



Universidad  
Continental

# FÍSICA II

---

Guía de Trabajo

---



## **Visión**

Ser una de las 10 mejores universidades privadas del Perú al año 2020, reconocidos por nuestra excelencia académica y vocación de servicio, líderes en formación integral, con perspectiva global; promoviendo la competitividad del país.

## **MISIÓN**

Somos una universidad privada, innovadora y comprometida con el desarrollo del Perú, que se dedica a formar personas competentes, íntegras y emprendedoras, con visión internacional; para que se conviertan en ciudadanos responsables e impulsen el desarrollo de sus comunidades, impartiendo experiencias de aprendizaje vivificantes e inspiradoras; y generando una alta valoración mutua entre todos los grupos de interés.

**Universidad Continental**

Material publicado con fines de estudio

Código: ASUC 00348



## Presentación

La **física** es una ciencia natural que estudia las propiedades del espacio, el tiempo, la materia, la energía, así como sus interacciones.

La física no es sólo una ciencia teórica; es también una ciencia experimental. Como toda ciencia, busca que sus conclusiones puedan ser verificables mediante experimentos y que la teoría pueda realizar predicciones de experimentos futuros. Dada la amplitud del campo de estudio de la física, así como su desarrollo histórico en relación a otras ciencias, se la puede considerar la ciencia fundamental o central, ya que incluye dentro de su campo de estudio a la química, la biología y la electrónica, además de explicar sus fenómenos.

Las competencias a desarrollar son: Analiza y aplica los conceptos, leyes, teorías y modelos más importantes y generales de la física, con una visión global y un manejo científico básico, demostrando una actitud crítica con respecto a la información producida y recibida.

Identifica los fenómenos cotidianos, físicos, y tecnológicos; aplicando sus conocimientos de los fenómenos ondulatorios, mecánicos, electromagnéticos y , reconociendo el valor de cada uno como una forma de investigación científica y sus consecuencias.

En general, los contenidos propuestos en el texto universitario, se dividen en trece capítulos: Movimiento periódico, mecánica de fluidos, carga eléctrica y campo eléctrico, ley de gauss, corriente, resistencia y fuerza electromotriz, circuitos de corriente continua, campo magnético y fuerzas magnéticas, inducción electromagnética, corriente alterna, y ondas electromagnéticas; desarrollados a partir del texto: Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 1 y 2. XI Edición Pearson Education; México; 2006.

Se recomienda al estudiante desarrollar ejercicios relacionados con el cálculo integral; así como una permanente lectura de estudio junto a una minuciosa investigación de campo, vía internet, la consulta a expertos y los resúmenes. El contenido del material se complementará con las lecciones presenciales y a distancia que se desarrollan en la asignatura.

Deseamos expresar nuestro agradecimiento a las personas que confiaron en encomendarnos la elaboración del presente material de estudio, el cual será de gran utilidad en el desempeño académico del estudiante.

*Los autores*



## Índice

VISIÓN	2
MISIÓN	2
PRESENTACIÓN	3
ÍNDICE	4

### Primera unidad

1. Movimiento periódico	5
Práctica dirigida N° 1, de movimiento periódico	11
2. Mecánica de fluidos	14
Práctica dirigida N° 2, de mecánica de fluidos	19
3. Carga eléctrica y campo eléctrico	24
Práctica dirigida N° 3, de Carga eléctrica y campo eléctrico	27

### Segunda unidad

4. Ley de Gauss	30
Práctica dirigida N° 4, de la Ley de Gauss	32
5. Potencial eléctrico	36
Práctica dirigida N° 5, de Potencial eléctrico	39
6. Capacitancia y dieléctricos	42
Práctica dirigida N° 6, de <b>Capacitancia y dieléctricos</b>	46

### Tercera unidad

7. Corriente, resistencia y fuerza electromotriz	50
Práctica dirigida N° 7, de Corriente, resistencia y fem	54
8. Circuitos de corriente continua	57
Práctica dirigida N° 8, de Circuitos de corriente continua	63
9. Campo magnético y fuerzas magnéticas	68
Práctica dirigida N° 9, De campo magnético y fuerzas magnéticas	72
10. Fuente de campo magnético	75
Práctica dirigida N° 10, de fuente de campo magnético	78

### Cuarta unidad

11. Inducción electromagnética	82
Práctica dirigida N° 11, de Inducción electromagnética	85
12. Corriente alterna	88
Práctica dirigida N° 12, de corriente alterna	93
13. Ondas electromagnéticas	95
Práctica dirigida N° 12	98

### Referencias bibliográficas

1. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 1, 2. XII Edición Pearson Education; México; 2009.
2. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 1, 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2008.

# Primera unidad

## TEMA 01

### MOVIMIENTO PERIODICO

Muchos tipos de movimiento se repiten una y otra vez: la vibración en un reloj de pulso, la péndola oscilante de un reloj con pedestal, las vibraciones sonoras producidas por un clarinete o un tubo de órgano, el movimiento periódico de los pistones de un motor de combustión, etc. A esta clase de movimiento le llamamos movimiento periódico u oscilación, y será el tema del presente capítulo. Su comprensión será indispensable para nuestro estudio posterior de las ondas, la corriente alterna, las ondas electromagnéticas y la luz.



### Movimiento periódico

El movimiento periódico es aquel movimiento que se repite cada cierto tiempo. Ejemplo la rotación de la tierra, la traslación de la tierra

### Movimiento Oscilatorio

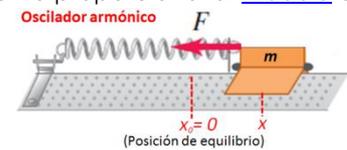
Es aquel movimiento en el cual el cuerpo se mueve en forma de vaivén (ida y vuelta). Ejemplo el péndulo de un reloj,

### Ley Hooke

La ley de Hooke establece que el alargamiento de un muelle es directamente proporcional al módulo de la fuerza que se le aplique.

$$F = -Kx \quad \dots\dots (1)$$

- Siendo: F= Fuerza recuperadora del resorte (N)
- K= Constante del resorte (N/m). Siempre el valor es positivo
- x= Alargamiento (elongación) del resorte (m)



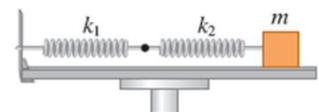
### Conexiones de resortes

Los resortes se pueden conectar en forma de serie, paralela o mixtas

#### i) $K_1$ y $k_2$ conectados en forma de serie:

Las constante de fuerzas efectiva ( $k_{ef}$ ) está dado por:

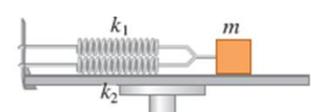
$$\frac{1}{k_{ef}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$



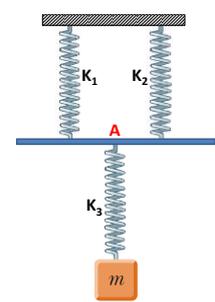
#### ii) $K_1$ y $k_2$ conectados en forma paralela:

Las constante de fuerzas efectiva ( $k_{ef}$ ) está dado por:

$$k_{ef} = k_1 + k_2$$



**Problema 01:** De la figura mostrada  $K_1 = K_2 = 200$  N/m,  $K_3 = 400$  N/m, utilizando una barra de peso despreciable, ¿cuál será la constante equivalente de los resortes?. A es el punto medio de la barra.



Solución:

Datos:  $K_1 = K_2 = 200$  N/m

$K_3 = 400$  N/m

Hallar:  $K_{eq} = ?$

1ro los resortes  $K_1 = K_2$  estan conectados en paralelo; luego  $K_{eq1} = K_1 + K_2$

2do Luego los resortes están conectados en serie; por tanto:  $K_{eq2} = \left( \frac{1}{K_{eq1}} + \frac{1}{K_3} \right)^{-1}$

Por tanto constante equivalente del sistema será:  $K_{eq2} = \left( \frac{1}{200 + 200} + \frac{1}{400} \right)^{-1} \Rightarrow K_{eq2} = 200$  N / m

### Movimiento armónico simple

El movimiento armónico simple (MAS), también es un movimiento periódico y oscilatorio, en ausencia de fricción, producido por la acción de una fuerza deformadora y recuperadora, que es directamente proporcional a la posición, y que queda descrito en función del tiempo por una función senoidal.



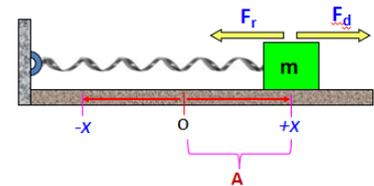
Fuerza recuperadora del resorte (Ley de Hooke):  $F = -Kx$  .....

(1)

Fuerza deformadora (2da Ley de Newton):  $F = ma$  .....

(2)

Siendo:  $F$  = Fuerza deformadora del resorte (N)  
 $m$  = masa del cuerpo (kg).  
 $a$  = Aceleración que toma el cuerpo ( $m/s^2$ )



Igualando las ecuaciones (1) y (2), se obtiene la aceleración:

$$a = -\frac{Kx}{m}$$

**Problema 02:** Una masa de 2 kg se coloca en el extremo de un resorte horizontal; cuya constante es  $k = 400$  N/m. La masa se desplaza una distancia de 12 cm y se libera. ¿Cuál es la aceleración en el instante cuando el desplazamiento es  $x = 7$  cm?

Solución:

Gráfico:

Datos:  $m = 2$  kg

$K = 400$  N/m

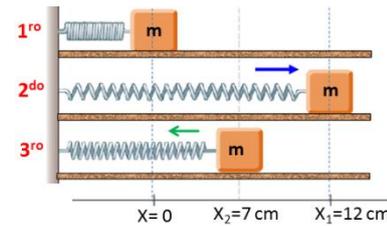
$X_1 = 12$  cm = 0,12 m

Hallar:  $a = ?$ ; Cuando  $x_2 = 7$  cm = 0,07 m.

Por teoría:  $F_d = F_r$

Luego:  $ma = -Kx$

Aceleración:  $a = -\frac{Kx}{m}$



Reemplazando valores:  $a = \frac{-(400)(0.07)}{2} \Rightarrow a = -14.0$  m/s<sup>2</sup>

### Elementos de un movimiento armónico simple

**Ciclo:** Oscilación o vibración completa. Es el movimiento que realiza un cuerpo de ida y vuelta, recorriendo una trayectoria completa (tiene 4 etapas)

**Amplitud (A):** Es la distancia existente entre la posición de equilibrio y cualquiera de las posiciones extremas. La amplitud es el máximo valor de la elongación. Unidad: metro (m).

**Elongación (x):** Es la distancia medida desde la posición de equilibrio hasta el lugar donde se encuentre el cuerpo, en un tiempo dado. Unidad: metro (m)

**Periodo (T):** Es el tiempo que tarda un cuerpo en realizar un ciclo u oscilación. Unidad: Segundos (s)

**Frecuencia (f):** Es el número de ciclos u oscilaciones efectuadas en cada unidad de tiempo. Unidad: 1 Hertz

$$f = \frac{\text{Nro OSCILACIONES}}{\text{tiempo}} ; \quad \text{Ademas: } f = \frac{1}{T}$$

**Frecuencia angular ( $\omega$ ):** representa la rapidez de cambio de una cantidad angular. Unidad rad/s

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} ; \quad \text{también: } \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \begin{matrix} K = \text{constante del resorte: N/m} \\ m = \text{masa del cuerpo oscilante: kg} \end{matrix}$$

**Problema 03.** Una masa de 200 g, suspendida realiza 40 oscilaciones completas en 20 s. ¿Cuál es la constante del resorte?

Solución:

Datos:  $m = 200$  g = 0,2 kg

Nro osc. = 40

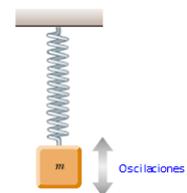
$t = 20$  s

Hallar:  $K = ?$

Teoría de frecuencia:  $f = \frac{\text{Nro Oscilaciones}}{\text{tiempo}}$

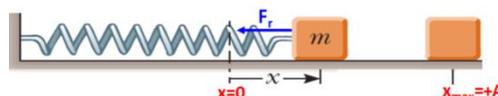
Frecuencia angular:  $\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{K}{m}}$

Luego:  $K = m \left[ 2\pi \frac{\text{Nro osc}}{t} \right]^2 \Rightarrow K = (0,2) \left[ 2\pi \frac{40}{20} \right]^2 \Rightarrow K = 31,58 \frac{N}{m}$  Rpta.



### Ecuación de desplazamiento del movimiento armónico simple

En el movimiento armónico simple, la posición es una función periódica senoidal del tiempo (función seno o coseno).

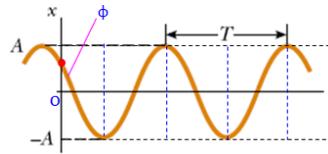




Ecuación general:  $x = A \cos(\omega t + \phi)$  ; Unidad: metro (m)

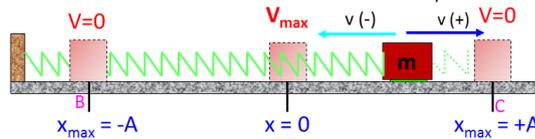
A= Amplitud; (m)  
 $\omega$ = Frecuencia angular (rad/s)  
t= tiempo (s)  
 $\phi$ = Angulo de fase; (rad)

Gráfico:



### Velocidad del movimiento armónico simple

La velocidad de una partícula sometida a movimiento armónico simple; viene ser:



La velocidad (rapidez) es positiva cuando se mueve a la derecha y negativa cuando se mueve a la izquierda.

La velocidad es cero en los puntos finales (B y C)

La velocidad es máxima cuando  $x = 0$  (en el punto medio en cualquier dirección (+ o -)).

La velocidad en el MAS está dado por:  $v = \frac{d(x)}{dt}$  (1)

El desplazamiento está dado por:  $x = A \cos(\omega t + \phi)$  .....(2)

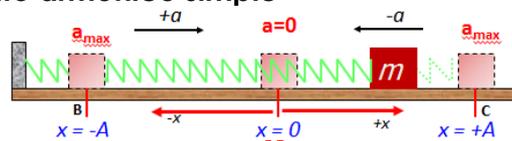
Reemplazando ec. (2) en (1) y derivando:  $v = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$  ; Unidad: m/s

### Velocidad máxima:

Por teoría de funciones trigonométrica; El valor máximo de una función seno = 1;

Por tanto: Si  $\sin(\omega t + \phi) = 1 \Rightarrow v_{\max} = \omega A$

### Aceleración del movimiento armónico simple



La aceleración siempre es opuesta al desplazamiento.

