
3.



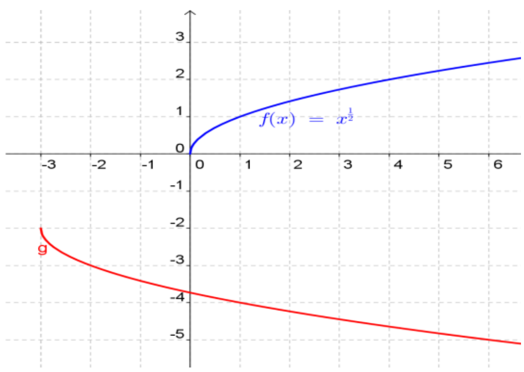
4.



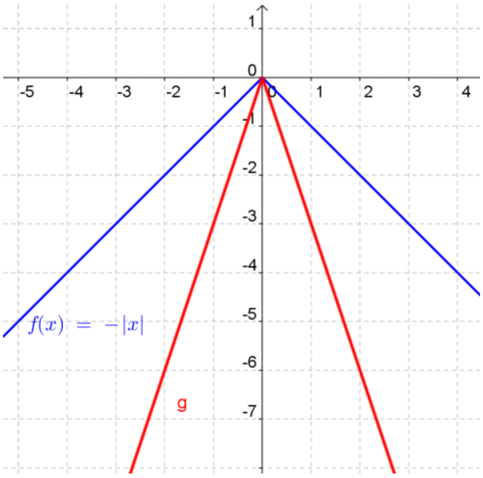
5.



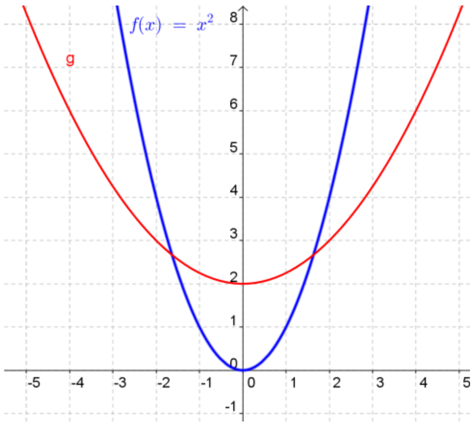
6.



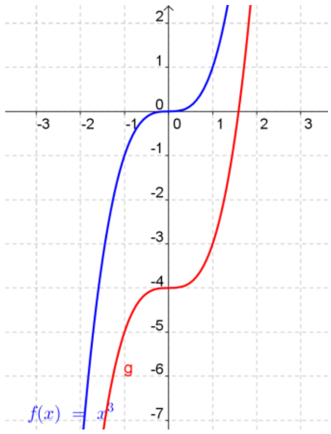
7.



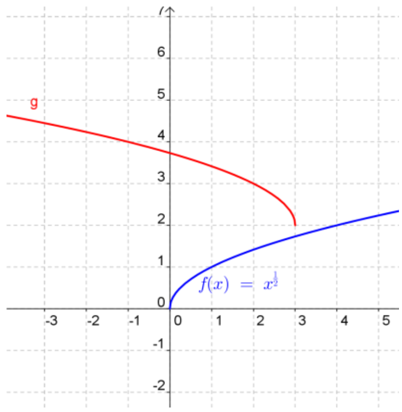
8.



9.



10.



II. Se da una función f y se aplican a su gráfica las transformaciones indicadas (en el orden dado). Escriba la función para la gráfica transformada final.

1. $f(x) = x^3$; desplace hacia arriba 4 unidades y 5 unidades a la izquierda.

2. $f(x) = |x|$; desplace hacia abajo 2 unidades y una unidad a la derecha.

3. $f(x) = \sqrt{x}$; desplace 4 unidades a la derecha, alargue verticalmente por un factor 3 y refleje en el eje x.

4. $f(x) = x^2$; desplace hacia la izquierda 2/3 unidad, acorte verticalmente por un factor de 1/4 y desplazarse hacia abajo 6 unidades.

5. $f(x) = |x|$; desplace a la derecha 5 unidades, alargue verticalmente por un factor de 4, desplace hacia arriba 3 unidades.

III. Bosqueje la gráfica de la función, no mediante la gráfica de puntos, sino iniciando con la gráfica de una función estándar y aplicando transformaciones.

1. $f(x)=(x+3)^2$
2. $g(x)=(x-4)^2$
3. $f(x)=-(x-2)^2$
4. $g(x)=3-x^2$
5. $y=x^3+4$
6. $f(x)=1-x^3$
7. $y=|x+3|-2$
8. $y=|x-2|+3$
9. $y=5-|x+2|$
10. $y=\sqrt{x-3}-2$

SESIÓN N° 03
TEMA: REPASO

TERCERA UNIDAD

FUNCIONES CUADRÁTICAS Y SISTEMAS DE ECUACIONES

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de aplicar la ecuación de la recta, parábola y sistemas de ecuaciones en la resolución de problemas relacionados con su especialidad en un contexto real

Semana N° 09: Ecuación de la recta

Semana N° 10: Aplicaciones con las funciones lineales y cuadráticas

Semana N° 11: Sistema de ecuaciones lineales

Semana N° 12: Función exponencial

Semana N° 13: Aplicaciones de la función exponencial

SEMANA N° 09
ECUACIÓN DE LA RECTA

SESIÓN N° 01
Evaluación parcial

SESIÓN N° 02
Resolución del examen parcial
TEMA: Pendiente de la recta

Halle la pendiente de la recta que pasa por los puntos dados:

1. (-2 ; 3) y (3 ; 5)
2. (4, –7) y (8, 3)
3. (–5, –2) y (3, –3)
4. (9, 5) y (–4, 6)
5. (–4, 8) y (–3, 7)
6. (6, 8) y (4, 4)
7. (7, 3) y (–5, 5)
8. (4, 6) y (–5, –3)
9. (–2, –2) y (3, –4)
10. (5, –7) y (–7, –5)

SESIÓN N° 03
TEMA: Ecuación de la recta

I. Determine una ecuación lineal general $(Ax + By + C = 0)$ de la recta que tiene las propiedades indicadas, y haga el bosquejo de cada recta.

1. Pasa por (–7; –2) y tiene pendiente 5.
2. Pasa por (9; 6) y tiene pendiente – 1/17.
3. Pasa por (–2; –2) y (3; –5).
4. Pasa por (3; 2) y (–6; 6).
5. Tiene pendiente 1/6 y su intersección con el eje Y es –5.
6. Tiene pendiente –1/5 y su intersección con el eje Y es –8.
7. Es horizontal y pasa por (–5; –2).
8. Es vertical y pasa por (7; –6).

II. Encuentre si es posible, la pendiente y la intersección con el eje Y de la recta determinada por la ecuación, y haga el bosquejo de la gráfica.

1. y = 2x – 3
2. 2x – 3y + 1 = 0
3. y – 5 = 2x
4. x = – 6
5. y = 3
6. 4x – 5 = 3y + 7
7. 2y = 5x
8. y + 4 = 3(x – 1)

III. Determine una forma lineal general y la forma pendiente ordenada al origen de cada ecuación.

1. 9x = 3 – 7y
2. 8y – 5x = – 9
3. 33y – x + 8 = 0
4. 8(x + 5) – 3(y – 8) = 9

5. $\frac{x}{9}+\frac{y}{7}=-4$

6. $y=\frac{7}{44}x-8$

IV. Determine si las rectas son paralelas, perpendiculares o ninguna de las dos.

1. $-2x + 4y = -3$; $-12x - 6y = 4$
2. $y = 3x - 4$; $y = 3x + 1$
3. $y = -2x + 5$; $y = -2x - 2$
4. $3x + 4y = 2$; $8x - 6y = 5$
5. $2x = y - 10$; $y = -2x + 5$
6. $y = -3x + 5$; $y=\frac{1}{3}x+\frac{16}{3}$
7. $x - 5y = 15$; $y = -5x - 5$
8. $y=-2$; $x = 4$

V. Determine una ecuación de la recta que satisfaga las condiciones dadas. Si es posible, de la respuesta en la forma pendiente-ordenada al origen. Luego grafique ambas rectas

1. Pasa por (5, 3) y es paralela a $y = 5x - 9$
2. Pasa por (−6, 5) y es perpendicular a $x = -3y + 8$
3. Pasa por (5, 4) y es paralela a $3y = 6 - 2x$
4. Pasa por (−4, −3) y es paralela a $y=-\frac{9}{5}x+\frac{5}{3}$
5. Es perpendicular a $y = -3x + 7$ y pasa por (2, −8)
6. Es perpendicular a $5x + 7y = 3$ y pasa por (0, −4)
7. Pasa por (−1, 2) y es paralela a $y = 3$
8. Pasa por (2, −2) y es perpendicular a la recta $y = -2x + 5$
9. Pasa por (−5, −7) y es paralela a la recta $-3x + 7y = -4$
10. Pasa por (5, −9) y es perpendicular al eje Y.

