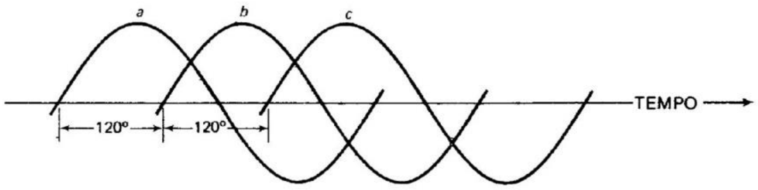
Universidad Continental

Circuitos de corriente alterna

Análisis senoidal en estado estable

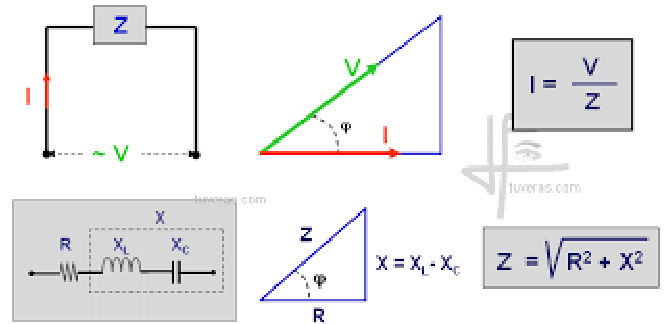
Ing. Boris D'Anglés Woolcott



Sesión 09: Senoides y fasores

Propósito:

- Analiza las características más importantes de una onda sinusoidal utilizando la notación fasorial para resolver problemas con señales sinusoidales y números complejos.
- Resuelve problemas con circuitos con fasores.



Senoides

- Un senoide es una señal que tiene la forma de función seno o coseno.
- Sirve para representar a una onda de corriente o tensión en corriente alterna.

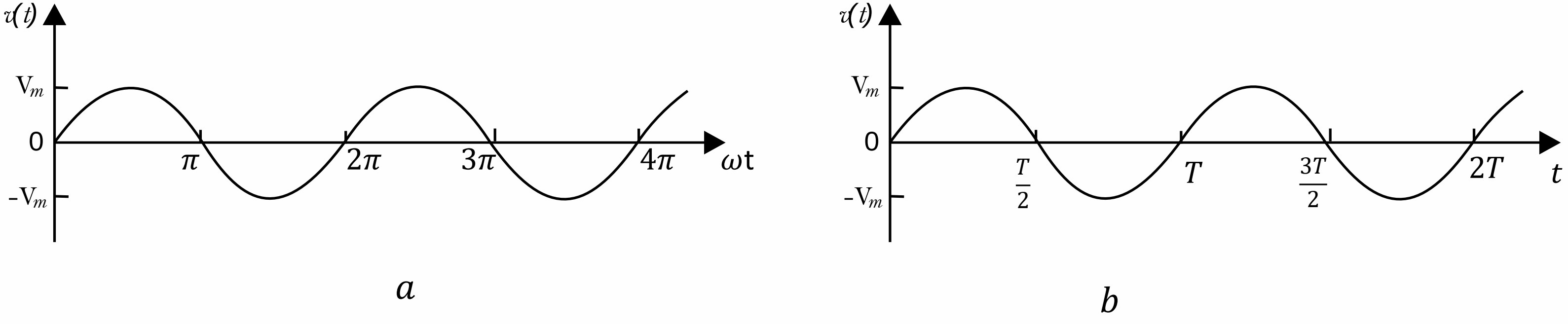


Figura 9.1

Gráfica de $V_m\,sen\,\omega t$: a) Como función ωt, b)Como función de t

Representación senoidal de la tensión

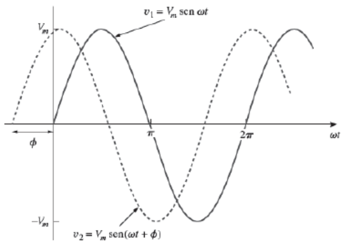


Figura 9.2
Dos senoides con diferentes fases.

- Una onda de tensión o corriente puede expresarse como una función seno o coseno.
- Podemos definir la expresión general de un senoide con la siguiente expresión:

$$\omega v(t) = V_m \operatorname{sen}(\omega t + \emptyset$$

Donde ($\omega t+\phi$) es el argumento y ϕ es la fase.
Tanto el argumento como la fase pueden estar en radianes o grados.

$$v_1(t) = V_m sen\omega t \qquad v_2(t) = V_m sen(\omega t + \emptyset)$$

V(t) es el valor instantáneo en un tiempo t.
Vm es el valor pico de onda
ω es la velocidad angular
T es el periodo $\omega = 2\pi f$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Función periódica

- Una función periódica es aquella que satisface $f(t) = f(t + nT)$ para cualquier ***t*** y para cualquier ***n*** entero.

- El hecho de que v(t) se repita cada T segundos se demuestra reemplazando t por t + T en la función senoidal, así se obtiene:

$$v(t+T) = V_m\, sen\omega(t+T) = V_m\, sen\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right)$$

$$= V_m\, sen(\omega t + 2\pi) = V_m\, sen\omega t = v(t)$$

$$\boxed{v(t+T) = v(t)}$$

- Lo cual quiere decir que v tiene el mismo valor en t + T que en t, y que v(t) es periódica.