La aceleración está en la dirección de la fuerza restauradora. (a es negativa cuando x es positiva, y a es positiva cuando x es negativa, )

La aceleración es máximo en los puntos finales (B y C)

La aceleración es cero cuando  $x = 0$  (en el centro de oscilación).

La aceleración en el MAS está dado por:  $a = \frac{d(v)}{dt} = \frac{d^2(x)}{dt^2} \Rightarrow a = \frac{d(v)}{dt}$

Siendo:  $v = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$ ; reemplazando en ec. (1) y derivando, tendremos:  $a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$

### Aceleración máxima

Por teoría de funciones trigonométrica; El valor máximo de una función Cos = 1;

Por tanto: Si  $\cos(\omega t + \phi) = 1 \Rightarrow v_{\max} = -\omega^2 A$

**Problema 04.** Una cuerda de guitarra vibra con una frecuencia de 440 Hz. Un punto en su centro se mueve en MAS con amplitud de 3 mm y ángulo de fase 30°. a) Que posición tendrá la cuerda, cuando transcurre 0,02 s. b) ¿Qué velocidad y aceleración tendrá cuando transcurre 0,02 s?; c) ¿Cuál es la velocidad máxima y aceleración máxima de la cuerda?.

Solución:

Datos:  $f = 440 \text{ Hz}$

Gráfico:

$A = 3,0 \text{ mm} = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$





$$\phi = 30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Hallar: a) La ecuación del MAS

b)  $v = \dot{x}$ ; cuando  $t=0,02$  s

$a = \ddot{x}$ ; cuando  $t=0,02$  s

c)  $v_{\max}=?$ ;  $a_{\max}=?$

**Pgta a) Determinando la ecuación cuando transcurre  $x=0,02$  s.:**

La Ecuación de posición está dado por:  $x = A \cos(\omega t + \phi)$  ..... (1)

Siendo:  $\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 2\pi(440) = 880\pi \text{ rad/s}$

La ecuación de posición será:  $x = 3 \times 10^{-3} \cos(880\pi t + \frac{\pi}{6})$  Rpta.

La posición cuando  $t = 0,02$  s será:  $x = 3 \times 10^{-3} \cos[880\pi(0,02) + \frac{\pi}{6}] \Rightarrow x = 2,23 \times 10^{-3} \text{ m}$

**Pgta b) Determinando la velocidad cuando transcurre  $x=0,02$  s:**

La Ecuación de la velocidad está dado por  $v = \frac{d(x)}{dt} \Rightarrow v = \frac{d}{dt} [3 \times 10^{-3} \cos(880\pi t + \frac{\pi}{6})]$

$$v = -3 \times 10^{-3} (880\pi) \text{ Sen}(880\pi t + \frac{\pi}{6}).$$

Cuando  $x=0,02$  s  $\Rightarrow v = -3 \times 10^{-3} (880\pi) \text{ Sen}[880\pi(0,02) + \frac{\pi}{6}] \Rightarrow v = 5,55 \text{ m/s.}$

**Hallando la velocidad máxima:** si  $\text{Sen}[880\pi(0,02) + \frac{\pi}{6}] = 1 \Rightarrow v = v_{\max} = -3 \times 10^{-3} (880\pi) \Rightarrow v_{\max} = -8,29 \text{ m/s.}$

**Pgta c) Determinando la aceleración cuando transcurre  $x=0,02$  s:**

La Ecuación de la aceleración está dado por  $a = \frac{d(v)}{dt} \Rightarrow a = \frac{d}{dt} [-3 \times 10^{-3} (880\pi) \text{ Sen}(880\pi t + \frac{\pi}{6})]$

$$a = -3 \times 10^{-3} (880\pi)^2 \cos(880\pi t + \frac{\pi}{6}).$$

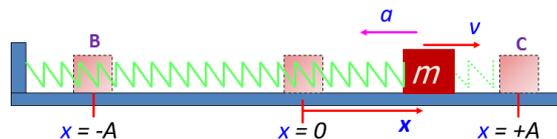
Cuando  $x=0,02$  s  $\Rightarrow a = -3 \times 10^{-3} (880\pi)^2 \cos[880\pi(0,02) + \frac{\pi}{6}] \Rightarrow a = -1,70 \times 10^4 \text{ m/s}^2.$

**Hallando la aceleración máxima:** Si  $\cos[880\pi(0,02) + \frac{\pi}{6}] = 1 \Rightarrow a = a_{\max} = -3 \times 10^{-3} (880\pi)^2$

$\Rightarrow a_{\max} = -2,3 \times 10^4 \text{ m/s}^2.$

### Energía del movimiento armónico simple

La energía mecánica total, (suma de la energía cinética y energía potencial elástica) de un sistema en vibración, es constante en cualquier punto; es decir, es el mismo valor, en cualquier punto de la trayectoria de oscilación.



En los puntos B y C, la **Energía mecánica total (E)**, viene a ser:  $E_{MB} = E_{MC}$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 + \frac{1}{2} K x_B^2 = \frac{1}{2} m v_C^2 + \frac{1}{2} K x_C^2 \dots\dots\dots (1)$$

En los puntos B y C, la velocidad es cero y la aceleración es máxima.

Cuando:  $x_{\max} = +A$ ;  $\Rightarrow v = 0$ ; Reemplazando en la en la ec. (1):  $\frac{1}{2} m v_B^2 + \frac{1}{2} K x_B^2 = \frac{1}{2} m(0)^2 + \frac{1}{2} K(A)^2$

Luego:  $\boxed{\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} K A^2}$

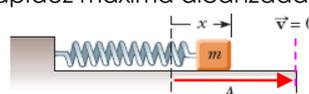
Velocidad para un oscilador armónico simple:  $\boxed{v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}}$

**Problema 05:** Un juguete de 150 g está en MAS en el extremo de un resorte horizontal con constante de fuerza  $k = 300 \text{ N/m}$ . Cuando el objeto está a 1,2 cm de su posición de equilibrio, tiene una rapidez de 0.3 m/s. Calcule a) la energía total del objeto en cualquier punto de su movimiento; b) la amplitud del movimiento; c) la rapidez máxima alcanzada por el objeto durante su movimiento.

Solución:

Datos:  $m = 150 \text{ g} = 0,15 \text{ kg}$   
 $k = 300 \text{ N/m}$

Gráfico:



**Pgta a)** Hallando La energía total del objeto en cualquier punto de su movimiento



$X = 1,2 \text{ cm} = 0,012 \text{ m}$   
 $V = 0,3 \text{ m/s}$

Hallar: a)  $E = ?$

Ecuación:  $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2$

b)  $A = ?$

$E = \frac{1}{2}(0,150)(0,3)^2 + \frac{1}{2}(300)(0,012)^2 = 0,0284 \text{ J}$

c)  $V_{\text{max}} = ?$

**Pgta b)** Hallando la Amplitud del movimiento: Ecuación:  $E = \frac{1}{2}KA^2$

$0,0284 = \frac{1}{2}(300)A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2(0,0284\text{J})}{300}} \Rightarrow A = 0,014 \text{ m}$

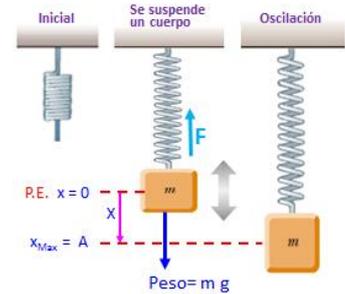
**Pgta c)** Hallando la rapidez máxima alcanzada por el objeto durante su movimiento:

Siendo:  $v_{\text{max}} = \omega A$ ;  $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ ;  $\Rightarrow v_{\text{max}} = \left(\sqrt{\frac{K}{m}}\right)A \Rightarrow v_{\text{max}} = \left(\sqrt{\frac{300}{0,15}}\right)(0,014) \Rightarrow v_{\text{max}} = 0,626 \text{ m/s}$

### Aplicaciones del movimiento armónico simple

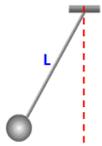
#### Movimiento armónico simple en forma vertical:

El movimiento vertical no difiere en su esencia del movimiento horizontal. Supongamos que colgamos un resorte con constante de fuerza  $K$  y suspendemos de un cuerpo de masa  $m$ . Las oscilaciones ahora serán verticalmente, y seguirán siendo un MAS.



#### El Péndulo simple

Un péndulo simple es un modelo idealizado que consiste en una masa puntual suspendida de un hilo (sin masa y no estirable).



El periodo de un péndulo simple está dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

**Problema 06:** En la Tierra cierto péndulo simple tiene un periodo de 1.60 s. ¿Qué periodo tendrá en Marte, donde  $g = 3,71 \text{ m/s}^2$ ?

Solución:

Gráfico:

Datos: **En la tierra:**

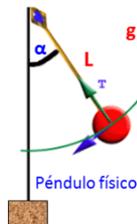
$T_1 = 1,6 \text{ s}$

$g_1 = 9,8 \text{ m/s}^2$

**En la Luna:**

$g_2 = 3,71 \text{ m/s}^2$

Hallar:  $T_2 = ?$ ; (s)



Por teoría; la ecuación del periodo de un péndulo físico es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

En la tierra:  $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_1}}$ ; Dividiendo miembro a miembro:  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{g_1}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g_2}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}$

En la luna:  $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_2}}$   $T_2 = T_1\sqrt{\frac{g_1}{g_2}}$ ;  $T_2 = 1,6\sqrt{\frac{9,8}{3,71}} \Rightarrow T_2 = 2,6 \text{ s}$

#### El péndulo físico

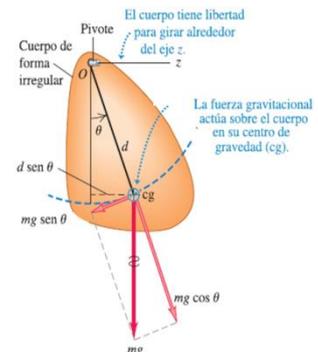
Un péndulo físico es cualquier péndulo real que usa un cuerpo de tamaño finito.

La figura muestra un cuerpo de forma irregular que puede girar sin fricción alrededor de un eje que pasa por el punto O.

Frecuencia angular ( $\omega$ ):  $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$

Periodo:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$

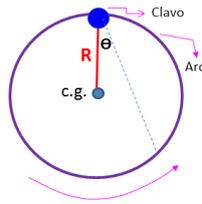
Dónde:  $m =$  masa del cuerpo (kg)  
 $g =$  gravedad = 9,8 m/s  
 $d =$  distancia del pivote al centro de gravedad (m)  
 $I =$  momento angular (m<sup>2</sup>.s/kg)



**Problema 07.** Queremos colgar un aro delgado de un clavo horizontal y hacer que tenga una oscilación



completa con  
ángulo pequeño,  
una vez cada 2 s.  
¿Qué radio debe  
tener el aro?



Por teoría; periodo de un péndulo físico es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} \dots\dots\dots (1)$$

Siendo:  $d = R$

Solución:

Gráfico:

Datos:

1 oscilación completa

$T = 2,0 \text{ s}$

$g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Hallar:  $R = ?$ ; (m)

Por el teorema de ejes paralelos, el momento de inercia del aro sobre el clavo es:  $I = mR^2 + mR^2$

Luego:  $I = 2 mR^2$  ; ..... (2)

Reemplazando ec. (2) en ec. (1) valores; y despejando R tendremos:  $R = \frac{1}{8} g \left(\frac{T}{\pi}\right)^2$

Reemplazando valores:  $R = \frac{1}{8} (9,8) \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \Rightarrow R = 0,496 \text{ m}$

**Referencias bibliográficas, enlaces y direcciones electronicas**

1. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2009.
2. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2008.

**Práctica dirigida N° 01**  
**Tema: Movimiento Periódico**

Sección: .....

Docente: *Escribir el nombre del docente*

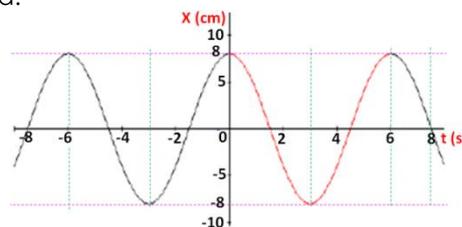
Fecha: ...../...../.....

Duración: .....

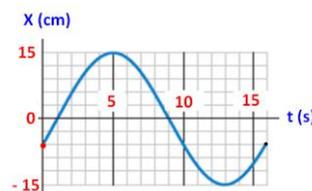
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

**INSTRUCCIONES:** Este balotario de problemas; está preparado para reforzar el aprendizaje del movimiento periódico. Interprete el enunciado del problema y resuelva empleando la teoría del tema.

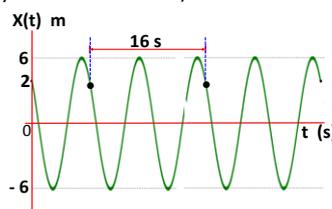
- Una pelota de caucho oscila en un círculo horizontal de 2 m de diámetro y describe 20 revoluciones en un minuto. Una luz distante proyecta la sombra de la pelota en una pared. a) ¿Cuál es la frecuencia angular del movimiento de la sombra?. b) Si el movimiento de la pelota parte del punto de equilibrio y se dirige hacia el lado derecho; ¿Cuál es la posición cuando transcurre  $\frac{1}{2}$  s.
- Una masa de 50 g oscila con un m.a.s. ; cuya constante del resorte es 5 N/m. Suponga que  $t=0$  s cuando la masa se halla en su desplazamiento máximo. a) En qué momento será el desplazamiento igual a cero?. b) ¿En qué momento se encontrara la masa a la mitad de su amplitud?.
- En la figura se muestra el desplazamiento de un objeto oscilante en función del tiempo. Calcular: a) La frecuencia angular; b) El ángulo de fase. c) La ecuación de la elongación; d) La posición cuando transcurre 1 s. d) la velocidad cuando transcurre 2 s. d) La aceleración cuando transcurre 3 s, e) La velocidad y aceleración máxima.