SEMANA N° 10
APLICACIONES DE LAS FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

SESIÓN N° 01
TEMA: Problemas contextualizados sobre funciones lineales

1. **Depreciación** Una lavadora nueva se desprecia 120 soles por año, y tiene un valor de 340 soles después de 3 años. Determine una función que describa el valor de esta lavadora, si "x" es la edad, en años de la lavadora.

2. **Tarifas de electricidad** Una compañía de electricidad cobra a clientes residenciales 0,85 céntimos por kilowatt/hora más un cargo base mensual. La factura mensual de un cliente viene con 67,50 soles por 380 kilowatt/hora. Determine una función lineal que describa el monto total por concepto de electricidad, si "x" es el número de kilowatt/hora utilizados en un mes.

3. **Ecuación de demanda** Suponga que la demanda por semana de un producto es de 100 unidades, cuando el precio es de \$58 por unidad, y de 200 unidades a un precio de \$51 cada una. Determinar la ecuación de demanda, suponiendo que es lineal.

4. **Ecuación de oferta** La oferta semanal de un producto es 200 unidades cuando el precio es S/. 500 cada uno, y de 40 unidades cuando el precio es S/. 180. Determine:

   a) La ecuación de oferta, suponiendo que el precio "p" y la cantidad "q" están relacionados de manera lineal.
   b) La cantidad de unidades ofertadas si el precio es de 150 soles.
   c) Graficar la ecuación de la oferta.

5. Los clientes de una tienda comercial, demandarán de 60 unidades de un producto cuando el precio sea S/. 15 por unidad, y de 45 unidades cuando el precio sea S/. 25 por unidad. Determine:

   a) La ecuación de la demanda suponiendo que sea lineal.
   b) El precio por unidad cuando se requieren 50 unidades del producto.
   c) Grafique la ecuación de la demanda.

6. Un fabricante de computadoras produce 300 unidades cuando el precio es de \$1800 y 500 unidades cuando el precio es de \$ 1700, suponga que el precio p y la cantidad q producidas están relacionadas de manera lineal. Determine:

   a) La ecuación de demanda, suponiendo que el precio "p" y la cantidad "q" están relacionados de manera lineal.
   b) La cantidad de unidades producidas si el precio es de 1500 soles.
   c) Graficar la ecuación de la demanda.

7. La demanda semanal de un fármaco genérico en las farmacias es de 20 mil unidades cuando el precio es de 8 soles cada uno, y de 10 mil unidades cuando el precio es de 12 soles cada uno. Supóngase que el precio "p" y la cantidad "q" unidades están relacionadas de manera lineal.
   a) Determine la ecuación de la demanda.
   b) Determine la cantidad de unidades si el precio es de 4 soles.
   c) Grafique la ecuación de la demanda.

8. Un fabricante de maletas, quiere colocar en el mercado 1 400 maletas a un precio 150 soles cada una y 1 800 maletas cuando el precio es 210 soles cada una. Determine:

   a) La ecuación de la oferta, suponiendo que el precio "p" y la cantidad "q" están relacionados de manera lineal.
   b) La gráfica de la ecuación de la oferta.
   c) El precio si se producen 1 500 maletas.

9. La demanda semanal para una revista es de 12 000 ejemplares cuando el precio es 14 soles cada una y de 8 000 revistas cuando el precio es de 22 soles cada una. Determine:

a) La ecuación de la demanda, suponiendo que el precio "p" y la cantidad "q" están relacionados de manera lineal.
b) La gráfica de la ecuación de la demanda.
c) El precio si se producen 15 000 revistas.

10. **Ecuación de costo** Un anunciante va por un impresor y éste le cobra 89 soles por 100 copias de un volante y 93 soles por 200 copias de otro volante. Este impresor cobra un costo fijo, más una tarifa por cada copia de volantes de una sola página. Determine una función que describa el costo de un trabajo de impresión, si "x" es el número de copias que se hacen.

SESIÓN N° 02
TEMA: Funciones cuadráticas. Gráficas. Máximos y mínimos. Problemas contextualizados

I. Dadas las siguientes funciones cuadráticas

Determine:
a) El vértice
b) Intersecciones con los ejes
c) Máximo o mínimo
d) Esboce la parábola correspondiente señalando los elementos anteriores

1. $f(x) = -x^2 + 6x - 5$
2. $f(x) = x^2 + 2x - 8$
3. $f(x) = -2x^2 + 20x - 42$
4. $f(x) = -x^2 + 14x - 40$
5. $f(x) = 3x^2 - x - 2$
6. $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$
7. $f(x) = -3x^2 - 6x + 9$
8. $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

II. Resolver los siguientes problemas

1. **Ingreso** La función de demanda para un producto es *p = f(q) = 1000 – 2q* , donde *p* es el precio (en dólares) por unidad cuando *q* unidades son demandadas (por semana) por los consumidores. Encontrar el nivel de producción que maximice el ingreso total del productor y determinar este ingreso.

2. **Ingreso** La función de demanda para la línea de lapiceros de plástico de una empresa de artículos de oficina es *p = f(q) = 0,60 – 0,0005q*, donde *p* es el precio (en dólares) por unidad cuando los consumidores demandan *q* unidades (diarias). Determine el nivel de producción que maximizará el ingreso total de la empresa y determine este ingreso.

3. **Ingreso** Una empresa tiene la demanda para un producto *p = f(q) = 300 – 6q*, donde *p* es el precio (en dólares) por unidad cuando se demandan *q* unidades (por semana). Encuentre el nivel de producción que maximiza el ingreso total del fabricante y determine este ingreso.

4. **Ingreso** La función de demanda para la línea de lap-tops de una compañía electrónica es *p = 2400 – 6q*, donde *p* es el precio (en dólares) por unidad cuando los consumidores demandan *q* unidades (semanales). Determine el nivel de producción que maximizará el ingreso total de la empresa y determine este ingreso.

5. **Psicología** Uno de los pronósticos de los precursores de la Psicología relaciona la magnitud de un estímulo, x, con la magnitud de una respuesta, *y*, lo cual se expresa mediante la ecuación $y = kx^2$, donde k es una constante del experimento. En un experimento sobre reconocimiento de patrones, *k* = 4. Determine el vértice dela función y construya la gráfica de su ecuación (suponga que no hay restricción sobre x).

6. **Utilidad** La utilidad diaria proveniente de la venta de helados, del departamento de golosinas de una tienda está dada por:
   $H(x) = -x^2 + 4x + 16$, donde **x** es el número de helados vendidos.
   Determine el vértice y las intersecciones de la función y grafique la función.

SESIÓN N° 02
Clase práctica ecuaciones de la recta y cuadrática

I. Determine una ecuación de la recta que satisfaga las condiciones dadas. Si es posible, de la respuesta en la forma pendiente-ordenada al origen. Luego grafique ambas rectas

   1. Pasa por (1/2, -3) y es paralela a 3y = 7x **–** 10
   2. Es perpendicular a 4x - 6y = 1 y pasa por (-5, -2)
   3. Pasa por (4;-5) y es perpendicular a $\frac{y}{3} = -\frac{x}{5} + 2$
   4. Es paralela a $-\frac{y}{2} = x - \frac{5}{3}$ y pasa por (-5; 7)

II. Resolver los siguientes problemas:

   1. **Ecuación de demanda** Suponga que los clientes demandarán 40 unidades de un producto cuando el precio es de 12 soles por unidad y 25 unidades cuando el precio es 18 soles cada una. Halle la ecuación de la demanda, suponiendo que es lineal. Determine el precio por unidad cuando se requieran 45 unidades.

   2. **Dosis** La dosis en miligramos (mg) de antibiótico que se suministra a niños menores de 10 años depende en forma lineal del peso del niño. Para un niño de 3kg se suministran 40 mg y para uno 4kg se suministran 65mg. Determina la función que dé la dosis de medicamento dependiendo del peso. ¿Cuánto debe recetarse a un niño de 7,5kg?