Expresión de senoides en función de senos y cosenos

- Una senoide puede expresarse en forma de seno o de coseno.
- Cuando se comparan dos senoides es útil expresar ambas en función de senos y cosenos con amplitudes positivas utilizando expresiones trigonométricas.

$$sen(A \pm B) = sen\ A \cos B \pm \cos A\ sen\ B$$
$$cos(A \pm B) = cos\ A \cos B \pm \text{sen}\ A\ sen\ B$$

- Utilizando las expresiones anteriores se puede obtener las equivalencias que se muestran:

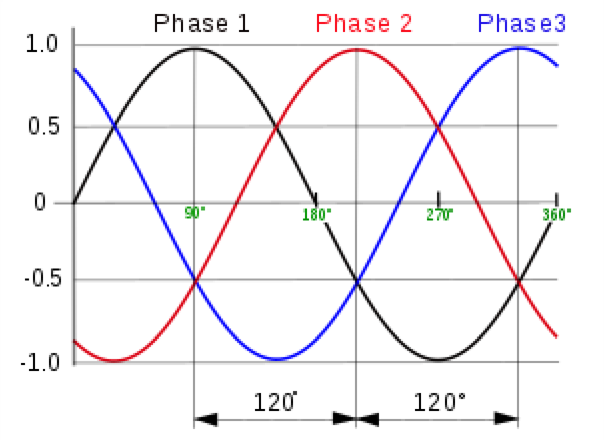
$$sen(\omega t \pm 180°) = -sen\omega\text{t}$$
$$cos(\omega t \pm 180°) = -cos\omega\text{t}$$
$$sen(\omega t \pm 90°) = -cos\omega\text{t}$$
$$sen(\omega t \pm 90°) = -cos\omega\text{t}$$
$$cos(\omega t \pm 90°) = -sen\omega\text{t}$$

Expresiones en el dominio temporal y en el dominio fasorial

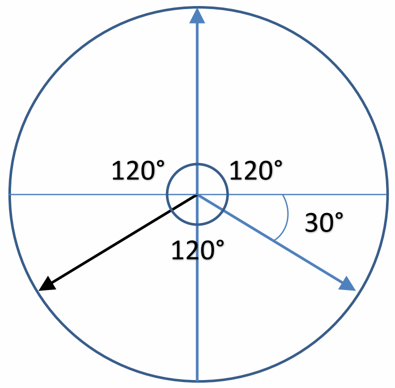
- La corriente trifásica se puede expresar como tres ondas desfasadas entre si, las cuales son representadas como tres funciones las cuales se expresan como sigue:

$V_{fase\ 1} = Vm.Cos(\omega t + 0^o)$ $V_{fase\ 2} = Vm.Cos(\omega t + 120^o)$ $V_{fase\ 3} = Vm.Cos(\omega t + 240^o)$

- La corriente trifásica también se puede representar en forma fasorial (como un vector).



Expresión en el dominio temporal



Expresión en el dominio fasorial

Expresiones en dominio temporal y dominio fasorial

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \emptyset) \quad \Leftrightarrow \quad V = V_m \angle \emptyset$$

(Representación en el dominio temporal)

(Representación en el dominio fasorial)

Fasores

Un fasor es un número complejo que representa la amplitud y la fase de una senoide.

- Los senoides en corriente alterna se expresan fácilmente en términos de fasores, con los que es más cómodo trabajar que con las funciones seno y coseno.
- Un número complejo es una expresión representada por una parte real y otra imaginaria, en la que la parte imaginaria es un múltiplo de i, donde i$= \sqrt{-1}$, que para el caso de los circuitos eléctricos se representa por la letra j.
- Las expresiones fasoriales se pueden dar en coordenadas polares, coordenadas rectangulares así como en función de senos y cosenos.

$$z = x + jy = r\angle\emptyset = r(cos\emptyset + j\ sen\ \emptyset)$$

Expresiones en forma fasorial

- La suma y resta de números complejos es más sencilla en forma rectangular; la multiplicación y divisi*ón* lo son en forma polar.

$$z = x + jy = r\angle\emptyset, \qquad z_1 = x_1 + jy_1 = r_1\angle\emptyset_1$$

$$z_2 = x_2 + jy_2 = r_2\angle\emptyset_2$$

Operaciones con fasores

Suma: $z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$

Resta: $z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2)$

Multiplicación: $z_1 z_2 = r_1 r_2 \angle \emptyset_1 + \emptyset_2$

División: $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{r_1}{r_2} \angle \emptyset_1 - \emptyset_2$

Inverso: $\dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{r} \angle - \emptyset$

Raíz cuadrada: $\sqrt{z} = \sqrt{r} \angle \emptyset / 2$

Operaciones con fasores

Conjugando complejo

$$z^* = x - jy = r \angle{-\emptyset} = re^{-j\emptyset}$$

Representación compleja en función a la expresión de Euler:

$$e^{\pm j\emptyset} = cos\emptyset \pm j\, sen\emptyset$$

Tener en cuenta que: $-j = \frac{1}{j}$

Muchas

Gracias!