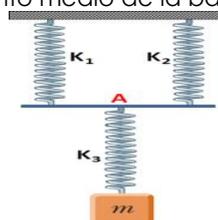
- En la figura se muestra el desplazamiento de un objeto oscilante en función del tiempo. Calcular: a) La frecuencia angular; b) El ángulo de fase. c) La ecuación de la elongación; d) La posición cuando transcurre 1 s. d) la velocidad cuando transcurre 2 s. d) La aceleración cuando transcurre 3 s, e) La velocidad y aceleración máxima.



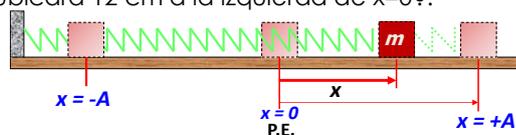
- En la figura se muestra el desplazamiento de un objeto oscilante en función del tiempo. Calcular: a) La elongación cuando transcurre 10 s,. b) La velocidad y aceleración cuando transcurre 5 s.



- En un laboratorio de física, se conecta un deslizador de riel de aire de 200 g al extremo de dos resorte de masas despreciables, de constantes 10 N/m y 12 N/m respectivamente. Determinar el desplazamiento cuando los resortes se estiran 5 y 3 cm, con un ángulo de fase de  $\pi/6$  y tiempo 1 s.
- Un auto con amortiguadores en mal estado rebota hacia arriba y hacia abajo con un período de 1,50 s después de golpear un bache. El auto tiene una masa de 1500 kg y es soportado por cuatro resortes cuyas constante de fuerza  $k$  son iguales. Determinar el valor de  $k$ .
- Se suspende un cuerpo de masa 50 g como indica la figura. Las constantes de los resortes son,  $K_1=250$  N/m ,  $K_2=500$  N/m y  $K_3=750$  N/m; utilizando una barra de peso despreciable horizontal, ¿cuál será la nueva frecuencia propia del sistema?. A es el punto medio de la barra.



9. Un bloque unido a un resorte tiene por ecuación de movimiento  $x_{(t)} = 50 \text{ Sen}(40\pi t + \frac{\pi}{6})$ , en la que  $x$  está dado en cm y  $t$  en segundos. Determine: a) Su periodo de oscilación. b) Su posición inicial. c) Su posición cuando transcurre 5 s. d) la velocidad cuando transcurre 3 s. e) La aceleración cuando transcurre 6 s, e) La velocidad y aceleración máxima.
10. Una partícula de 0,5 kg en el extremo tiene un periodo de 0,3 s. La amplitud del movimiento es 0,1 m. a) ¿Cuál es la constante del resorte?, b) ¿Cuál es la energía potencial almacenada en el resorte en su desplazamiento máximo?, c) ¿Cuál es la velocidad máxima de la partícula?
11. Una masa de 50 g oscila con un M.A.S. cuya frecuencia es de 0,25 Hz. Suponga que  $t=0$  cuando la masa se halla en su desplazamiento máximo; a) ¿En qué momento será el desplazamiento igual a cero?, b) ¿En qué momento se encontrara la masa a la mitad de su amplitud?
12. Un cuerpo de masa 2 kg, que se mueve sobre el eje OX, pasa por el origen de coordenadas con una velocidad de 10 m/s. Sobre él actúa una fuerza de  $F = -5x$ , (N), siendo  $x$  la abscisa del cuerpo en m. Calcular hasta que distancia del origen llegara.
13. La aceleración (en  $\text{m/s}^2$ ) de un M.A.S. en función de la elongación (en m)  $a = -256x$ . Expresar esta aceleración en función del tiempo sabiendo que la amplitud de la vibración es de 2,5 cm. Si inicia su movimiento cuando  $x=0$ .
14. ¿Qué amplitud y que periodo debe tener un M.A.S. para que la velocidad máxima sea de 30 cm/s y la aceleración máxima de 12  $\text{m/s}^2$ ?. Expresar la elongación de ese movimiento en función del tiempo, sabiendo que inicia su movimiento en el extremo positivo.
15. Un cuerpo de 10 kg está sujeta a un resorte de 1000 N/m y se encuentra sobre una mesa horizontal sin fricción. Si la energía total es 180 J, y en un  $t = 0$  s, está a 30 cm del lado izquierdo del origen, moviéndose hacia el lado izquierdo, hallar: a) La ecuación de desplazamiento, b) El tiempo en que tarda el cuerpo en pasar por primera vez el punto de equilibrio, c) La velocidad máxima y d) La aceleración cuando transcurre 0,3, s.
16. Una partícula de 1 g de masa inicia un movimiento armónico simple en el punto de máxima elongación que se encuentra a 1 m del punto de equilibrio. El tiempo que tarda la partícula desde el instante inicial hasta que alcanza el punto de equilibrio es 0,25 s. Calcular: a) La frecuencia angular, b) La fuerza que actúa sobre la partícula transcurrido 0,1 s desde el instante inicial, c) La velocidad cuando transcurre 1/3 s, d) La aceleración cuando  $x = 12$  cm y e) La aceleración máxima.
17. Un bloque con masa 900 g, conectado a un resorte horizontal con constante de fuerza 200 N/m, se mueve en movimiento armónico simple con amplitud 60 cm. En el instante en que el bloque pasa por su posición de equilibrio, un trozo de masilla con masa 100 g se deja caer verticalmente sobre el bloque desde una altura pequeña y se adhiere a él. Calcule la amplitud y el periodo ahora.
18. Un bloque de 1,5 kg en reposo sobre una mesa se une a un resorte horizontal con una constante de 19.6 N/m. Al principio el resorte no está estirado. Se aplica una fuerza constante horizontal de 20.0 N al objeto causando que el resorte se extienda a) Determine la velocidad del bloque después de que se ha movido 0,30 m a partir del equilibrio si la superficie entre el bloque y la mesa no presenta fricción. b) Conteste el inciso a) si el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la mesa es 0.20.
19. La energía total de un cuerpo que realiza un MAS es de  $3 \times 10^{-4}$  J y la fuerza máxima que actúa sobre él es  $1,5 \times 10^{-2}$  N. Si el periodo de las vibraciones es 2 s y la fase inicial  $60^\circ$ ; determinar: a) La ecuación del movimiento de este cuerpo, b) Su velocidad y aceleración cuando  $t=0$  s.
20. Un punto material de masa 25 g describe un m.a.s. de 10 cm de amplitud y periodo igual a 1s. En el instante inicial, la elongación es máxima. Calcular la velocidad máxima que puede alcanzar la citada masa y el valor de la fuerza recuperadora y su energía potencial al cabo de un tiempo igual a 0,125 s.
21. Un oscilador armónico se mueve sobre el eje  $x$ , con una frecuencia de 2,5 Hz. En  $t=0$  s, sus componentes de posición y velocidad son -1,5 cm y 20 cm/s respectivamente. Calcule: a) La aceleración del oscilador cuando el  $t=2$  s. b) Que tiempo transcurrirá para pasar por el punto de equilibrio.
22. Un resorte sostiene en un extremo una masa de 500 g y oscila sobre una mesa sin fricción demorando  $\pi/20$  s desde el punto de equilibrio hasta un extremo, siendo esta distancia de 50 cm. Determinar su energía cinética cuando la masa está a 20 cm del punto de equilibrio.
23. El sistema sin fricción que se muestra tiene una masa de 2 kg unida a un resorte ( $k = 400$  N/m). La masa se desplaza una distancia de 20 cm hacia la derecha y se libera. a) ¿Cuál es la frecuencia del movimiento? b) ¿Cuál es la aceleración máxima?, c) Cual es la velocidad 2,69 s después de liberada y d) ¿en qué tiempo la masa de 2 kg se ubicara 12 cm a la izquierda de  $x=0$ ?



24. Una masa de 3 kg se cuelga en el extremo de un resorte y esta se estira con una elongación máxima de 14 cm. Luego la masa se desplaza una distancia de 10 cm y se libera. a) ¿Cuál es la velocidad en el instante cuando el desplazamiento es  $y = 8$  cm?; b) ¿Cuál es la velocidad cuando el desplazamiento es  $y = 0$  cm?; c) ¿Cuál es la aceleración cuando  $x = 5$  cm? Y d) ¿Cuál es la aceleración máxima?



25. Una silla de 42,5 kg se sujeta a un resorte y se le permite oscilar. Cuando la silla está vacía, tarda 1,30 s en efectuar una vibración completa. Cuando una persona se sienta en ella, sin tocar el piso con los pies, la silla tarda 2,54 s en efectuar un ciclo. Calcule la masa de la persona.
26. Una masa "m" oscila en el extremo de un resorte vertical con una frecuencia de 1 Hz y una amplitud de 5 cm. Cuando se añade otra masa de 300 g, la frecuencia de oscilación es de 0,5 Hz. Determine: a) el valor de la masa "m" y la constante recuperadora del resorte. b) El valor de la amplitud de oscilación en el segundo caso si la energía mecánica del sistema es la misma en ambos casos.
27. En un laboratorio de Física se realizó el experimento del movimiento armónico simple. Un resorte se coloca verticalmente con su extremo superior fijo. Conectando una masa  $m_1$  al resorte en el extremo libre inferior. La fuerza gravitacional calculada es de 20 N, causando un desplazamiento de 5 cm. Dos resortes idénticos que el anterior, en forma lineal se engancha a una masa  $m_2$ . La masa se desplaza hacia abajo, estirándose los resortes una distancia de 4,9 cm y 4.9 cm respectivamente. Luego se aplica una fuerza deformadora y se estira los resortes 15 cm en total; y se libera generándose un vaivén. Determinar la aceleración cuando transcurre 2 s. b) Que tiempo la masa  $m_2$  se ubicara a 5 cm de  $x=0$ .
28. La bolita de un péndulo realiza oscilaciones aproximadamente horizontal y armónica, en presencia del campo gravitatorio terrestre, con periodo de 2 segundos y una amplitud de 2 cm. a) Determinar la velocidad de la bolita en función del tiempo y representarla en función del tiempo, tomando como origen de tiempos el centro de oscilación, b) ¿Cuál sería el periodo de oscilación de este péndulo en la superficie de la luna si allí el campo gravitatorio lunar es la sexta parte del terrestre?.
29. Una persona que anda trayendo un cronometro, pero no una huincha para medir la altura de un edificio, quiere saber su altura. Entonces instala un péndulo que se extiende desde el techo hasta el piso y mide que tiene un periodo de 15 s. a) Calcular la altura de ese edificio. b) si el mismo péndulo estuviera en la luna, donde  $g = 1,7 \text{ m/s}^2$ , calcular el periodo.
30. Un péndulo físico en la forma de un cuerpo plano efectúa un movimiento armónico simple con una frecuencia de 0,450 Hz. Si el péndulo tiene una masa de 2,20 kg y el pivote se localiza a 0.350 m del centro de masa, determine el momento de inercia del péndulo.



#### Referencias bibliográficas, enlaces y direcciones electronicas

1. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2009.
2. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2008.

**TEMA 02**

**MECÁNICA DE FLUIDOS**

La mecánica de fluidos es parte de la física que estudia el comportamiento de los fluidos en reposo y en movimiento. La mecánica de fluidos se divide en la estática de fluidos (hidrostática) y la dinámica de fluidos (hidrodinámica). Hidrostática estudia los fluidos en reposo, Hidrodinámica estudia los fluidos en movimiento. Estudiaremos la estática de fluidos; es decir, el estudio de fluidos en reposo en situaciones de equilibrio. Al igual que otras situaciones de equilibrio, ésta se basa en la primera y la tercera ley de Newton.



**Densidad ( $\rho$ )**

La densidad, se define como su masa por unidad de volumen.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Unidad (S. I.): kg/m<sup>3</sup>  
 Siendo: m= Masa (kg)  
 V= Volumen en (m<sup>3</sup>)

Material	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )
Aire (1 atm, 20°C)	1,20
Hielo	0,92x10 <sup>3</sup>
Agua	1,00x10 <sup>3</sup>
Agua de mar	1,03x10 <sup>3</sup>
Mercurio	13.6x10 <sup>3</sup>

**Peso específico ( $\gamma$ )**

Se define como el peso por unidad de volumen

$$\gamma = \frac{\omega}{V}$$

Unidad: N/m<sup>3</sup>  
 Siendo:  $\omega$  = Peso (N).  $\omega = mg$   
 V= Volumen (m<sup>3</sup>)  
 g= Gravedad 9,8 m/s<sup>2</sup>

**Relación de peso específico y densidad**

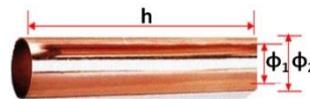
Si:  $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$ . Además:  $\gamma = \frac{\omega}{V} = \frac{mg}{V} = \frac{\rho V g}{V} \Rightarrow \boxed{\gamma = \rho g}$

**Problema 1.** Un tubo cilíndrico hueco de cobre mide 1.50 m de longitud, tiene un diámetro exterior de 3.50 cm y un diámetro interior de 2.50 cm. ¿Cuánto pesa?

**Solución:**

Datos: h= 1,5 m  
 $\phi_2 = 3,5 \text{ cm} = 3,5 \times 10^{-2} \text{ m}$   
 $\phi_1 = 2,5 \text{ cm} = 2,5 \times 10^{-2} \text{ m}$   
 Hallar: a) Peso:  $\omega = ?$

**Gráfico:**



En tablas:  
 Densidad para el cobre:  
 $\rho = 8.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

**Por teoría:**

$$\omega = mg \quad \dots\dots (1)$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \quad \dots\dots (2)$$

$$V = \pi r^2 h = \frac{1}{4} \pi \phi^2 h \quad \dots\dots (3)$$

Volumen real:  $V = V_2 - V_1$

$$V = \frac{1}{4} \pi \phi_2^2 h - \frac{1}{4} \pi \phi_1^2 h = \frac{1}{4} \pi h (\phi_2^2 - \phi_1^2)$$

Reemplazando en ec. (1):  $\omega = \rho V g \Rightarrow \omega = \rho \left[ \frac{1}{4} \pi h (\phi_2^2 - \phi_1^2) \right] g \Rightarrow \omega = \frac{1}{4} \pi \rho h g (\phi_2^2 - \phi_1^2)$

$$\omega = \frac{1}{4} \pi (8,9 \times 10^3) (1,5) (9,8) [(3,5 \times 10^{-2})^2 - (2,5 \times 10^{-2})^2] \Rightarrow \omega = 61,65 \text{ N}$$

**Presión (P)**

Si la presión es la misma en todos los puntos de una superficie plana finita de área A:

$$P = \frac{F}{A}$$

Unidad: Pascal.  $1 \text{ Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$   
 Siendo: F= Fuerza (N)  
 A= Área o superficie (m<sup>2</sup>)  
 $F \perp A$

Si la presión varía sobre un área; la presión está dado por:

$$P = \frac{dF}{dA}$$



Presión con relación a la altura:  $dP = -\rho g dy$  Siendo:  $y =$  Altura (m)

**Problema 02.** Una mujer de 50 kg se balancea sobre uno de los altos tacones de sus zapatos; con una inclinación de  $37^\circ$  con la horizontal. Si el tacón es circular con radio de 0,5 cm, ¿qué presión ejerce la mujer sobre el piso?