   3. **Ecuación de oferta** Un fabricante de microondas produce 3 000 unidades cuando el precio es de 640 soles y 2 200 unidades cuando el precio es de 450 soles. Suponga que el precio “p” y la cantidad “q” producidas están relacionadas de manera lineal. Determine la ecuación de la oferta.

   4. **Apreciación** Una casa se vendió en 1 183 000 soles seis años después de que se construyó y compró. Los propietarios originales calcularon que el edificio se apreciaba 53 mil soles por año, mientras ellos fuesen los propietarios. Encuentre una función lineal que describa la apreciación del edificio, en miles, si “x” es el número de años desde la compra original.

5. **Precios de reparación** Una empresa que repara copiadoras comerciales, cobra por un servicio una cantidad fija más una tarifa por hora. Si un cliente tiene una factura de 160 soles por un servicio de una hora y 290 soles por un servicio de tres horas, determine una función lineal que describa el precio de un servicio, en donde "x" es el número de horas del servicio.

6. **Ingreso** La función de demanda para el fabricante de un producto es $p = f(q) = 200 - 5q$, donde p es el precio (en dólares) por unidad cuando se demandan q unidades (por semana). Encuentre el nivel de producción que maximiza el ingreso total del fabricante y determine este ingreso.

7. **Ingreso** La función de demanda para la línea de cartucheras de tela de una empresa de artículos escolares es $p = f(q) = 0{,}40 - 0{,}002q$, donde p es el precio (en soles) por unidad cuando los consumidores demandan q unidades (diarias). Determine el nivel de producción que maximizará el ingreso total de la empresa y determine este ingreso.

8. **Marketing** Una compañía de marketing estima que n meses después de la introducción del nuevo producto de un cliente, $f(n)$ familias lo usarán, donde:

$$f(n) = \frac{5}{3}n(12 - n), \qquad 0 \leq n \leq 12$$

   Estime el número máximo de familias que usarán el producto.

9. Productos farmacéuticos Cuando cierto fármaco se toma oralmente, su concentración en el torrente sanguíneo del paciente después de t minutos está dado por $C(t) = 0{,}06t - 0{,}0002t^2$, donde $0 \leq t \leq 240$ y la concentración se mide en mg/L. ¿Cuándo se alcanza la concentración máxima, y cuál es esa concentración máxima?

10. Ventas Un vendedor de bebidas carbonatadas en una popular playa analiza sus registros de ventas, y encuentra que si vende x latas de bebida en un día, su ganancia (en soles) está dada por

$$P(x) = -0{,}001x^2 + 3x - 1800$$

   ¿Cuál es su ganancia máxima por día, y cuántas latas debe vender para que la ganancia sea máxima?

SEMANA N° 11
SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

SESIÓN N° 01
TEMA: sistema de ecuaciones lineales con dos y tres variables

Resuelve algebraicamente los sistemas.

11. $\begin{cases} 2x+5y=16 \\ 3x-7y=24 \end{cases}$

12. $\begin{cases} 7x-8y=9 \\ 4x+3y=-10 \end{cases}$

13. $\begin{cases} \dfrac{2}{3}x=\dfrac{1}{3}+2y \\ 3x+1=\dfrac{1}{2}y \end{cases}$

14. $\begin{cases} \dfrac{3}{4}x-3y=\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{2}{3}x+2y=-1 \end{cases}$

15. $\begin{cases} \dfrac{2}{3}x-5y=\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{6}x+2y=-3 \end{cases}$

6. $\begin{cases} \dfrac{2}{3}x-2y=\dfrac{1}{3} \\ 3x-\dfrac{1}{2}y=-1 \end{cases}$

7. $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{4}y=\dfrac{1}{6} \\ x+\dfrac{1}{2}y=\dfrac{2}{3} \end{cases}$

8. $\begin{cases} x-2y-3z=-1 \\ 2x+y+z=6 \\ x+3y-2z=13 \end{cases}$

9. $\begin{cases} x+y-z=1 \\ 3x+2y+z=1 \\ 5x+3y+4z=2 \end{cases}$

10. $\begin{cases} 5x+2y-z=-7 \\ x-2y+2z=0 \\ 3y+z=17 \end{cases}$

SESIÓN N° 02

TEMA: Problemas contextualizados sobre sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres variables

Resolver los siguientes problemas

1. **Producción** Una fábrica establece un plan de producción para dos modelos de un producto nuevo, el modelo A requiere de 4 piezas del tipo I y 9 piezas del tipo II. El modelo B requiere 5 piezas del tipo I, 14 piezas del tipo II. De sus proveedores, la fábrica obtiene 335 piezas del tipo I y 850 piezas del tipo II cada día. De cada modelo. ¿Cuántos debe producir cada día de modo que todas las piezas del tipo I y piezas del tipo II sean utilizadas?

2. **Mezclas** Un fabricante químico debe surtir una orden de 500 litros de solución de ácido al 25%(25% del volumen del ácido), si en existencia están disponibles soluciones al 18 y al 30% ¿Cuántos litros de cada una debe mezclar para satisfacer el pedido?

3. **Inversiones** Una mujer invierte un total de 25 000 dólares en dos cuentas, una de 3% y la otra 6% de interés simple por año. Su interés anual es 950 dólares. ¿Cuánto invirtió a casa tasa?

4. **Inversiones** Una mujer invierte un total de 18 000 dólares en dos cuentas, una de 4% y la otra 6% de interés simple por año. Su interés anual es 900 dólares. ¿Cuánto invirtió a casa tasa?

5. **Entradas** La entrada al zoológico del Cerrito de la Libertad de Huancayo es de 2 soles para los niños y 5 soles para los adultos. Un cierto día acudieron al zoológico 1 500 personas y lo que se reunió por las tarifas de la entrada fue 4 500 soles. ¿Cuántos niños y cuántos adultos asistieron?

6. **Inversiones** Esteban invierte sus ahorros en dos cuentas. En una recibe 4% y en otra 8% de interés simple por año. Invierte el triple en la cuenta de menor rendimiento por ser la de menor riesgo. Su interés anual es de 4 380 dólares. ¿Cuánto invirtió en cada tasa?

7. **Nutrición** Una investigadora ejecuta un experimento para probar los nutrientes niacina y retinol. Todos los días alimenta a un grupo de ratas de laboratorio con una dieta precisa de 32 unidades de niacina y 22 000 unidades de retinol. Utiliza dos tipos de alimentos comerciales. El alimento A contiene 0,12 unidades de niacina y 100 unidades de retinol por gramo. El alimento B contiene 0,20 unidades de niacina y 50 unidades de retinol por gramo. ¿Cuántos gramos de cada alimento debe administrar a su grupo de ratas todos los días?

8. **Tejido** Una fábrica de tejidos produce un tejido hecho a partir de diferentes fibras. Con base en algodón, poliéster y nylon, el propietario necesita producir un tejido combinado que cueste s/. 2,75 por fibra fabricada. El costo por libra de estas fibras es de s/. 2,00, s/. 4,00 y s/. 3,00, respectivamente. La cantidad de nylon debe ser la misma que la cantidad de poliéster. ¿Cuánto de cada fibra debe tener el tejido final?

9. **Negocios** El punto de equilibrio de mercado para un producto ocurre cuando se producen 13 500 unidades a un precio de S/. 4,50 por unidad. El productor no proveerá unidades a S/. 1 y el consumidor no demandará unidades a S/. 20. Encuentre las ecuaciones de oferta y demanda si ambas son lineales.

10. **Concentración de proteínas** La soya contiene un 16% de proteínas y el maíz un 9%. ¿Cuántos kilogramos de cada uno de estos ingredientes se debería mezclar para obtener una mezcla de 280 kilogramos con un 12% de proteínas?

SESIÓN N° 03
Clase práctica sobre sistema de ecuaciones

I. Resolver los siguientes sistemas

1. $\begin{cases} 3x - 5y = -27 \\ 12x + 3y = -39 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x - 3y = 4 \\ \dfrac{5x}{4} + \dfrac{y}{6} = 12 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x + y + z = -6 \\ x - 4y + z = -11 \\ 2x + 5y - z = -3 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x + 3y - 2z = 4 \\ 3x - 2y + 4z = -2 \\ 5x + 6y - 3z = 7 \end{cases}$

II. Resolver los siguientes problemas

1. **Problema de mezclas** Un biólogo tiene dos soluciones de salmuera. Una contiene 5% de sal y la otra, 20% de sal. ¿Cuántos mililitros de cada solución debe mezclar para obtener 1L de una solución que contenga 14% de sal?

2. **Mezcla** Un fabricante de productos químicos desea atender un pedido de 500 galones de una solución de ácido al 26%. En existencia tiene soluciones al 15% y 40%. ¿Cuántos galones de cada solución debe mezclar para atender dicho pedido?

3. **Mezcla de café** Un cliente de una cafetería compra una mezcla de dos tipos de café: uno proveniente de Kenia que cuesta 3,50 dólares cada libra y de Siri Lanka, que cuesta 5,60 dólares cada libra. Compra tres libras de mezcla, que le cuesta 11,55 dólares. ¿Cuántas libras de cada clase de café van en la mezcla?

4. **Problemas de mezcla** Un químico tiene dos grandes recipientes de solución de ácido sulfúrico, con diferentes concentraciones de ácido en cada contenedor. Al mezclar 300 mL de la primera solución y 600 mL de la segunda obtiene una mezcla que es acido al 15%, en tanto que 100 mL de la primera mezclada con 500 mL de la segunda mezcla de ácido al 12 ½%. ¿Cuáles son las concentraciones de ácido sulfúrico en los recipientes originales?

5. **Costo de igualación** Productos Integrados, S.A. fabrica iPod y tiene plantas en las ciudades de Florencia y Nápoles. En la planta de Florencia los costos fijos son de 7 000 dólares por mes, y el costo de producir cada iPod es de $ 7,50. En la planta de Nápoles los costos fijos son de $ 8 800 por mes y cada iPod cuesta $ 6 por producirla. Si el mes siguiente, Productos Integrados debe producir 1 500 iPod, ¿Cuántas debe producir cada planta si el costo total en cada una debe ser el mismo?

6. **Comisiones** Una compañía paga a sus agentes de ventas con base en un porcentaje de los primeros $ 100 000 en ventas, más otro porcentaje sobre cualquier cantidad que rebase esos $ 100 000. Si un agente recibió $ 8 500 por ventas de $ 175 000 y otro recibió $ 14 800 por ventas de $ 280 000, encuentre los dos porcentajes.

7. **Negocios** El punto de equilibrio de mercado para un producto ocurre cuando se producen 1200 unidades a un precio de S/.5. El productor no proveerá unidades a S/. 1 y el consumidor no demandará unidades a S/. 15. Encuentre las ecuaciones de oferta y demanda si ambas son lineales.

CUARTA UNIDAD

FUNCIONES EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de modelar funciones exponenciales y logarítmicas a partir de información contextualizada con su especialidad.

Semana N° 12: Función exponencial. Interés compuesto

Semana N° 13: Crecimiento poblacional

Semana N° 14: Función logarítmica

Semana N° 15: Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

Semana N° 16: Aplicaciones de las ecuaciones exponenciales y logarítmicas

SEMANA N° 12
FUNCIÓN EXPONENCIAL E INTERÉS COMPUESTO

SESIÓN N° 01
Prueba de desarrollo N° 3

SESIÓN N° 02:
Resolución de la evaluación N°3.
Función exponencial. Definición y gráfica

I. GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN EXPONENCIAL

Grafica las siguientes funciones exponenciales, determinando los interceptos con los ejes, la ecuación de la asíntota y el dominio y rango.

1. $f(x) = 2^x$
2. $f(x) = 3^x + 2$
3. $f(x) = 3^x - 3$
4. $f(x) = 3^{x+2}$
5. $f(x) = 3^{-x+4}$
6. $f(x) = 3^{x+3} + 1$
7. $f(x) = 3^{-x+1} - 2$
8. $f(x) = 3^{x-2} + 4$
9. $f(x) = 3(2)^{x+2} - 4$
10. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
11. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}$
12. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} + 2$
13. $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+3} - 2$
14. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x+3} - 4$
15. $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x+3} + 5$

Sesión N°03
TEMA: Interés compuesto

I. INTERÉS COMPUESTO

1. **Monto final** Una suma de \$1 000 se invierte a una tasa de interés de 12% anual. Calcule la cantidad en la cuenta después de tres años si el interés se compone anualmente.

2. **Monto final** Una suma de \$4 000 se invierte a una tasa de interés de 4% anual. Calcule la cantidad en la cuenta después de dos años si el interés se compone bimestralmente.

3. **Monto final** Una suma de \$1 000 se invierte a una tasa de interés de 8,2% anual. Calcule la cantidad en la cuenta después de cinco años si el interés se compone semestralmente.

4. **Monto final** Encuentre el monto y el interés compuesto para una inversión de S/. 7 000 a una tasa de interés de 10%, compuesto cada semestre, durante 3 años.

5. **Monto final** Encuentre el monto y el interés compuesto para una inversión de S/. 9 000 a una tasa de interés de 15%, compuesto cada bimestre, durante cuatro años.

6. **Valor presente** Determine cuánto se debe invertir actualmente en una financiera para obtener $200 000 dentro de 4 años, si dicha institución paga una tasa de 8,9% por año, capitalizable cada semestre.

7. **Valor Presente** Determine cuánto se debe invertir actualmente en una financiera para obtener $400 000 dentro de 10 años, si dicha institución paga una tasa de 10% por año, capitalizable trimestralmente.

8. **Valor presente** Determine cuánto se debe invertir actualmente en una financiera para obtener $800 000 dentro de 1 año, si dicha institución paga una tasa de 16,5% por año, capitalizable semestralmente.

9. **Tasa de interés** Una suma de S/. 1 000 se invirtió durante cuatro años, y la tasa de interés se capitalizó cada medio año. Si esta suma asciende a S/. 1435,77 en el tiempo dado, ¿cuál fue la tasa de interés?

10. **Tasa de interés** Una suma de S/. 3 000 se invirtió durante dos años, y la tasa de interés se capitalizó cada año. Si esta suma asciende a S/. 3 244,8 en el tiempo dado, ¿cuál fue la tasa de interés?

II. INTERÉS COMPUESTO DE MANERA CONTÍNUA

1. **Monto final** Calcule el monto después de tres años si se invierten S/. 2 000 a una tasa de interés de 12% por año, capitalizados de forma continua.

2. **Monto final** Calcule el monto después de cinco años si se invierten S/. 4 000 a una tasa de interés de 9% por año, capitalizados de forma continua.

3. **Monto final** Calcule el monto después de cuatro años si se invierten S/. 7 000 a una tasa de interés de 8,5% por año, capitalizados de forma continua.

4. **Monto final** Calcule el monto después de dos años si se invierten S/. 10 000 a una tasa de interés de 11% por año, capitalizados de forma continua.

5. **Monto final** Calcule el monto después de cuatro años si se invierten S/. 50 000 a una tasa de interés de 4,5% por año, capitalizados de forma continua.

6. **Monto final** Calcule el monto después de un año si se invierten S/. 3 000 a una tasa de interés de 8,3% por año, capitalizados de forma continua.

7. **Monto final** Calcule el monto después de 6 años si se invierten S/. 1 000 a una tasa de interés de 5,1% por año, capitalizados de forma continua.

8. **Inversión** Determine cuánto se debe invertir actualmente en una financiera para obtener $5 000 dentro de 2 años, si dicha institución paga una tasa de 7% por año, capitalizable de forma continua.

9. **Inversión** Determine cuánto se debe invertir actualmente en una financiera para obtener $3 000 dentro de 1 año, si dicha institución paga una tasa de 2,3% por año, capitalizable de forma continua.

10. **Inversión** Determine cuánto se debe invertir actualmente en una financiera para obtener $6 000 dentro de 4 años, si dicha institución paga una tasa de 6,7% por año, capitalizable de forma continua.

SEMANA N°13
CRECIMIENTO POBLACIONAL

Sesión N°1:
TEMA: Crecimiento poblacional

I. GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN EXPONENCIAL

Grafica las siguientes funciones determinando el dominio, rango y asíntota de la función.