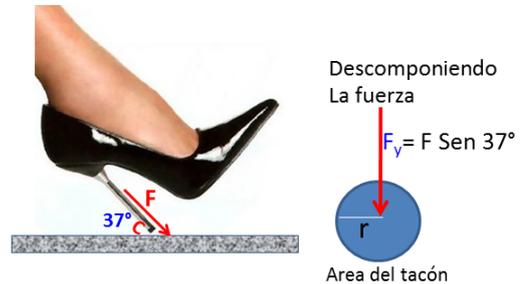
**Solución:**

Datos:  $m = 150$  kg  
 $\alpha = 37^\circ$   
 $R = 0,5$  cm =  $5 \times 10^{-3}$  m  
 Hallar:  
 a) Presión:  $P = ?$

**Solución:**

Datos:  $m = 150$  kg  
 $\alpha = 37^\circ$   
 $R = 0,5$  cm =  $5 \times 10^{-3}$  m  
 Hallar: a) Presión:  $P = ?$   
 Por teoría:  $P = \frac{F}{A}$  ..... (1)  
 Siendo:  $F \perp A$   
 $F = \omega \Rightarrow \omega = m g$   
 $A = \pi r^2$

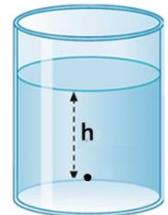
**Gráfico:**



Reemplazando en ec. (1):  $P = \frac{F}{A} = \frac{F \text{ Sen } 37^\circ}{\pi r^2} \Rightarrow P = \frac{m g \text{ Sen } 37^\circ}{\pi r^2}$   
 $P = \frac{(50)(9,8)(3/5)}{\pi(5 \times 10^{-3})^2}$   
 $P = 3,74 \times 10^6$  Pa

**Presión en un fluido**

Cuando un fluido (ya sea líquido o gas) está en reposo, ejerce una fuerza perpendicular a cualquier superficie en contacto con él, como la pared de un recipiente o un cuerpo sumergido en el fluido.



Siendo:  $P = \frac{F}{A}$ ; Siendo:  $F = m g$ ;  $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$ ;  $V = Ah$

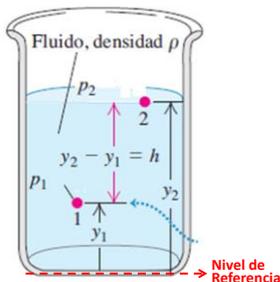
Reemplazando:  $P = \frac{\rho V g}{A} = \frac{\rho Ah g}{A} \Rightarrow P_{\text{hidrostatica}} = \rho g h$

**Variación de la presión con la profundidad**

Como bien saben los buzos, la presión del agua aumenta con la profundidad. Del mismo modo, la presión atmosférica disminuye con la altura creciente.

La presión  $P$  en cualquier punto de un fluido en reposo y la altura  $y$  del punto; está dado por la ecuación:

$dP = -\rho g dy$



Ordenando la ecuación para integrar:  $dP = -\rho g dy$

Integrando:  $\int_{P_1}^{P_2} dP = \int_{y_1}^{y_2} -\rho g dy \Rightarrow P_2 - P_1 = -\rho g (y_2 - y_1)$

Como:  $h = y_2 - y_1$ ; entonces la presión en un fluido de densidad uniforme será:

$P_1 = P_2 + \rho g h$

Dónde:  $P_2 = P_{\text{atm}}$

$P_1 = P_{\text{atm}} + \rho g h$

Siendo:  $P_1 =$  Presión total o absoluta

**Problema 3:** Un hombre bucea en el mar ( $\rho_{\text{agua de mar}} = 1,03$  g/cm<sup>3</sup>) a 50 m de profundidad. a) Calcula el valor de la presión hidrostática en la profundidad indicada. b) La presión total que soporta el buzo; si la presión atmosférica es  $10 \times 10^4$  Pa.

**Solución:**

Datos:  $h = 250$  m  
 Hallar: a)  $P_{\text{hidrostatica}} = ?$   
 Por teoría:

$P_{\text{hidrostatica del fluido}} = \rho_{\text{agua de mar}} g h$

$\rho = 1,03 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \left( \frac{1\text{kg}}{1000\text{g}} \right) \left( \frac{100\text{cm}}{1\text{m}} \right)^3 = 1030 \text{ kg / m}^3$

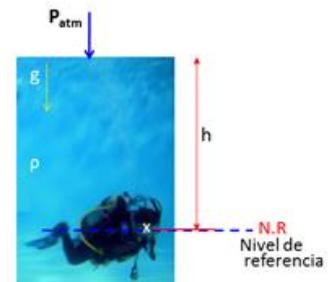
Pgta a) Hallando la presión hidrostática.

$P_{\text{hidrostatica del fluido}} = 5,05 \times 10^5$  Pa

$P_{\text{hidrostatica del fluido}} = (1030)(9,8)(50)$

$P_{\text{hidrostatica del fluido}} = 5,05 \times 10^5$  Pa

Pgta b): La presión total que soporta el buzo será:  $P_{\text{atm}} = 10 \times 10^4$  Pa





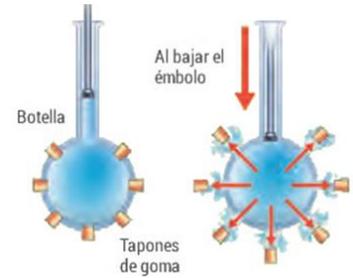
En el nivel de referencia:  $P_x = P_{atm} + P_{hidrostática\ del\ fluido}$

$$P_x = 10 \times 10^4 + 5,05 \times 10^5 \Rightarrow P_x = 6,05 \times 10^5 \text{ Pa}$$

### Principio de pascal

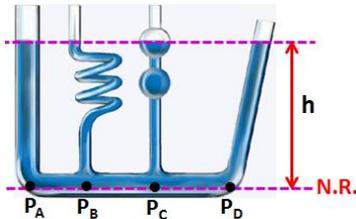


La presión ejercida por un fluido incompresible y en equilibrio dentro de un recipiente de paredes indeformables se transmite con igual intensidad en todas las direcciones y en todos los puntos del fluido.



### Vasos comunicantes

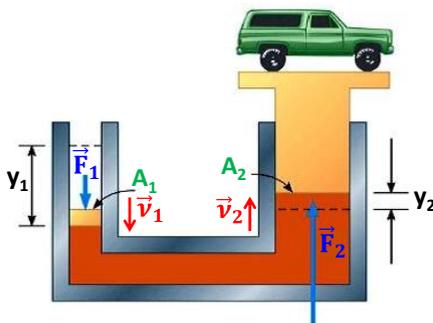
Los vasos comunicantes son recipientes con líquidos que alcanzan la misma altura sin importar la forma y el tamaño que los contienen.



En la línea isobárica (nivel de referencia), las presiones son iguales.

$$\text{En la línea isobárica: } P_A = P_B = P_C = P_D = P_{hid} = \rho gh$$

### Prensa hidráulica



Del gráfico:  $P_1 = P_2$

$$\text{Como: } P = \frac{F}{A} \Rightarrow \boxed{\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}}$$

Volumen desplazado:  $V_1 = V_2$

Desplazamiento:  $y = v t$

$$\text{Relaciones: } \boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{v_2}{v_1}}$$

**Problema 4:** Los pistones pequeño y grande de una prensa hidráulica tienen diámetros de 4 cm y 12 cm. ¿Qué fuerza de entrada se requiere para levantar un peso de 4000 N con el pistón de salida?

**Solución:**

Datos:

$$\phi_1 = 4 \text{ cm} \quad r = 2 \text{ cm}$$

$$\phi_2 = 12 \text{ cm} \quad r = 6 \text{ cm}$$

$$F_2 = 4000 \text{ N}$$

Hallar:  $F_1 = ?$

**Solución:**

Datos:

$$\phi_1 = 4 \text{ cm} \quad r = 2 \text{ cm}$$

$$\phi_2 = 12 \text{ cm} \quad r = 6 \text{ cm}$$

$$F_2 = 4000 \text{ N}$$

Hallar:  $F_1 = ?$

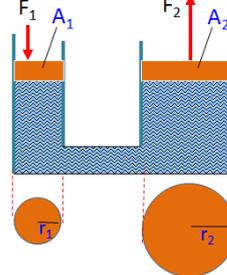
$$\boxed{\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}} \Rightarrow F_1 = \frac{F_2 A_1}{A_2}$$

$$\text{Area: } A = \pi R^2$$

$$\text{Reemplazando en ec. } F_1 = \frac{(4000 \text{ N})(\pi)(2 \text{ cm})^2}{\pi(6 \text{ cm})^2}$$

$$F = 444 \text{ N} \\ // \text{Rpta.}$$

**Gráfico:**

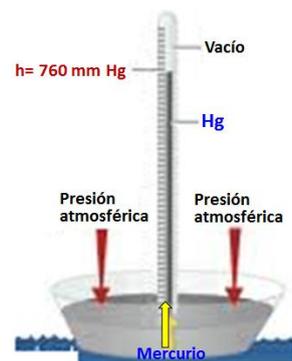


**Presión atmosférica ( $P_{atm}$ ).** Es la Presión que ejerce la atmósfera (aire) sobre la superficie de la Tierra.

**Presión absoluta o real ( $P_{abs}$ ):** Es la presión de un fluido que se tiene cuando se toma como nivel de referencia el vacío absoluto.



$$\boxed{P_{abs} = P_{atm} + P_{man}}$$

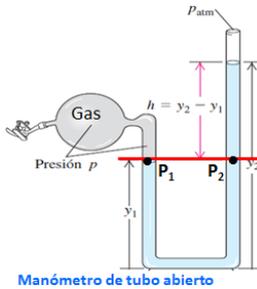


**Presión manométrica o relativa ( $P_{man}$ )** : es la diferencia entre la presión absoluta y la presión manométrica

$$P_{man} = P_{abs} - P_{atm}$$

### Manómetros

Son instrumentos utilizados para medir la presión.



Manómetro de tubo abierto

De la figura:

$$\begin{cases} P_1 = P_2 \\ P_{gas} = P_{atm} + P_{hidrostática} \\ P_{gas} = P_{atm} + \rho_{fluido} gh_{fluido} \end{cases}$$

Presión manométrica:

$$P_{man} = P_{gas} - P_{atm} = \rho_{fluido} gh_{fluido}$$

**Ejemplo 5:** El líquido del manómetro de tubo abierto de la figura es mercurio ( $\rho = 13,6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ),  $y_1 = 3,00 \text{ cm}$  y  $y_2 = 7,00 \text{ cm}$ . La presión atmosférica es de 980 milibares. a) ¿Qué presión absoluta hay en el tubo 4,0 cm debajo de la superficie libre?

**Solución:**

Datos:  $\rho = 13,6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

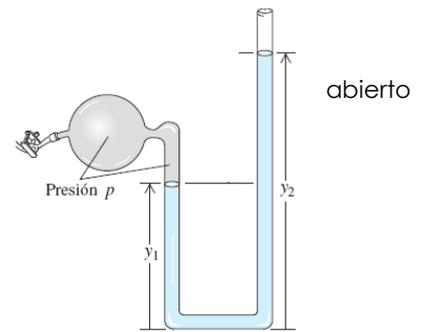
$y_1 = 3 \text{ cm} = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$

$y_2 = h_2 = 7 \text{ cm} = 7 \times 10^{-2} \text{ m}$

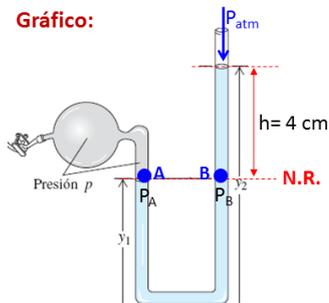
$\rho = 13,6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

$$P_{atm} = 980 \text{ milibar} \left( \frac{100 \text{ Pa}}{1 \text{ milibar}} \right) = 9,8 \times 10^4 \text{ Pa}$$

Hallar: a) Presión en la base del tubo:  $P_A = ?$



**Gráfico:**



Del gráfico:

$$P_A = P_B$$

$$P_A = P_{atm} + P_{Hidroestática}$$

$$P_A = P_{atm} + \rho_{Hg} g h$$

Siendo:  $h = y_2 - y_1 = 7 - 3 = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$

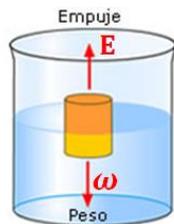
$$P_A = 9,8 \times 10^4 + (13,6 \times 10^3)(9,8)(0,04)$$

$$P_A = 1,033 \times 10^5 \text{ Pa} // \text{Rpta.}$$

### Principio de Arquímedes



Establece; si un cuerpo está parcial o totalmente sumergido en un fluido, éste ejerce una fuerza hacia arriba sobre el cuerpo igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo.



Flotación de un cuerpo

**Empuje (E):** El empuje es una fuerza que aparece cuando se sumerge un cuerpo en un fluido.

$$\text{De la figura: } \sum F_y = 0 \Rightarrow E - \omega = 0 \Rightarrow E = \omega \quad (1)$$

$$\text{Además: } \begin{cases} \omega = mg \\ \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \end{cases} \Rightarrow \omega = \rho g V_{des}$$

Reemplazando el peso en la ec. (1), el empuje será:

$$E = \rho g V_{des}$$

Unidad: (N)

Dónde:  $V_{desalojado} = V_{cuerpo}$

$\rho =$  Densidad del líquido ( $\text{kg/m}^3$ )

$g =$  Gravedad =  $9,8 \text{ m/s}^2$

$V_{des} =$  Volumen desalojado o sumergido ( $\text{m}^3$ )

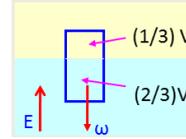
**Ejemplo 6:** Un estudiante flota en un lago salado con un tercio de su cuerpo sobre la superficie. Si la densidad de su cuerpo es  $970 \text{ kg/m}^3$ , ¿cuál es la densidad del agua del lago?