1. $f(\mathrm{x}) = e^{x}$
2. $f(\mathrm{x}) = e^{x+2}$
3. $f(\mathrm{x}) = e^{-x+3}$
4. $f(\mathrm{x}) = e^{-x-3}$
5. $f(\mathrm{x}) = e^{x-3} + 2$
6. $f(\mathrm{x}) = e^{x-3} - 4$

II. CRECIMIENTO POBLACIONAL

1. El número de bacterias en un cultivo se modela mediante la función:

$$\mathrm{n(t)} = 600e^{0,37t}$$

donde" t" se mide en horas.

a) Determine la población inicial de bacterias.
b) Determine la población en 5 años.
c) Determine la población en 10 años.
d) ¿Cuál es la tasa relativa, (expresar en porcentaje)?

2. La población para cierta ciudad fue 112 000 en 1998, y la tasa de crecimiento relativa observada es 4% por año.
a) Encuentre una función que modele la población después de "t" años.
b) Determine la población inicial.
c) Determine la población en el año 2001.
d) Determine la población en el año 2015.

3. El número bacterias en un recipiente que contiene yogurt se modela mediante la siguiente función: $\mathrm{n(t)} = 5000e^{0,5t}$, donde "t" se mide en horas.

a) Determina la cantidad inicial de bacterias.
b) Determine la cantidad de bacterias después de 5 horas.
c) ¿Cuál es la tasa relativa, (expresar en porcentaje)?

4. La población en cierta ciudad fue de 120 000 en 1995, y la tasa de crecimiento relativa observada fue de 2,3% por año.

a) Encuentra una función que modele la población después de t años.
b) Encuentre la población en el año 2005

5. La población del mundo en el año 2000 fue de 6,1 miles de millones, y la tasa de crecimiento relativa observada era de 1,4% por año. Si el crecimiento de la población continúa a ese ritmo:

a) Encuentra una función que modele la población después de t años.
b) Encuentre la población en el año 2005

III. DECAIMIENTO RADIOACTIVO

1. Una muestra de 18g de yodo radiactivo se desintegra de tal manera que la masa restante después de t días está dada por $\mathrm{m(t)} = 16e^{t}$, donde m(t) se mide en gramos. ¿Cuántos gramos de yodo hay inicialmente, después de 2 días, después de 5 días?

2. Fármacos Cuando se administró cierto fármaco a un paciente, el número de miligramos que permanecen en el torrente sanguíneo del paciente después de t horas se modela mediante :

$$\mathrm{F(t)} = 70e^{-0,4t}$$

a) ¿Cuántos miligramos se suministraron inicialmente?
b) ¿Cuántos miligramos permanecen en el torrente sanguíneo después de tres horas?
c) Trace la gráfica de la función para $0 \leq t \leq 10$. Elabore una tabla de valores.
d) Utilice la gráfica del inciso c) para determinar cuándo la concentración llega a 7 miligramos

3. Decaimiento radiactivo Los médicos usan el yodo radiactivo como trazador para diagnosticar ciertos trastornos de la glándula tiroides. Este tipo de yodo se desintegra de tal manera que la masa restante después de t días se determina mediante la función

$$\mathrm{m(t)} = 7e^{-0,85t}$$

Donde m(t) se mide en gramos

a) ¿Cuántos gramos de yodo se suministraron inicialmente?
b) ¿Cuánta masa queda después de 15 días?
c) Trace la gráfica de la función para $0 \leq t \leq 10$. Elabore una tabla de valores.
d) Utilice la gráfica del inciso c) para determinar cuándo la concentración llega a 3 gramos.

SESIÓN N°02
TEMA: Función logística

I. FUNCIÓN LOGÍSTICA

1. El número de estudiantes infectados con gripe en una escuela después de **t** días se modela mediante la función:

$$P(\mathrm{t}) = \frac{800}{1+49e^{-0,2t}}$$

a) Determina el número inicial de infectados
b) ¿Cuantos infectos serán en 5 días?

2. Un alumno enfermo de un virus de catarro regresa a un colegio aislado, de 4000 estudiantes. La cantidad de estudiantes infectados con catarro, " t" días después de regreso del alumno enfermo, se calcula mediante la siguiente función :

$$P(\mathrm{t}) = \frac{4000}{1+3999e^{-0,8903t}}$$

a) ¿Cuantos infectados hay inicialmente?
b) De acuerdo con este modelo, ¿Cuántos estudiantes serán infectados por el catarro después de 10 días?

3. Un lago pequeño contiene cierta especie de pez. La población de peces se modela mediante la función:

$$P(\mathrm{t})=\frac{10}{1+4e^{-0,8t}}$$

Donde P es el número de peces en miles y t se mide en años después que se provisionó el lago.

a) ¿Cuantos peces hay inicialmente?
b) Encuentre la población de peces después de tres años.

4. Una enfermedad infecciosa comienza a diseminarse en una ciudad pequeña con 20 000 habitantes. Después de t días, el número de personas que ha sucumbido al virus se modela mediante la función:

$$P(\mathrm{t})=\frac{20000}{5+1245e^{-0,99t}}$$

a) ¿Cuántas personas infectadas hay inicialmente?
b) ¿Cuántas personas se infectarán en 15 años?

5. Suponga que una población de conejos se comporta de acuerdo con el modelo de crecimiento logístico

$$P(\mathrm{t})=\frac{300}{0,05+\left(\dfrac{300}{n_0}-0,05\right)e^{-0,55t}}$$

Donde n_0 es la población inicial de conejos
Si la población inicial es 50 conejos. ¿Cuál será la población después de 12 años?

6. Algunos analistas opinan que la población mundial se ajusta, desde 1960, a la función

$$P(\mathrm{t})=\frac{36000}{1+11e^{-0,02123t}}$$

Siendo t = 0 en 1960 y teniendo en cuenta que P(t) está dado en millones de personas.

¿Cuánto era la población en el año 1960, 1990, 2010 y 2016?, ¿Cuánto será la población en el 2017 y 2020?

II. Otras aplicaciones

1. Ecuación de aprendizaje Suponga que la producción diaria de unidades de un nuevo producto en el t-ésimo día de una corrida de producción está dada por:

$$P(\mathrm{t})=400(1-\mathrm{e}^{-0,3t})$$

Tal ecuación se llama ecuación de aprendizaje, la cual indica que conforme pasa el tiempo, la producción por día aumentará. Esto puede deberse a un aumento en la habilidad de los trabajadores. Determine:

a) La producción en el primer día
b) La producción en el décimo día

2. **Enfriamiento de la sopa** en una fiesta se sirve un tazón de sopa caliente. Comienza a enfriarse según la ley del enfriamiento de Newton, de modo que su temperatura en el instante t se determina mediante

$$T(t) = 65 + 145e^{-0,05t}$$

Donde t se mide en minutos y T se mide en °F.

a) ¿Cuál es la temperatura inicial de la sopa?
b) ¿Cuál es la temperatura después de 10 minutos?

SESIÓN N°3
Práctica de funciones exponenciales

I. Grafica las siguientes funciones exponenciales, determinando los interceptos con los ejes, la ecuación de la asíntota y el dominio y rango.

1. $f(x) = 5^{x+2}$
2. $f(x) = 3^{-x+1} - 4$
3. $f(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-2} + 3$
4. $f(x) = e^{x-4} - 1$
5. $f(x) = e^{-x-1} + 1$

II. Resuelve los siguientes problemas

1. **Monto final** Una suma de $3 000 se invierte a una tasa de interés de 14,6% anual. Calcule la cantidad en la cuenta después de dos años si el interés se compone semestralmente.

2. **Monto final** Encuentre el monto y el interés compuesto para una inversión de S/. 21 500 a una tasa de interés de 15,3%, compuesto cada semestre, durante 5 años.

3. **Tasa de interés** Una suma de S/. 5 000 se invirtió durante cuatro años, y la tasa de interés se capitalizó cada semestre. Si esta suma asciende a S/. 9435,77 en el tiempo dado, ¿cuál fue la tasa de interés?

4. **Monto final** Calcule el monto después de cinco años si se invierten S/. 50 000 a una tasa de interés de 11,9% por año, capitalizados de forma continua.

5. **Inversión** Determine cuánto se debe invertir actualmente en una financiera para obtener $11 000 dentro de 7 años, si dicha institución paga una tasa de 8,9% por año, capitalizable de forma continua.

6. La población en cierta ciudad fue de 150 000 en 1994, y la tasa de crecimiento relativa observada fue de 1,5% por año.

   a) Encuentra una función que modele la población después de t años.
   b) Encuentre la población en el año 2011

7. El número de estudiantes infectados con gripe en una escuela después de **t** días se modela mediante la función:

$$P(t) = \frac{900}{1 + 49e^{-0,2t}}$$

   a) Determina el número inicial de infectados
   b) ¿Cuantos infectos serán en 15 días?