**Solución:**

Datos:  $\rho = 970 \text{ kg/m}^3$

Hallar:  $\rho_{\text{agua del lago}} = ?$

**Gráfico:**



Suponga que el volumen del cuerpo es:  $V_{\text{cuerpo}} = V$

Volumen superficie:  $V_s = 1/3 V$

Volumen agua:  $V_{\text{agua}} = 2/3 V$

$$\text{Empuje} = \text{peso} \Rightarrow \begin{cases} E = \rho_{\text{agua}} g V_{\text{agua}} \\ w = mg = \rho_{\text{cuerpo}} V_{\text{cuerpo}} g \end{cases}$$

$$\rho_{\text{agua}} g V_{\text{agua}} = \rho_{\text{cuerpo}} g V_{\text{cuerpo}} \Rightarrow \rho_{\text{agua}} = \frac{\rho_{\text{cuerpo}} V_{\text{cuerpo}}}{V_{\text{agua}}}$$

$$\rho_{\text{agua}} = \frac{(970)(V)}{\frac{2}{3}V} = 1455 \text{ kg/m}^3 // \text{Rpta.}$$

#### Referencias bibliográficas, enlaces y direcciones electronicas

1. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2009.
2. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2008.

**Práctica dirigida N° 2**  
**Tema: Mecánica de Fluidos**

Sección: .....

Docente: *Escribir el nombre del docente*

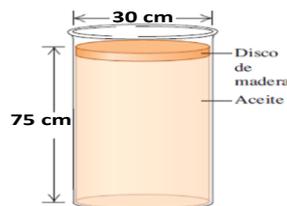
Fecha: ...../...../.....

Duración: .....

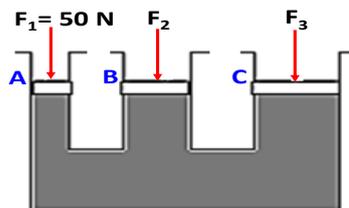
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

**INSTRUCCIONES:** Este balotario de problemas; está preparado para reforzar el aprendizaje de la mecánica de fluidos. Interprete el enunciado del problema y resuelva empleando la teoría del tema.

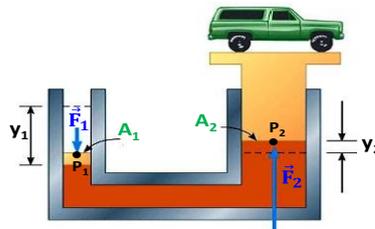
- Una esfera uniforme de plomo ( $\rho_{pb}=11.3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) y una de aluminio ( $\rho_{Al} = 2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) tienen la misma masa. ¿Cuál es la razón entre el radio de la esfera de aluminio y el de la esfera de plomo?
- ¿Cuál es la masa de la atmosfera de la Tierra? (El radio de la Tierra es  $6.37 \times 10^6 \text{ m}$  y la presión atmosférica en la superficie es  $1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ ).
- Las dimensiones de una piscina rectangular son 25 m de largo, 12 m de ancho y 2 m de profundidad. Encontrar: a) La fuerza total en el fondo debido al agua que contiene; b) la fuerza total sobre la pared de 12m por 2m; c) La presión manométrica en el fondo de la piscina y d) La presión absoluta en el fondo de la piscina en condiciones atmosférica normales al nivel del mar.
- Si la presión atmosférica sobre la superficie de la tierra es 101,3 kPa. Calcular la presión a la altura de Huancayo (320 m.s.m.), si no hay variación de la densidad del aire ( $\rho_a=1.225 \text{ kg/m}^3$ ) y la gravedad permanece en forma constante.
- Un disco cilíndrico de madera que pesa 45 N y tiene un diámetro de 30 cm flota sobre un cilindro de aceite cuya densidad es de  $0.85 \text{ g/cm}^3$ . El cilindro de aceite mide 75 cm de alto y tiene un diámetro igual al cilindro de madera. a) Calcule la presión manométrica en la parte superior de la columna de aceite. b) Ahora suponga que alguien coloca un peso de 83 N en la parte superior del disco de madera, pero el aceite no se escurre alrededor del borde de la madera. ¿Cuál es el cambio en la presión i) en la base del aceite y ii) a la mitad de la columna de aceite?



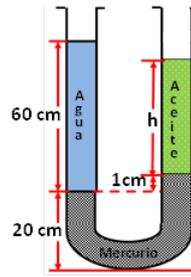
- En el siguiente grafico calcular la suma de las fuerzas  $F_2$  y  $F_3$ , Si las secciones de cada uno de los vasos es  $A_1= 5 \text{ cm}^2$ ,  $A_2= 60 \text{ cm}^2$  y  $A_3= 70 \text{ cm}^2$ .



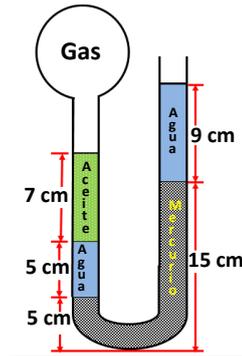
- Los émbolos de la prensa hidráulica de la figura tienen una superficie de  $0,02 \text{ m}^2$  y  $1,2 \text{ m}^2$ . Si el embolo pequeño se mueve hacia abajo a una velocidad de 4 m/s. Calcular: a) Calcular la fuerza que podemos elevar si aplicamos sobre el embolo menor una fuerza, hacia abajo, de 784 N; b) La velocidad a la que se eleva el embolo grande.



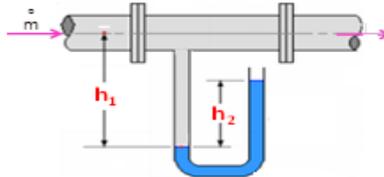
- Los líquidos del manómetro de tubo abierto de la figura es Agua ( $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ ), mercurio ( $\rho= 13600 \text{ kg/m}^3$ ) y aceite de oliva ( $\rho=920 \text{ kg/m}^3$ ). a) ¿Qué altura tiene el aceite de oliva? b) ¿Qué presión tiene en la interface del aceite de oliva y el mercurio? c) ¿Qué Presión absoluta hay en la base del tubo en U?



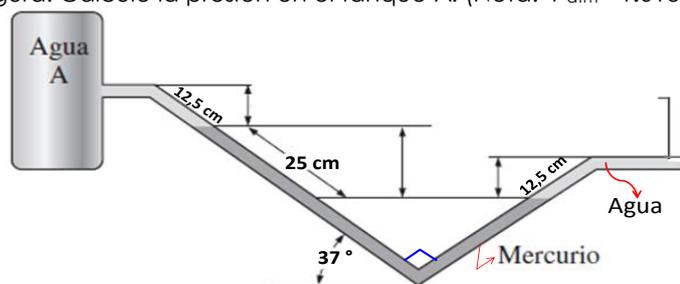
9. El manómetro que se muestra en la figura, contiene; aceite ( $\rho_{\text{aceite}} = 850 \text{ kg/m}^3$ ), agua y mercurio. Determine:  
 a) La Presión absoluta en el fondo del mercurio del tubo en U?; b) ¿Qué presión hay en el tubo abierto 9 cm debajo de la superficie libre?; c) ¿Qué presión absoluta tiene el gas? y ¿Qué presión manométrica tiene el gas?.



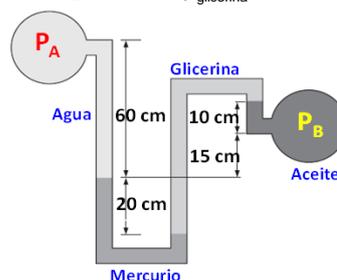
10. Un manómetro en U que contiene mercurio, tiene su brazo derecho abierto a la presión atmosférica y su brazo izquierdo conectado a una tubería que transporta agua a presión. La diferencia de niveles de mercurio en los dos brazos es 200 mm. Si el nivel de mercurio en el brazo izquierdo está a 400 mm por debajo de la línea central de la tubería. Determine La presión que fluye el líquido por la tubería.



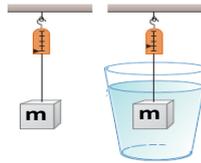
11. Un tanque de agua está interconectado mediante un manómetro de mercurio con los tubos inclinados, como se muestra en la figura. Calcule la presión en el tanque A. (Nota:  $P_{\text{atm}} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ).



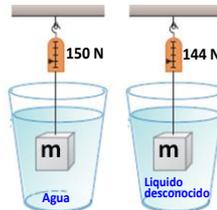
12. Se mide la diferencia de presión entre un tubo de aceite y uno de agua con un manómetro de doble fluido, como se muestra en la figura. Para las alturas y las gravedades específicas dadas de los fluidos calculen la diferencia de presión  $\Delta P = P_B - P_A$ . ( $\rho_{\text{glicerina}} = 1260 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{aceite}} = 880 \text{ kg/m}^3$ )



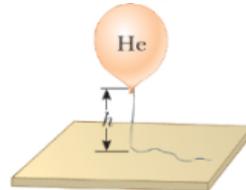
13. Una pieza de aluminio con masa de 2 kg y densidad  $2700 \text{ kg/m}^3$  se cuelga de una cuerda y luego se sumerge por completo en un recipiente de agua. Calcule la tensión de la cuerda antes y después de sumergir el metal.



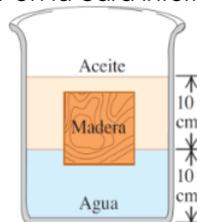
14. Un objeto de masa 100 kg y densidad desconocida ( $\rho_1$ ) se pesa sumergido en agua obteniéndose una fuerza gravitacional de 150 N. Al pesarlo otra vez el objeto, sumergido en un líquido de densidad desconocida ( $\rho_2$ ) se obtiene una fuerza de 144 N. Determine la densidad del objeto y la densidad del líquido desconocido.



15. Un globo lleno con helio se amarra a una cuerda uniforme de 2 m de largo y 5 g. El globo es esférico, con un radio de 40 cm. Cuando se libera, eleva una longitud  $h$  de cuerda y luego permanece en equilibrio como se muestra en la figura. Determine el valor de  $h$ ; si la cubierta del globo tiene una masa de 250 g.



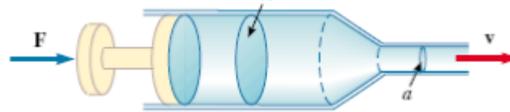
16. Una esfera hueca de plástico se mantiene por debajo de la superficie de un lago de agua dulce mediante una cuerda anclada al fondo del lago. La esfera tiene un volumen de  $0.650 \text{ m}^3$  y la tensión en la cuerda es de 900 N. a) Calcule la fuerza de flotación que ejerce el agua sobre la esfera. b) ¿Cuál es la masa de la esfera? c) La cuerda se rompe y la esfera se eleva a la superficie. Cuando la esfera llega al reposo, ¿qué fracción de su volumen estará sumergida?
17. Un bloque cúbico de madera de 10 cm por lado flota en la interfaz entre aceite y agua con su superficie inferior 1,50 cm bajo la interfaz. La densidad del aceite es de  $790 \text{ kg/m}^3$ . a) ¿Qué presión manométrica hay en la superficie superior del bloque; ¿y en la cara inferior? b) ¿Qué masa y densidad tiene el bloque?



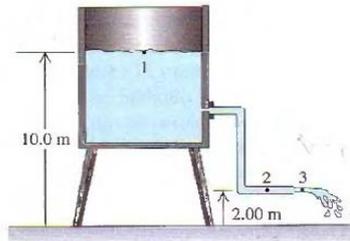
18. Un cubo de madera que tiene una dimensión de arista de 22 cm y una densidad de  $650 \text{ kg/m}^3$  flota en el agua. a) ¿Cuál es la distancia desde la superficie horizontal más alta del cubo al nivel del agua? b) ¿Qué masa de plomo se debe colocar sobre el cubo de modo que la parte superior del cubo este justo a nivel con el agua?
19. Un recipiente contiene una capa de agua, sobre la que flota una capa de aceite ( $\rho=0,85 \text{ g/cm}^3$ ). Un objeto cilíndrico de densidad desconocida cuyo diámetro es 10 cm y altura 15 cm, se deja caer al recipiente, quedando a flote finalmente cortando la superficie de separación entre el aceite y agua sumergido en esta última hasta la profundidad de 10 cm. Determinar la densidad del objeto desconocido.
20. Un bloque cubico de madera de 10 cm por lado y con densidad de  $550 \text{ kg/m}^3$  flota en un frasco de agua. Aceite con densidad de  $750 \text{ kg/m}^3$  se vierte sobre el agua hasta que la superficie del aceite esta 3,5 cm por debajo de la cara superior del bloque. a) ¿Qué espesor tiene la capa de aceite y b) ¿Qué presión manométrica hay en la cara inferior del bloque?
21. Fluye agua por un tubo circular de sección transversal variable, llenándolo en todos sus puntos. a) En un punto el radio del tubo de 15 cm, ¿Qué rapidez tiene el agua en este punto si la razón de flujo de volumen en el tubo es de  $1,2 \text{ m}^3/\text{s}$ ? b) En otro punto la rapidez del agua es de 3,8 m/s, ¿Qué radio tiene el tubo en este punto?
22. Entra agua en un edificio por un tubo de pvc, con una rapidez de flujo de 1,8 m/s, con un diámetro interior de 2,6 cm; y a una presión absoluta de 5 atm. En el cuarto piso se encuentra un cuarto de baño (altura 7,5 m) con una instalación de tubo de 1,3 cm de diámetro. Calcule la presión de salida en dicho baño



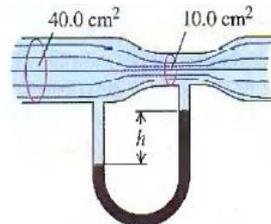
23. Una jeringa hipodérmica contiene una medicina con la densidad del agua (ver figura). El barril de la jeringa tiene un área de sección transversal  $A = 2 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ , y la aguja tiene un área de sección transversal  $a = 1,5 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ . En ausencia de una fuerza en el émbolo, la presión en todos los puntos es 1 atm. Una fuerza  $F$  de magnitud 2,5 N actúa sobre el émbolo, haciendo que la medicina salga horizontalmente de la aguja. Determine la rapidez con que la medicina sale de la punta de la aguja



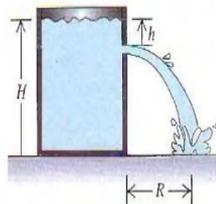
24. Fluye agua continuamente de un tanque abierto como en la fig. La altura del punto 1 es de 10 m, y la de los puntos 2 y 3 es de 2 m. El área transversal en el punto 2 es de  $0,048 \text{ m}^2$  en el punto 3 es de  $0,016 \text{ m}^2$ . El área del tanque es muy grande en comparación con el área transversal del tubo. Suponiendo que puede aplicarse la ecuación de Bernoulli, calcule a) La rapidez de descarga en  $\text{m}^3/\text{s}$ . b) La presión manométrica en el punto 2



25. El tubo horizontal de la fig. Tiene un área transversal de  $40,0 \text{ cm}^2$  en la parte más ancha y de  $10,0 \text{ cm}^2$  en la constricción. Fluye agua en el tubo, cuya descarga es de  $6,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  ( $6,00 \text{ L/s}$ ). Calcule a) La rapidez de flujo en las porciones ancha y angosta. b) La diferencia de presión entre estas porciones. c) La diferencia de altura entre las columnas de mercurio en el tubo con forma de U



26. Hay agua hasta una altura  $H=2 \text{ m}$  en un tanque abierto grande con paredes verticales (ver fig.) Se hace un agujero en una pared a una profundidad 1,5m bajo la superficie de agua. a) ¿A qué distancia  $R$  del pie de la pared tocará el piso el chorro que sale?. b) ¿A qué distancia sobre la base del tanque podría hacerse un segundo agujero tal que el chorro que salga por él tenga el mismo alcance que el que sale por el primero?.