8. **Ecuación de aprendizaje** Suponga que la producción diaria de unidades de un nuevo producto en el t-ésimo día de una corrida de producción está dada por:

$$P(\mathrm{t}) = 300(1 - \mathrm{e}^{-0,3t})$$

Tal ecuación se llama ecuación de aprendizaje, la cual indica que conforme pasa el tiempo, la producción por día aumentará. Esto puede deberse a un aumento en la habilidad de los trabajadores. Determine:

a) La producción en el segundo día
b) La producción en el noveno día

SEMANA Nº 14
FUNCIÓN LOGARÍTMICA

SESIÓN N° 01
TEMA: Propiedades de los logaritmos

I. En los problemas del 1 al 8 exprese cada forma logarítmica de manera exponencial y cada forma exponencial de manera logarítmica.

1. $10^4 = 10000$	**4.** $125^{2/3} = 25$	**7.** $\ln 5 = 1,6094$
2. $3 = \log_6 216$	**5.** $e^3 = 20,086$	**8.** $\log 6 = 0,7782$
3. $\log_2 512 = 8$	**6.** $e^{0,245} = 1,3$	

II. Calcule usando las propiedades básicas.

1. $\log_5 625$	**4.** $3\log\sqrt[3]{100} - \ln e^3$	**7.** $\log 0,001$	**10.** $\log_5(5\sqrt[3]{5})^2$
2. $\log_2 128$	**5.** $\log_7 7$	**8.** $e^{\ln(x-2)} - x$	**11.** $\log_3 \frac{1}{81}$
3. $2\log\sqrt{10} - \ln\sqrt[3]{e}$	**6.** $\log 10000$	**9.** $\log_6 1$	**12.** $\log_{25}\sqrt[3]{625}$

III. Usando la forma exponencial, determine x.

1. $\log_5 x = 2$	**6.** $\log_x(3x - 8) = 1$
2. $\log x = -2$	**7.** $\log_x(12 - x) = 2$
3. $\ln x = -3$	**8.** $\log_x(12 - 2x - x^2) = 2$
4. $\log_x 64 = 6$	**9.** $\log_x(3x + 15) = 2$
5. $\log_x 5 = \frac{1}{2}$	

III. En los ejercicios escriba cada expresión en forma amplificada

1. $\log(x(x-2)^2)$

2. $\log\sqrt{\frac{x}{x+1}}$

3. $\ln\dfrac{x^3(x-2)}{(x+3)^2}$

4. $\ln\sqrt{\dfrac{x^2(x+5)^4}{x-5}}$

5. $\ln\left[\dfrac{\log 100}{e^{\sqrt[3]{x-3}}}\right]$

IV. En los ejercicios exprese cada una de las formas dadas como un solo logaritmo.

1. $\log_3 x + \log_3 2x$

2. $\log(x+1)^2 - \log 2(x+1)$

3. $4\log 4 + 3\log 3$

4. $1 + \log x - \log y - 2\log z$

5. $1 + \ln x - \frac{2}{3}\ln(2x-1) - \ln(\frac{1}{x})$

SESIÓN N° 02
TEMA: Función logarítmica

Grafique las funciones. Determine el dominio, rango, interceptos y la asíntota

1. $f(x) = \log_2 x$
2. $f(x) = 2\log_2 x$
3. $f(x) = \log_2(x-4)$
4. $f(x) = \log_3(x+3)$
5. $f(x) = 2 + \log x$
6. $f(x) = -\log_3 x$
7. $f(x) = \ln(x+2)$
8. $f(x) = \log_3(x-2) - 3$
9. $f(x) = \log_2(-x)$
10. $f(x) = 2 + \ln(-x)$

SESIÓN N° 03
Práctica de función logarítmica

I. Determine el valor de x

1. $\ln x = 2$

2. $\log_5(x-1) = -2$

3. $\log_{(1-x)}(2x^2 - 13x - 11) = 2$

II. Escriba cada expresión en forma amplificada

1. $\ln\frac{\sqrt{e}}{e-2}$
2. $\ln\dfrac{x}{(x+3)(x+4)}$
3. $\log\dfrac{\sqrt[3]{a}}{(a-2)^3(a+1)^2}$
4. $\log\dfrac{10}{z(z+1)(z+2)}$
5. $\ln\left[\dfrac{e}{x+1}\sqrt[4]{\dfrac{x^2}{x-3}}\right]$

III. Expresar como un solo logaritmo

1. $\log_3 4-\log_3 8$
2. $3\log z-2\log(z+2)$
3. $\frac{1}{2}\log 27-\log\sqrt{3}$
4. $2(\log 2+\log x-3\log y)$
5. $\frac{1}{2}\log_2 x+3\log_2(x-2)-2$

IV. Resuelve los siguientes problemas contextualizados.

1. **Ecuación de costo.** Para una campaña, el costo para producir *q* unidades de un producto está dado por la ecuación. $c=(3q.\ln q)+30$

   Evalúe el costo cuando *q* = 6 (redondee su respuesta a dos decimal).

2. **Ecuación de la oferta.** La ecuación de la oferta de un fabricante es:

$$p=\log\left(10+\frac{q}{4}\right)$$

   donde *q* es el número de unidades ofrecidas con el precio *p* por unidad. ¿A qué precio el fabricante ofrecerá 4 000 unidades?

3. **Inversión**. La ecuación $A=P(1{,}105)^t$ da el valor A al final de t años de unan inversión *P* compuesta anualmente a una tasa de interés de 10,5%. ¿Cuántos años tomará para que una inversión se duplique? De su respuesta al año más cercano.

4. **Venta.** Después de t años, el número de unidades de un producto vendidas por año está dado por $q=1000\left(\frac{1}{2}\right)^{0,8^t}$. Tal ecuación se llama ***ecuación de Gompertz***, la cual describe el crecimiento natural de áreas de estudio. Resuelva esta ecuación para t y demuestre que:

$$t=\frac{\log\left(\dfrac{3-\log q}{\log 2}\right)}{\log 0{,}8}$$

5. **Ley del olvido.** La Ley de Ebbinghaus del olvido establece que si se aprende una tarea a un nivel de desempeño P_0 , entonces después de un intervalo de tiempo t el nivel de desempeño P satisface:

$$\log P = \log P_0 - c\,\log(t+1)$$

donde **c** es una constante que depende del tipo de tarea y t se mide en meses.
a) Despeje P
b) Si una puntuación en una prueba de Historia es 90, ¿qué puntuación esperaría obtener en una prueba similar dos meses después? (considerar c = 0.2)

6. **Colonia de bacterias** Cierta cepa de bacterias se divide cada tres horas. Si una colonia comienza con 50 bacterias, entonces el tiempo t (en horas) requerido para que la colonia crezca a N bacterias se expresa como:

$$t = 3\,\frac{\log\left(\frac{N}{5}\right)}{\log 2}$$

Calcule el tiempo requerido para que la colonia crezca a un millón de bacterias.

7. **Distribución de la riqueza**. Vilfredo Pareto(1848-1923) observó que la mayor parte de la riqueza de un país la poseen algunos miembros de la población. El principio de Pareto es:

$$\log P = \log c - k \log W$$

donde W es el nivel de riqueza (cuánto dinero tiene una persona) y P es el número de personas en la población que tiene esa cantidad de dinero.

a) Resuelve la ecuación para P.
b) Suponga que k=2,1, c = 8000 y W se mide en millones de soles. Use el inciso a) para hallar el número de personas que tienen dos millones o más. ¿Cuántas personas tienen 10 millones o más?

8. **Biodiversidad.** Algunos biólogos modelan el número de especies S en un área fija A (como una isla) mediante la relación especie – área

$$\log S = \log c + k \log A$$

Donde c y k son constantes positivas que dependen del tipo de especies y el hábitat.

a) De la ecuación despeje S.
b) Use el inciso a) para mostrar que si k=3 entonces duplicar el área incrementa el número de especies ocho veces.

SEMANA Nº 15
ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

SESIÓN N° 01
Prueba de desarrollo N° 04

SESIÓN N° 02
Resolución de la prueba de desarrollo
Ecuaciones exponenciales

Resolver las ecuaciones. Redondee sus respuestas a tres decimales.