27. Un jardinero utiliza una manguera de agua de 1 pulgada de diámetro para llenar un cilindro de 60 litros. El jardinero nota que tarda 2 minutos para llenar la cubeta. A continuación se conecta a la manguera una boquilla con abertura de 0,8 cm de diámetro. Esta boquilla se mantiene de modo que el agua sale horizontalmente desde un punto a 1 m sobre el suelo. ¿Qué distancia horizontal puede llegar el agua?
28. Una bebida no alcohólica (principalmente agua) fluye por una tubería de una planta embotelladora con una tasa de flujo de masa que llenaría 220 lata de  $0,355 \text{ l/min}$ . En el punto 2 del tubo, la presión manométrica es de 152 kPa y el área transversal es de  $8 \text{ cm}^2$ . En el punto 1 a 1,35 m arriba del punto 2, el área transversal es de  $2 \text{ cm}^2$ . Calcule; a) La tasa de flujo de masa, b) La tasa de flujo de volumen, c) La rapidez de flujo en los puntos 1 y 2, d) La presión manométrica en el punto 1.
29. Se bombea agua desde un río hasta una población a través de una tubería de 16 cm de radio. El río está a 560 m de altura y el pueblo a 2100 m. a) ¿Cuál es la presión mínima con que debe bombearse el agua



- para llevar a la población b) Si se bombea  $4500 \text{ m}^3/\text{día}$ , ¿Cuál es la velocidad del agua en la tubería?. c) ¿Cuál es la presión adicional necesaria para entregar este flujo?.
30. Un tanque de 50 cm de diámetro está lleno de agua. Un pistón de ajuste hermético, con 12 kg de masa total, descansa sobre el agua. Se abre un agujero circular de  $\frac{1}{2}$  pulgada de diámetro a una profundidad de 80 cm bajo el pistón. ¿Cuál es la velocidad inicial de flujo de salida del agua por el agujero?.

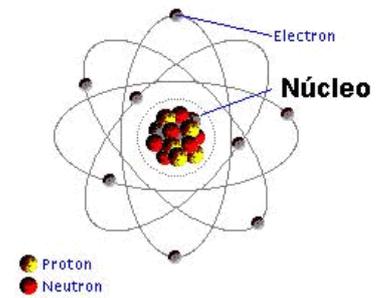
**Referencias bibliográficas, enlaces y direcciones electronicas**

1. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2009.
2. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2008.

TEMA 03

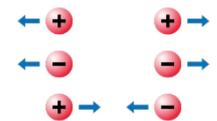
CARGA ELECTRICA Y CAMPO ELÉCTRICO

Las interacciones del electromagnetismo implican partículas que tienen una propiedad llamada carga eléctrica, es decir, un atributo que es tan fundamental como la masa. De la misma forma que los objetos con masa son acelerados por las fuerzas gravitatorias, los objetos cargados eléctricamente también se ven acelerados por las fuerzas eléctricas. La descarga eléctrica inesperada que usted siente cuando se frota sus zapatos contra una alfombra, y luego toca una perilla metálica, se debe a partículas cargadas que saltan de su dedo a la perilla. Las corrientes eléctricas como las de un relámpago o una televisión tan sólo son flujos de partículas cargadas, que corren por cables en respuesta a las fuerzas eléctricas. Incluso las fuerzas que mantienen unidos a los átomos y que forman la materia sólida, evitando que los átomos de objetos sólidos se atraviesen entre sí, se deben en lo fundamental a interacciones eléctricas entre las partículas cargadas en el interior de los átomos.



Carga eléctrica

La magnitud fundamental en electrostática es la carga eléctrica. Hay dos clases de carga: positiva y negativa. Las cargas del mismo signo se repelen mutuamente; las cargas de signo opuesto se atraen. La carga se conserva; la carga total de un sistema aislado es constante.



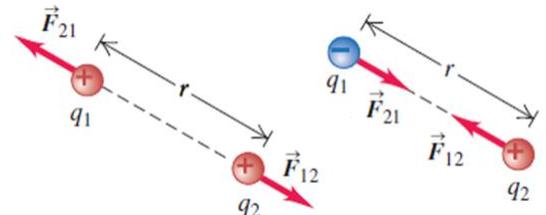
Los conductores son materiales que permiten que la carga se desplace libremente en su interior. Los aisladores permiten que la carga se desplace con dificultad mucho mayor. Casi todos los metales son buenos conductores: la mayor parte de los no metales son aisladores.

La ley de Coulomb es la ley básica que rige la interacción de cargas puntuales. En el caso de dos cargas  $q_1$  y  $q_2$  separadas por una distancia  $r$ , la magnitud de la fuerza sobre cualquiera de las cargas es proporcional al producto  $q_1 q_2$  e inversamente proporcional a  $r^2$ . La fuerza sobre cada carga actúa a lo largo de la recta que une a las dos cargas: es de repulsión si las cargas tienen el mismo signo, y de atracción si tienen signos opuestos. Su unidad en el SI de la carga eléctrica es el Coulomb, que se abrevia C.

$$F_{12} = F_{21} = K \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad \text{Nota: } \vec{F}_{12} \neq \vec{F}_{21}$$

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

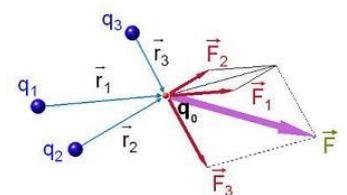


Ecuación vectorial:  $\vec{F}_{12} = F_{12} \vec{u}_{12}$       Vector unitario:  $\vec{u}_{12} = \frac{\vec{P}_1 P_2}{|\vec{P}_1 P_2|}$

El principio de superposición de fuerzas establece que, cuando dos o más cargas ejercen cada una una fuerza sobre una carga, la fuerza total sobre esa carga es la suma vectorial de las fuerzas que ejercen las cargas individuales.

Ecuación vectorial:  $\vec{F}_{Total} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \Rightarrow \vec{F}_{Total} = K \sum_{i=1}^n \frac{|q_i q_0|}{r_i^2} \vec{u}_i$

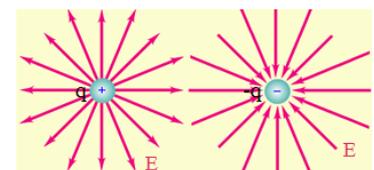
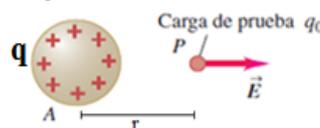
En el plano:  $\vec{F} = (\sum F_x) \vec{i} + (\sum F_y) \vec{j}$  . Magnitud o módulo:  $|\vec{F}| = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$



El campo eléctrico  $E$ , es una magnitud vectorial, es la fuerza en cada unidad de carga que se ejerce sobre una carga de prueba en cualquier punto, siempre y cuando la carga de prueba sea lo suficientemente pequeña para no perturbar las cargas que crean el campo. El campo eléctrico producido por una carga puntual tiene una dirección radial hacia la carga o en sentido contrario a ésta.

Ecuación vectorial:  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{|q_0|}$

$$E = \frac{F}{|q_0|} = K \frac{|q|}{r^2}$$

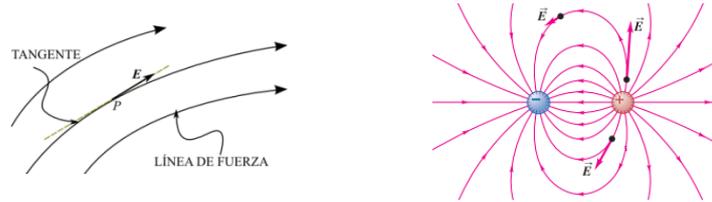


Principio de superposición de campo:  $\vec{E}_{Total} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \Rightarrow \vec{E}_{Total} = K \sum_{i=1}^n \frac{|q_i|}{r_i^2} \vec{u}_i$

En el plano:  $\vec{E} = (\sum E_x) \vec{i} + (\sum E_y) \vec{j}$  . Magnitud o módulo:  $|\vec{E}| = \sqrt{(\sum E_x)^2 + (\sum E_y)^2}$



Las líneas de campo ofrecen una representación gráfica de los campos eléctricos. En cualquier punto de una línea de campo, la tangente a la línea tiene la dirección de  $E$  en ese punto. El número de líneas en la unidad de área (perpendicular a su dirección) es proporcional a la magnitud de  $E$  en el punto.

**Problemas resueltos**

1. Si una esfera conductora es tocada por una barra cargada positivamente, la esfera adquiere una carga de 4 nC. Calcule el número de electrones que son transferidos debido al contacto.



Solución:

Se puede apreciar que la esfera pierde electrones y se carga con  $Q = 4 \times 10^{-9} \text{ C}$

- Se sabe que:  $Q = |e| \cdot n$

$$4 \times 10^{-9} = |1,6 \times 10^{-19}| \cdot n$$

$$n = 25 \times 10^9 \text{ electrones}$$

- Entonces podemos decir que la esfera pierde  **$25 \times 10^9$  electrones**

2. Dos pequeñas esferas conductoras idénticas se colocan de forma que sus centros se encuentren separados 0.30 m. A una se le da una carga de 12.0 nC y a la otra una carga de -18.0 nC. a) Determine la fuerza eléctrica que ejerce una esfera sobre la otra. b) ¿Qué pasaría si? Las esferas están conectadas mediante un alambre conductor. Determine la fuerza eléctrica entre ellas una vez que alcanzan el equilibrio.

Solución:

- a) La fuerza es una de las atracciones. La distancia  $r$  en la ley de Coulomb es la distancia entre centros. La magnitud de la fuerza es:

$$F = \frac{k_e(q_1 q_2)}{r^2} = (8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) \frac{(12.0 \times 10^{-9} \text{ C})(18.0 \times 10^{-9} \text{ C})}{(0.300 \text{ m})^2} = 2.16 \times 10^{-5} \text{ N}$$

- b) La carga neta de  $-6.00 \times 10^{-9} \text{ C}$  se divide por igual entre las dos esferas, o  $-3.00 \times 10^{-9} \text{ C}$  en cada una. La fuerza es una de repulsión, y su magnitud es:

$$F = \frac{k_e(q_1 q_2)}{r^2} = (8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) \frac{(3.00 \times 10^{-9} \text{ C})(3.00 \times 10^{-9} \text{ C})}{(0.300 \text{ m})^2} = 8.99 \times 10^{-7} \text{ N}$$

3. Tres cargas puntuales de  $8\mu\text{C}$ ,  $3\mu\text{C}$ , y  $-5\mu\text{C}$  están colocadas en los vértices de un triángulo rectángulo como se muestra en la figura. Cuál es la fuerza total sobre la carga de  $3\mu\text{C}$ . ( $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2$ )

Solución:

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(8 \times 10^{-6})(3 \times 10^{-6})}{0.05^2} = 86.4 \text{ N}$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(5 \times 10^{-6})(3 \times 10^{-6})}{0.04^2} = 84.4 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{0.03}{0.04} \right) = 36.86 \quad \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = F_x \hat{i} + F_y \hat{j}$$

$$F_x = -F_2 + F_{1x}$$

$$F_x = -F_2 + F_{1x} \cos \theta$$

$$F_x = -84.4 + (86.4)(\cos 36.86) = -15.3 \text{ N}$$

$$F_y = -F_{1y} = F_1 \sin \theta = -(86.4)(\cos 36.86) = -51.8 \quad \vec{F} = -15.3 \hat{i} - 51.8 \hat{j} \text{ N}$$

4. Dos pequeñas esferas de masa  $m$  están suspendidas de un punto común mediante cuerdas de longitud  $L$ . Cuando cada una de estas esferas tiene carga  $q$ , cada cuerda forma un ángulo  $\theta$  con la vertical como indica en la figura, demuestre que la carga  $q$  viene dada por:

$$q = 2L \sin \theta \sqrt{\frac{mg \tan \theta}{k}}$$

Donde  $k$  es la constante  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  determine  $q$  si  $m=10 \text{ g}$ ,  $L=50 \text{ cm}$ ,  $\theta=10^\circ$

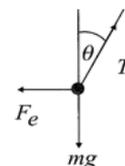
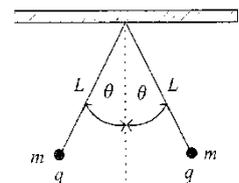
Solución:

$$T \cos \theta - mg = 0,$$

$$T \sin \theta - F_e = 0$$

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$$

la separación de las esferas:  $r = 2L \sin \theta$ . Entonces por equilibrio de fuerzas:





$$T \cos \theta = mg \dots (1)$$

$$T \sin \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{4L^2 \sin^2 \theta} \dots (2)$$

Dividiendo (2) por (1) obtenemos:  $\tan \theta = \frac{1}{mg} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{4L^2 \sin^2 \theta}$

En donde finalmente se obtiene:  $q = 2L \sin \theta \sqrt{\frac{mg \tan \theta}{k}}$

5. Dos pequeñas bolas metálicas idénticas portan cargas de 3 nC y -12 nC. Están separadas 3 cm. a) calcúlese la fuerza de atracción, b) las bolas de juntan y después se separan a 3 cm. Determine las fuerzas que ahora actúan sobre ellas.