1. $3^{x}=7$
2. $e^{3x}=6$
3. $5e^{2x}+1=20$
4. $7e^{3x-2}-1=13$
5. $5^{x+4}=15$
6. $2^{3x+5}=5$
7. $4\left(1+10^{5x}\right)=9$
8. $6^{\frac{x}{2}}=18$
9. $3^{-\frac{4x}{3}}=\frac{5}{2}$
10. $\frac{6}{5^{x}}=3$
11. $\frac{6}{12^{2x}}=5$
12. $5^{\frac{-x}{100}}=2$
13. $\frac{50}{1+e^{-x}}=5$
14. $3(10)^{x+2}+(10)^{x}=13$

SESIÓN N° 03
TEMA: Ecuaciones logarítmicas

Resolver las ecuaciones. Redondee sus respuestas a tres decimales.

1. $\log(5x-1)=\log(x+9)$
2. $\log x+\log 5=\log 7$
3. $\log 8-\log(x-2)=\log 3$
4. $\log_{6}3x-\log_{6}(x+1)=\log_{6}1$
5. $\ln x+\ln(x+2)=\ln 3$
6. $\log_{5}x+\log_{5}(x+1)=\log_{5}20$
7. $2\log x=\log 2+\log(3x-4)$
11. $\log_{9}(x-5)=1-\log_{9}(x+3)$
12. $\ln(x-1)=1-\ln(x+2)$
13. $\log_{2}x+\log_{2}(x+2)=\log_{2}(x+6)$
14. $\log_{5}(x-2)+\log_{5}(x+5)=2\log_{5}3$
15. $\log_{2}\left(\frac{9}{x}\right)=2+\log_{2}x$
16. $2\log(3x-4)=\log 100+\log(2x+1)^{2}$
17. $\log_{2}\left(x^{2}-1\right)-\log_{2}(x+1)=2$

8. $\log(x-4)=3$

9. $\log_3(2x-1)=2$

10. $\log_2(x+2)=-4$

18. $\log(6x+5)-\log 3=\log 2-\log x$

19. $\ln x=\ln(2x-1)-\ln(x-2)$

20. $\ln(x+3)-\ln(x-2)=\ln x-\ln(x+4)$

SEMANA Nº 16
APLICACIONES DE LAS ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

SESIÓN N° 01
TEMA: Aplicaciones de las ecuaciones exponenciales y logarítmicas

1) **Interés compuesto** Se invierte una suma de $7 850 a una tasa de interés 5,3% por año. Calcule el tiempo requerido para que se duplique el dinero si el interés se compone según el método siguiente:

a) Mensual
b) Semianual
c) De manera continua

2) **Ecuación de demanda** La ecuación de demanda para un producto es

$$p=12^{1-0,01q}$$

siendo p el precio y q el número de productos.

a) Utilizar logaritmos comunes para expresar q en términos p.
b) Calcule el número de productos cuando el precio es de S/. 5

3) **Población** En una ciudad la población P crece a razón de 3% por año, si actualmente tiene una población de 1 321 438 de habitantes, determine:

a) La función P(t) que proporciona la población "t" años a partir de ahora.
b) Determine el valor de t para el que la población llegará a 3 000 000.

4) **Ecuación de aprendizaje** Suponga que la producción diaria de unidades de un nuevo producto en el t-ésimo día de una corrida de producción está dada por

$$q=800(1-e^{-0,2t})$$

Tal ecuación se llama ecuación de aprendizaje, la cual indica que conforme pasa el tiempo, la producción por día aumentará. Esto puede deberse a un aumento en la habilidad de los trabajadores. Determine:

a) La producción en el primer día
b) La producción en el décimo día
c) El tiempo transcurrido para que se alcance las 750 unidades.

5) **Decaimiento radiactivo** Una muestra de 15g de yodo radiactivo se desintegra de tal manera que la masa restante después de t días está dada por $m(t)=15e^{-0,087t}$ donde m(t) se mide en gramos. ¿Después de cuántos días hay solo 5g restantes?

6) **Cultivo de bacterias** El número de bacterias en un cultivo se modela mediante la función:

$$n(t) = 500e^{0,45t}$$

donde "t" se mide en horas. ¿Después de cuántas horas la cantidad de bacterias llega a 10 000?

7) **Cultivo de bacterias** Un cultivo comienza con 10 000 bacterias, y el número se duplica cada 40 minutos.

a) Encuentre una función que modele el número de bacterias en el tiempo t.
b) Encuentre el número de bacterias después de una hora.
c) ¿Después de cuántos minutos habrá 50 000 bacterias?
d) Bosqueje na gráfica del número de bacterias en el tiempo t

8) **Población de conejos** Cierta raza de conejos se introdujo en una pequeña isla hace unos siete años. La población actual de conejos en la isla se estima en 1 400, con una tasa de crecimiento relativa de 45% por año.

a) ¿Cuál fue el tamaño inicial de la población de conejos?
b) Estime la población 12 años a partir de ahora.
c) Cuántos años deben transcurrir a partir de ahora para que la población de conejos llegue a 8 000.

9) **Población de peces** Un lago pequeño contiene cierta especie de pez. La población de peces se modela mediante la función

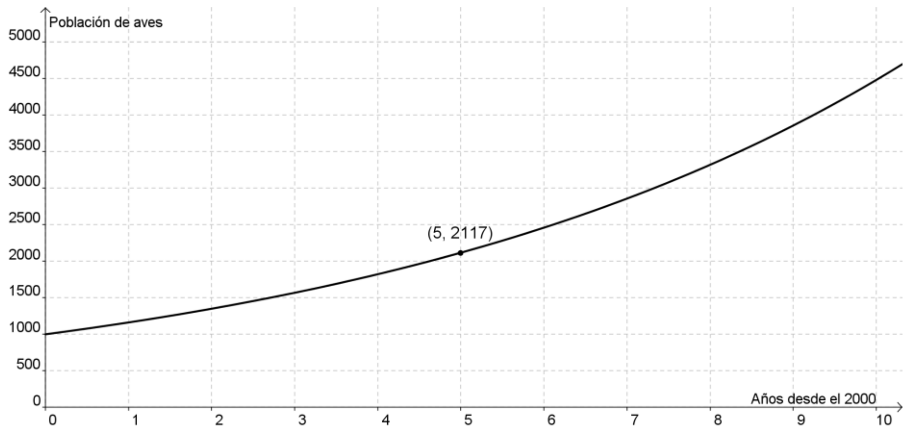
$$P=\frac{10}{1+4e^{-0,7t}}$$

Donde P es el número de peces n miles y t se mide en años desde que se aprovisionó el lago.

a) Encuentre la población de peces después de 4 años
b) ¿Después de cuántos años la población de peces llega a 9 000?

10) **Población de aves** La gráfica muestra la población de una rara especie de ave, donde t representa años desde el 2000.

a) Encuentre la función que modele la población "t" años después del 2000.
b) ¿Cuál se espera sea la población de aves en el año 2014?
c) ¿En qué año la población de aves llega a 10000?



11) Población El INEI muestra los siguientes datos de la población para el departamento de Junín.

Año	Población
2005	1 260 947
2010	1326 316

Si se asume que el modelo de crecimiento poblacional es de tipo exponencial, calcule:

a) La función que modele la población "t" años después de 2005.(Use una aproximación a 4 decimales para r)
b) En qué año la población llegará a 2 millones de habitantes.
c) En qué año la población se habrá duplicado respecto al 2005.

12) Composición de oxígeno Un experimento fue llevado con un tipo particular de pez (Dentón Común).
Se determinó el consumo de oxígeno de rutina (COR) en ejemplares de pesos corporales (P) comprendidos entre 117 y 746 g y temperaturas (T) de 13,9 a 28,1°C. Los valores de COR se correlacionaron significativamente con el peso y se ajustaron mediante análisis de regresión múltiple a la ecuación:

$$\ln COR = -4{,}675 + 0{,}823 \cdot \ln P + 1{,}233 \cdot \ln T$$

Resolver la ecuación para COR, P y T respectivamente

13) Depreciación Una alternativa de la depreciación lineal es la depreciación por *saldo decreciente*. Este método supone que un artículo pierde su valor más rápido al inicio de su vida que posteriormente. Un porcentaje fijo del valor se resta cada año. Supóngase que el costo inicial de un artículo es C y su vida útil es de N años.
Entonces el valor, V, del artículo al final de n años está dado por

$$V = C\left(1 - \frac{1}{N}\right)^n$$

Un informe de la revista Appliance titulado "U.S. Appliance Industry: Market Value, Life Expectancy and Replacement Picture 2011" (La industria de los electrodomésticos en EE. UU.: valor de mercado, vida útil y reemplazo, 2011") estima que la vida útil de un refrigerador es de entre 10 y 16 años. Los cálculos del sitio web The Virtual Repairman (El técnico virtual) indican que es de entre 8 y 14 años. Sin embargo, el sitio web Repair Clinic (Clínica de reparación) es más optimista, con una vida útil promedio de entre 14 y 17 años. La mayoría de los cálculos abarcan un período de varios años ya que tienen en cuenta los diferentes niveles de desgaste y los grados de mantenimiento de rutina al que se somete el aparato durante su ciclo de vida.