Solución:

$$a) F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{d^2}$$

$$F = (9 \times 10^9) \frac{(3 \times 10^{-9})(12 \times 10^{-9})}{(0.03)^2} = 3.6 \times 10^{-4} \text{ N (atracción)}$$

$$b) Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q = 3 \times 10^{-9} - 12 \times 10^{-9} = -9 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$Q_1 = Q_2 = -4.5 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{d^2} \quad F = (9 \times 10^9) \frac{(4.5 \times 10^{-9})(4.5 \times 10^{-9})}{(0.03)^2} = 2 \times 10^{-4} \text{ N (repulsión)}$$

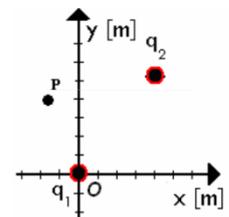
Determinar el campo eléctrico en el punto P(-2,4) [m] debido a la presencia de la carga  $q_1 = 10 \mu\text{C}$  que se encuentra en el origen de un sistema cartesiano y de la carga  $q_2 = 20 \mu\text{C}$  con coordenadas (4,5) [m].

Solución:

$$E = \vec{E}_{P1} + \vec{E}_{P2} \quad \vec{E}_{P1} = k e \cdot \frac{q_1}{r_{p1}^2} |\vec{r}_{p1}| \quad \vec{E}_{P1} = 9 \times 10^9 \frac{10 \times 10^{-6}}{4.47^2} \left( \frac{-2\hat{i} + 4\hat{j}}{\sqrt{4+16}} \right)$$

$$\vec{E}_{P1} = (-2011.5\hat{i} + 4023\hat{j}) \left[ \frac{\text{N}}{\text{C}} \right] \quad \vec{E}_{P2} = k e \cdot \frac{q_2}{r_{p2}^2} |\vec{r}_{p2}| \quad \vec{E}_{P2} = 9 \times 10^9 \frac{20 \times 10^{-6}}{6.08^2} \left( \frac{-6\hat{i} - 1\hat{j}}{\sqrt{36+1}} \right)$$

$$\vec{E}_{P2} = (-4801\hat{i} - 802.7\hat{j}) \left[ \frac{\text{N}}{\text{C}} \right] \quad \vec{E} = (-6813\hat{i} + 3220\hat{j}) \left[ \frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$



6. Dos cargas eléctricas puntuales, la una, A, triple que la otra, B, están separadas 1m. Determinar el punto en la que la unidad de carga positiva estaría en equilibrio.

a. Cuando A y B tienen el mismo signo.

b. Cuando tienen signos opuestos.

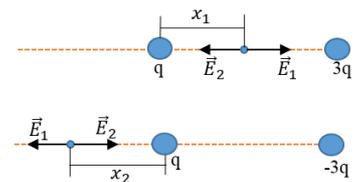
Solución

$$E_1 - E_2 = 0 \quad K_0 \frac{q}{x^2} - K_0 \frac{3q}{(1-x)^2} = 0$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{3}{(1-x)^2} \quad x_1 = 0,366\text{m} \quad x_2 = -1,366\text{m}$$

$x_1 =$  solución con cargas del mismo signo.

$x_2 =$  solución cuando tienen signos opuestos.



7. Una carga puntual positiva de  $10^{-2} \mu\text{C}$  se encuentra en el punto A(-1, 2, 1)m. Otra carga puntual negativa de  $-2 \times 10^{-2} \mu\text{C}$  se encuentra en B(2, -2, 2)m. Determinar el campo eléctrico creado por esta distribución en el punto C(3,4,0)m.

Solución

$$r_1 = AC = 4\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}; \quad m; \quad |r_1| = \sqrt{21}; \quad m \quad \frac{r_1}{|r_1|} = \frac{\sqrt{21}}{21} (4\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$$

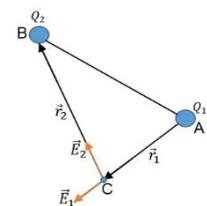
$$r_2 = CB = -\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}; \quad m; \quad |r_2| = \sqrt{41}; \quad m \quad \frac{r_2}{|r_2|} = \frac{\sqrt{41}}{41} (-\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$E_1 = 9 \times 10^9 \frac{10^{-8}}{21} = \frac{30}{7}; \quad \text{N/C} \quad E_1 = \frac{10\sqrt{21}}{49} (4\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}); \quad \text{N/C}$$

$$E_2 = 9 \times 10^9 \frac{2 \times 10^{-8}}{41} = \frac{180}{41}; \quad \text{N/C} \quad E_2 = \frac{180\sqrt{41}}{1681} (-\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}); \quad \text{N/C}$$

$$E = E_1 + E_2 = \left( \frac{40\sqrt{21}}{49} - \frac{180\sqrt{41}}{1681} \right) \hat{i} + \left( \frac{20\sqrt{21}}{49} - \frac{1080\sqrt{41}}{1681} \right) \hat{j} + \left( \frac{10\sqrt{21}}{49} - \frac{360\sqrt{41}}{1681} \right) \hat{k} \text{ N/C}$$

$$E = 3,061\hat{i} - 2,24\hat{j} + 2,31\hat{k}; \quad \text{N/C}$$



### Referencias bibliográficas, enlaces y direcciones electronicas

- Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2009.
- Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2008.

**Práctica dirigida N° 3**  
**Tema: Carga eléctrica – Campo eléctrico**

Sección: .....

Docente: *Escribir el nombre del docente*

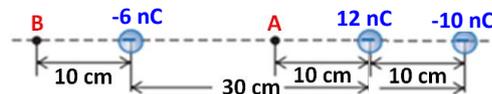
Fecha: ...../...../.....

Duración: .....

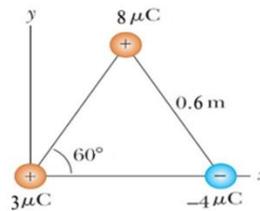
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

**INSTRUCCIONES:** Este balotario de problemas; está preparado para reforzar el aprendizaje de la carga eléctrica y el campo eléctrico. Interprete el enunciado del problema y resuelva empleando la teoría del tema.

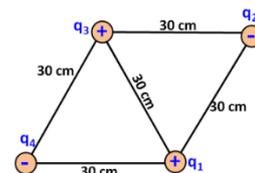
- Se produce un rayo cuando hay un flujo de carga eléctrica (principalmente electrones) entre el suelo y un nubarrón. La proporción máxima de flujo de carga al caer un rayo es de alrededor de 25 kC/s; esto dura 80  $\mu$ s. ¿Cuánta carga fluye entre el suelo y la nube en este tiempo?
- Determinar la cantidad de electrones y la carga eléctrica de un pequeño alfiler de plata, eléctricamente neutro, que tiene una masa de 10 g. Nota:  ${}_{47}\text{Ag}^{107.87}$
- Determinar la carga eléctrica positiva que hay en una vaso de agua de 100 ml; siendo:  ${}_{1}\text{H}^2$  ;  ${}_{8}\text{O}^{16}$
- Que exceso de electrones debe tener cada una de dos pequeñas cargas puntuales separadas 6 cm; si la fuerza de repulsión entre ellos debe ser  $10 \times 10^{-22}$  N.
- Tres cargas puntuales están separadas como se muestra en la figura. a) ¿Cuáles serían la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica que produciría esta combinación de cargas sobre un protón situado en el punto A?. b) a) ¿Cuáles serían la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica que produciría esta combinación de cargas sobre un electrón situado en el punto B?.



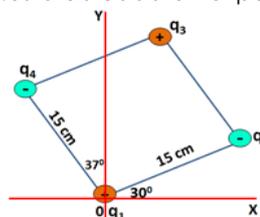
- En las esquinas de un triángulo equilátero existen tres cargas puntuales. Calcule la fuerza eléctrica total sobre la carga de valor 8  $\mu$ C.



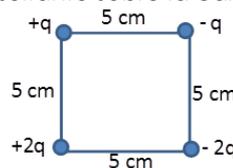
- Del sistema de cargas eléctricas mostrado; ¿Cuál es la fuerza resultante y su dirección sobre la carga  $q_1$ ?; si  $q_1 = q_3 = 5 \mu\text{C}$ ,  $q_2 = q_4 = -8 \mu\text{C}$ .



- En la figura mostrada, tres cargas puntuales  $q_2 = -4.0 \mu\text{C}$ ;  $q_3 = +6.0 \mu\text{C}$  y  $q_4 = -5 \mu\text{C}$  interactúan con una carga puntual  $q_1 = +8.0 \mu\text{C}$ . Determinar: a) La magnitud de la fuerza neta sobre la carga  $q_1$ ; b) La dirección de la fuerza neta. La carga  $q_3$  está ubicada en el punto (10,17) cm.



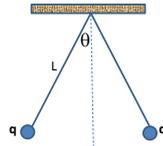
- En la figura mostrada, calcular la fuerza resultante sobre la carga de  $-2q$ ; si  $q = 1.0 \times 10^{-7}$  C



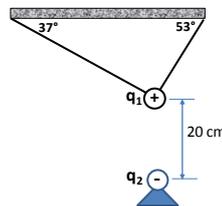
- Dos cargas de 3 y  $-5 \mu\text{C}$  se encuentran en los puntos (1,0) m. y (6,0) m. Halla donde habrá de colocarse una carga de 1  $\mu\text{C}$  de tal forma que permanezca inmóvil.



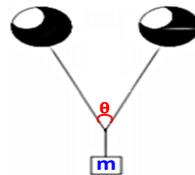
11. Dos esferas conductoras idénticas, con cargas de signos opuestos, se atraen con una fuerza de  $0.216\text{ N}$  al estar separados  $0.60\text{ m}$ . Las esferas se interconectan con un alambre conductor y a continuación se repelen con una fuerza de  $0.072\text{ N}$ . ¿Cuáles eran las cargas iniciales en las esferas?
12. Se coloca una carga  $q_1 = 15\ \mu\text{C}$  en el  $(-4,0)$  en el sistema de coordenadas  $xy$ , y una carga  $q_2 = -20\ \mu\text{C}$  se sitúa sobre la parte positiva del eje  $x = 8\text{ cm}$ . a) Si ahora se coloca una tercera carga  $q_3 = 10\text{ nC}$  en el punto  $x = 8\text{ cm}$ ,  $y = 9\text{ cm}$ . a) Determine la ecuación vectorial de la fuerza total ejercida sobre la carga  $q_3$ . b) Determine su magnitud y dirección de la fuerza total
13. Sobre los extremos de un segmento  $AB$  de  $120\text{ cm}$  de longitud se fijan dos cargas, una con  $q_1 = 0,50\text{ nC}$  sobre el punto  $A$  y otra  $q_2 = 8\text{ nC}$ , sobre el punto  $B$ . Ubicar un punto  $P$ , sobre  $AB$  de modo que quede el campo eléctrico producido por ambas cargas en equilibrio.
14. Dos pequeñas esferas cargadas, cada una de ellas con una masa de  $10\text{ g}$ , cuelgan en equilibrio como se muestra en la figura. La longitud de cada hilo es de  $120\text{ cm}$  y el ángulo  $\theta = 5^\circ$ . Encuentre la magnitud de la carga eléctrica de cada esfera.



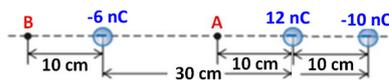
15. En la siguiente figura,  $q_1 = 10\ \mu\text{C}$ ;  $q_2 = -8\ \mu\text{C}$ . Determine las tensiones de las cuerdas y el campo eléctrico que ejerce la carga negativa.



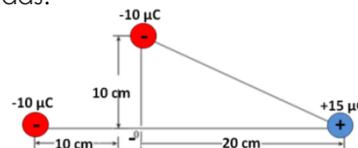
16. Dos globos iguales llenos de Helio, están cargados con carga igual  $q$ . Mediante dos hilos de longitud  $100\text{ cm}$  amarrados a los globos se suspende una masa de  $5\text{ g}$ ; quedando el sistema flotando en equilibrio con los hilos formando un ángulo de  $\theta = 60^\circ$  entre sí. Determine el valor de la carga  $q$ .



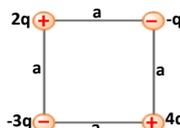
17. Tres cargas puntuales están separadas como se muestra en la figura. Encuentre el campo eléctrico neto que producen tales cargas; En el punto  $A$  y en el punto  $B$ .



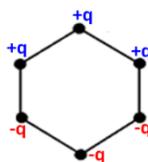
18. Tres cargas puntuales se colocan, como muestra la figura. Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico en el origen de coordenadas.



19. En las esquinas de un cuadrado de lado  $a = 20\text{ cm}$ , existen cuatro partículas con carga.  $q = 5\ \mu\text{C}$ . ¿Cuál es el campo eléctrico neto y la dirección ejercida en el centro del cuadrado?



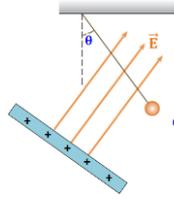
20. Calcular el vector campo eléctrico del sistema de cargas de la figura en el centro del hexágono regular. Datos:  $q = 50\ \mu\text{C}$ , lado  $a = 20\text{ cm}$



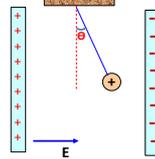
21. Una bola de corcho cargada con  $1,50\text{ g}$  de masa está suspendida de un hilo muy ligero en un campo eléctrico uniforme, como se observa en la figura. Cuando la intensidad del campo eléctrico es



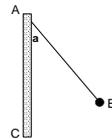
$\vec{E} = 5 \times 10^5 \vec{i} + 8 \times 10^5 \vec{j}$  (N/C), la bola está en equilibrio y forma un ángulo  $\theta = 37^\circ$ . Determine a) la tensión que soporta el hilo. b) La carga eléctrica sobre la bola



22. La intensidad del campo eléctrico entre las placas de la figura es de 2500 N/C;  $\theta = 30^\circ$  ¿Cuál es la magnitud de la carga sobre la esfera suspendida, cuya masa es 5 mg?