Si una refrigeradora nueva no frost de 450L cuesta S/. 2 900, ¿después de cuánto tiempo su valor cae debajo de S/. 1 000? Proporcione la respuesta para cada uno de los 3 informes anteriores.

14) Enfriamiento de cuerpos En un estudio de la velocidad de enfriamiento de partes aisladas de un cuerpo cuando se expone a bajas temperaturas, aparece la siguiente ecuación

$$T_t - T_e = (T_t - T_e)_o e^{-at} \quad \text{(Ley de enfriamiento de Newton)}$$

Donde T_t es la temperatura de la parte del cuerpo en el instante t, T_e es la temperatura del medio ambiente, el subíndice o se refiere a la diferencia de temperaturas iniciales y a es una constante.

Despeje la constante "a"

15) Ley de enfriamiento Una taza de café tiene un temperatura de 93,3°C y se coloca en una habitación que tiene una temperatura de 21,1°C. Después de 10 minutos la temperatura del café es 65,6°C.

a) Encuentre una función que modele la temperatura del café en el instante t.
b) Calcule la temperatura del café después de 15 minutos.
c) ¿En qué momento el café se habrá enfriado a 37,8°C?
d) Ilustre mediante el trazo de una gráfica la función de temperatura.

16) **La escala de pH** Los químicos medían la acidez de una disolución dando su concentración de ion de hidrógeno hasta que Sorensen, en 1909, propuso una medida más conveniente. Él definió

$$pH = -\log[H^+]$$

Donde $[H^+]$ es la concentración de los iones de hidrógeno medida en moles por litro (M).
Las disoluciones con un pH de 7 se definen como *neutras*, aquellas con pH < 7 son *ácidas* y las que tiene pH >7 son *básicas*.

a) Se midió la concentración de ion de hidrógeno de una muestra de sangre humana y se encontró que es $[H^+] = 3{,}16x10^{-8}$M. Determine el pH y clasifique la sangre como ácida o básica.

b) El pH más bajo registrado en agua de lluvia ha sido 2,4, en Escocia en 1974. Determine la concentración de hidrógeno.

SESIÓN N° 02
Práctica sobre las aplicaciones de las ecuaciones exponenciales

1. **Interés compuesto** Se invierte una suma de S/. 35 100 a una tasa de interés de 4,25% anual. Encuentre el tiempo requerido para que la cantidad crezca a S/. 50 000, si el interés se capitaliza:

   a) Bimestralmente
   b) trimestralmente
   c) De manera continua

2. **Ingreso** Debido a una campaña de publicidad ineficaz, la compañía "Cable total" encuentra que sus ingresos anuales han reducido una reducción drástica. Por otra parte, el ingreso anual R al final de los "t" años de negocios satisface la ecuación

$$R(t) = 250000 \cdot e^{-0{,}25t}$$

   Encuentre el ingreso al final de 3 años y al final de 5 años.

3. **Curva de aprendizaje** Una curva de aprendizaje es una gráfica de una función P(t) que mide el desempeño de alguien que aprende una habilidad como una función del tiempo de entrenamiento t. Al comienzo, la tasa de aprendizaje es rápida. Luego, conforme se incremente el desempeño y se aproxime a un valor máximo M, disminuye la tasa de aprendizaje. Se ha encontrado que la función

$$P(t) = M - Ce^{-kt}$$

   donde k y C son constantes positivas y C < M es un modelo razonable para el aprendizaje.
   Exprese el tiempo de aprendizaje t como una función del nivel de desempeño P.

4. Para un saltador con pértiga en entrenamiento, la curva de aprendizaje está dada por

$$P(t) = 20 - 14e^{-0{,}024t}$$

Donde P(t) es la altura que puede saltar después de t meses. ¿Después de cuántos meses puede saltar 12 pies? Dibuje una gráfica de la curva de aprendizaje de la situación descrita.

5. **Cultivo de bacterias** El tamaño inicial de un cultivo de bacterias es 1000. Después de una hora la cuenta de bacterias es 6000. (aproxime su respuesta hasta 4 decimales).

   a) Encuentre una función que modele la población después de "t" horas.
   b) Calcule la población después de 1,2 horas
   c) ¿Cuándo la población llega a 18 000?

6. **Población** La población para cierta ciudad fue 123 000 habitantes en el año 2 001, y la tasa de crecimiento relativa observada es 4,1% por año.

   a) Encuentre una función que modele la población después de "t" años.
   b) Encuentre la población proyectada en el año 2 022.
   c) ¿Después de cuántos años la población llega a 500 000?

7. **Mercadotecnia** Una compañía de investigación de mercado necesita determinar cuántas personas se adaptan al sabor de unas nuevas pastillas para la tos. En un experimento, a una persona se le dio una pastilla y se le pidió que periódicamente asignara un número, en la escala de 0 a 10, al sabor percibido. Este número fue llamado *magnitud a la respuesta*. El número 10 fue asignado al sabor inicial. Después de llevar a cabo el experimento varias veces, la compañía estimó que la magnitud de la respuesta, R, está dada por

$$R = 10e^{-t/30}$$

   Donde t es el número de segundos después de que la persona tomó la pastilla para la tos.

   a) Encuentre la magnitud de la respuesta después de 15 segundos. Redondee la respuesta al entero más cercano.
   b) ¿Después de cuántos segundos la persona tiene una magnitud de respuesta 5? Aproxime su respuesta al segundo más cercano.

8. **Hora de la muerte** La ley de enfriamiento de Newton se emplea en investigaciones de homicidios para determinar la hora de la muerte. La temperatura corporal normal es de 37°C. Inmediatamente después de la muerte el cuerpo comienza a enfriarse. Se ha determinado de manera experimental que la constante en la ley de Newton del enfriamiento es aproximadamente k = 0,1947, asumiendo que el tiempo se mide en horas. Suponga que la temperatura del entorno es de 16°C.

   a) Encuentre la función T(t) que modela la temperatura t horas después de la muerte.
   b) Si la temperatura del cuerpo es de 22,2°C, ¿hace cuánto tiempo fue la hora de la muerte?

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

BÁSICA

- HAEUSSLER Ernest y PAUL Richard**.** *Matemáticas para administración, economía, ciencias sociales y de la vida*. 8a.ed. México: Pearson. 2007
  Código biblioteca UC: 519/ H14

COMPLEMENTARIA

- DEMANA F., WAITS B., FOLEY G. y KENNEDY D**.**. *Precálculo: gráficas, numérico, algebraico* (7a ed.).México: Pearson Educación. 2007
  Código biblioteca UC: 512.1/ D56

- LARSON Ron y HOSTETLER Robert. *Precálculo.* 7a ed. China: Reverté. 2008. Código biblioteca UC: 512.13/ L25 2008
- PETERSON J.. *Matemáticas básicas: Algebra, trigonometría y geometría analítica.* 3a. ed. México: CECSA. 2001
- SOO Tang Tan. *Matemáticas para administración y Economía.* México: Thomson. Editores. 2000. Código biblioteca UC: 519 / T19 2009
- STEWART James, REDLIN Lothar y WATSON Saleem**.** *Précalculo: Matemáticas para el cálculo.* (5a. ed.). México: Cengage Learning. 2007
  Código biblioteca UC: 515 / S79
- ZILL Denis G. y DEWAR Jacqueline. *Precálculo con avances de cálculo.* 4a. ed. Colombia: McGraw Hill. 2008

ENLACES Y DIRECCIONES ELECTRÓNICAS
- KHANACADEMY (2006) Base de datos. Estados Unidos. Recuperado el 28 de enero de 2015, de https://es.khanacademy.org/