23. En la figura adjunta AC es un plano infinito cargado; y B una esfera cargada del mismo signo, de masa  $4 \times 10^{-5}$  kg y cuya carga es de  $7 \times 10^{-10}$  C, la tensión del hilo del cual depende la esfera es de  $5 \times 10^{-4}$  N. Halle el campo eléctrico del plano AC.



24. Se tiene un alambre de longitud que posee una distribución lineal de carga  $\lambda = \lambda_0(1+x)$ ; siendo  $\lambda_0$  (C/cm) una constante. Hallar la carga total

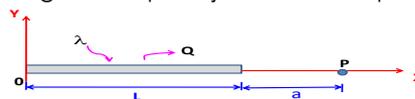
25. Sobre la superficie lateral cilíndrica hay una distribución de carga  $\delta = \delta_0 \theta$  (C/cm<sup>2</sup>) y es constante. El cilindro es hueco de radio R y altura H. Hallar la carga total depositado en el cilindro.

26. Halle la carga neta encerrada en un cubo de 2 m de arista paralela a los ejes XYZ; y centrado en el origen de coordenadas. Si la densidad de carga es  $\rho = 50 x^2 \cos(\frac{\pi y}{2})$  dado  $\rho$ , en  $\frac{\mu C}{m^3}$ .

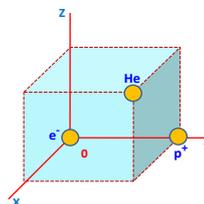
27. La figura mostrada se tiene un barra lineal de longitud L y densidad lineal de carga  $\lambda$ ; delgada que lleva una carga "q" distribuida uniformemente en toda su longitud. Se pide calcular la fuerza que ejerce la barra sobre una carga puntual "q<sub>1</sub>" situada a una distancia "b" de un extremo de la barra.



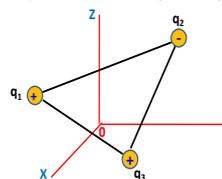
28. La carga positiva está distribuida uniformemente a lo largo de la barra lineal. Calcule el campo eléctrico producido por la distribución de carga "Q", que ejerce sobre el punto "P"



29. La siguiente figura es un cubo de 1 m de lado. Calcular la fuerza eléctrica ejercida sobre la Partícula del electrón. Considera la carga del núcleo de helio  ${}^2_2\text{He}^4$ .



30. En la siguiente figura; determinar el campo eléctrico resultante; en el origen de coordenadas; siendo las ubicaciones de las cargas en:  $P_1(1,-2,2)m$ ,  $q_1 = 5 \mu C$ ;  $P_2(2,3,2)m$ ,  $q_2 = -7 \mu C$  y  $P_3(1,1,0)m$ ,  $q_3 = 9 \mu C$



Referencias bibliográficas, enlaces y direcciones electronicas

1. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2009.

## Segunda Unidad

### TEMA 04

Al término de este capítulo se podrá ver ¿Cómo determinar la cantidad de carga dentro de una superficie cerrada examinando el campo eléctrico sobre la superficie? • ¿Cuál es el significado de flujo eléctrico y cómo se calcula? • ¿Cómo la ley de Gauss relaciona al flujo eléctrico a través de una superficie cerrada con la carga encerrada por la superficie. • ¿Cómo usar la ley de Gauss para calcular el campo eléctrico debido a una distribución simétrica de la carga? • Dónde se localiza la carga en un conductor cargado.

#### Concepto de Flujo

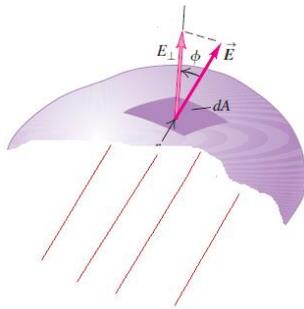
El concepto de flujo tiene que ver con el problema de resolver cuanto material pasa por una determinada área. En nuestro caso queremos saber cuánto del campo eléctrico atraviesa un área.

Se define el flujo como  $\phi_E \equiv \vec{E} \cdot \vec{A}$

Si realizamos el mismo procedimiento que en el caso anterior tendremos para el flujo:

$$\phi \equiv EA \cos \theta$$

Si los vectores  $\vec{E}$  y  $\vec{A}$  son paralelos el ángulo  $\theta=0^\circ$ ; luego:  $\phi_E = EA$



#### Para una superficie amorfa:

En este caso:  $d\phi \equiv \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cos \theta dA$

En forma general:  $\phi = \iint_S E \cos \theta dA$

#### Ley de Gauss

Si se considera una superficie amorfa cerrada S (superficie gaussiana), en cuyo interior se encuentra una carga neta  $q_{\text{neto}}$ , se tiene que el flujo eléctrico que atraviesa dicha superficie es

$$\phi_E = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{neto}}}{\epsilon_0}; \text{ donde } \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$$

Para superficies regulares:

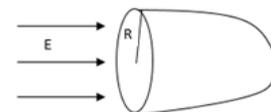
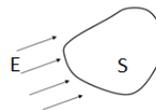
$$\phi_{E,\text{Total}} = \sum \phi_E = \sum E S \cos \theta = \frac{q_{\text{neto}}}{\epsilon_0};$$

Siendo:  $q_{\text{neto}} = \sum q$

#### Caso especial

Si la carga neta es cero, entonces el flujo eléctrico es cero.

$$\phi_S = 0$$

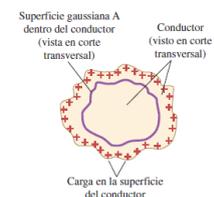


#### APLICACIONES DE LA LEY DE GAUSS

i) Campo eléctrico en el interior de un conductor cargado

La carga en exceso en un conductor se sitúa en la superficie y el campo E en el interior es cero.

ii) Campos eléctricos para otras distribuciones de carga.



**Campo eléctrico de varias distribuciones simétricas de carga:** En la siguiente tabla se listan los campos eléctricos generados por varias distribuciones simétricas de carga. En la tabla,  $q$ ,  $Q$ ,  $\lambda$  y  $\sigma$  se refieren a las magnitudes de las cantidades.

Distribución de la carga	Punto en el campo eléctrico	Magnitud del campo eléctrico
Una sola carga puntual	Distancia $r$ desde $q$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$
Carga $q$ en la superficie de una esfera conductora de radio $R$	Esfera exterior, $r > R$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$
	Esfera interior, $r < R$	$E = 0$
Alambre infinito, carga por unidad de longitud $\lambda$	Distancia $r$ desde el alambre	$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$
Cilindro conductor infinito con radio $R$ , carga por unidad de longitud $\lambda$	Cilindro exterior, $r > R$	$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$

	Cilindro interior, $r < R$	$E = 0$
Esfera aislante sólida con radio $R$ , carga $Q$ distribuida de manera uniforme en todo el volumen	Esfera exterior, $r > R$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$
	Esfera interior, $r < R$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{R^3}$
Placa infinita cargada con carga uniforme por unidad de área $\sigma$	Cualquier punto	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
Dos placas conductoras con cargas opuestas con densidades superficiales de carga $+\sigma$ y $-\sigma$	Cualquier punto entre las placas	$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

### EJERCICIO 1

Determine el flujo eléctrico en la parte paraboloide de la siguiente estructura en forma de “bala”, si el campo eléctrico que lo atraviesa es  $E$  y proviene de fuera de la superficie, el radio de la parte circular es  $R$

Solución:

Datos:  $E$  y  $R$  Debemos observar que el campo  $E$  que atraviesa la superficie proviene de fuera de ella, no es un campo generado en el interior de la superficie, por lo que la carga neta encerrada es cero. Por tanto:  $\phi_s = 0$ .

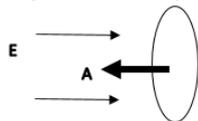
Pero, podemos considerar la superficie en forma de “bala”, como compuesta de dos superficies: Una circular y otra formada por el paraboloide, por lo que:

$$\phi_{circular} + \phi_{paraboloid} = 0 \quad \phi_{paraboloid} = -\phi_{circular}$$

Por lo que, calcular el flujo en el círculo permitirá determinar el flujo en el paraboloide.

#### Hallando el flujo en el área circular

Por definición:  $\phi_{circulo} = EA \cos\theta$  Como  $E$  y  $R$  son conocidos, tenemos:  $\phi_{circulo} = E\pi R^2 \cos\theta$  Sólo falta conocer el ángulo  $\theta$  entre  $E$  y el vector de área  $A$ :



De acuerdo a la imagen observada se deduce que el

ángulo es  $180^\circ$ , por lo que:

$$\phi_{circulo} = E\pi R^2 \cos\theta = E\pi R^2 \cos 180 = E\pi R^2 (-1) = -E\pi R^2$$

Por lo que:  $\phi_{paraboloid} = -\phi_{circular} = -(-E\pi R^2)$  De donde resulta que:  $\phi_{paraboloide} = E\pi R^2$

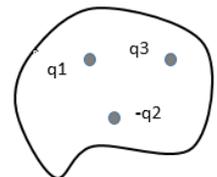
### EJERCICIO 2

En el interior de una superficie amorfa  $S$ , se encuentran las siguientes cargas:  $q_1=15 \mu\text{C}$ ,  $q_2=-4 \mu\text{C}$  y  $q_3=3 \mu\text{C}$ . Determine el flujo eléctrico que emerge de la superficie  $S$ .

Solución:

Datos:  $q_1=15 \mu\text{C}$ ,  $q_2=-4 \mu\text{C}$  y  $q_3=3 \mu\text{C}$

Como las cargas están en el interior de la superficie, aplicamos la ley de Gauss que indica que el flujo es la carga neta encerrada entre  $\epsilon_0$ , de este modo:



$$\phi_s = \frac{q_N}{\epsilon_0}$$

$$\phi_s = \frac{q_N}{\epsilon_0} = \frac{15 \times 10^{-6} - 4 \times 10^{-6} + 3 \times 10^{-6}}{8,85 \times 10^{-12}} = \frac{14 \times 10^{-6}}{8,85 \times 10^{-12}} = \frac{14 \times 10^{-6}}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2}$$

$$\phi_s = 1,6 \times 10^6 \text{ N.m}^2 / \text{C}$$

### Referencias bibliográficas, enlaces y direcciones electronicas

1. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2009.
2. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2008.

**PRÁCTICA DIRIGIDA N° 4**

**Tema: Ley de Gauss**

Sección: .....

Docente: Escribir el nombre del docente

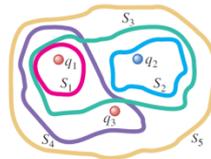
Fecha: ...../...../.....

Duración: .....

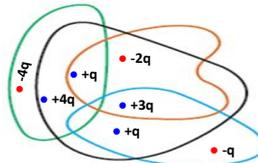
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

**INSTRUCCIONES:** Este balotario de problemas; está preparado para reforzar el aprendizaje de la ley de Gauss. Interprete el enunciado del problema y resuelva empleando la teoría del tema.

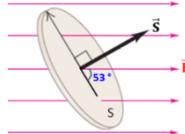
- Las tres esferas pequeñas que se muestran en la figura tienen cargas  $q_1 = 5 \text{ nC}$ ,  $q_2 = -3 \text{ nC}$  y  $q_3 = 8 \text{ nC}$ . Calcule la cantidad de líneas que pasan a través de las superficies gaussianas en la figura: a)  $S_1$ ; b)  $S_2$ ; c)  $S_3$ ; d)  $S_4$ ; e)  $S_5$ .



- En la figura se muestran cuatro superficies cerradas,  $S_1$  a  $S_4$ , así como las cargas. Si  $q = 2,5 \times 10^{-8} \text{ C}$ ; determine el flujo eléctrico a través de cada superficie.



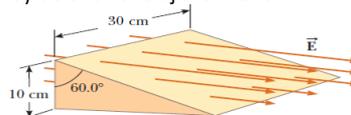
- Un disco con radio de 50 cm se orienta con su vector de superficie, respecto a un campo eléctrico uniforme con magnitud de  $2,5 \times 10^3 \text{ N/C}$ , como se muestra en la figura. a) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través del disco? b) ¿Cuál sería el flujo eléctrico que cruzaría el disco si este se girara de manera que su vector de superficie fuera perpendicular al campo eléctrico; c) ¿Cuál sería el flujo eléctrico que pasaría a través del disco si su vector de superficie fuera paralela al campo eléctrico.



- Una delgada hoja de papel tiene un área de  $0,250 \text{ m}^2$  y está orientada de tal modo que la normal a la hoja forma un ángulo de  $60^\circ$  con un campo eléctrico uniforme de magnitud  $14 \text{ N/C}$ . a) Calcule la magnitud del flujo eléctrico a través de la hoja. b) ¿La respuesta al inciso a) depende de la forma de la hoja? ¿Por qué? c) Para qué ángulo  $\theta$  entre la normal a la hoja y el campo eléctrico, la magnitud del flujo a través de la hoja es: i) máxima y ii) mínima? Explique sus respuestas.
- Una esfera metálica sólida con radio de 45 cm tiene una carga neta de  $0,25 \text{ nC}$ . Determine la magnitud del campo eléctrico a) en un punto a 10 cm fuera de la superficie, y b) en un punto dentro de la esfera, a 10 m bajo la superficie.
- Una carga puntual de  $25 \mu\text{C}$  está situado en el centro de una superficie esférica de radio 8 cm. Calcule el flujo magnético neto del campo eléctrico a través de dicha superficie.
- Calcule el flujo eléctrico total a través de la superficie paraboloides debido al campo eléctrico constante de  $2,10^4 \text{ N/C}$ , siendo el radio de 0,2 m.



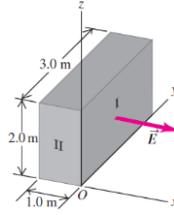
- Considere una caja triangular cerrada que descansa dentro de un campo eléctrico vertical de magnitud  $E = 8 \times 10^4 \text{ N/C}$ ; como se muestra en la figura. a) Calcule el flujo eléctrico a través de la superficie rectangular vertical. b) sobre el plano inclinado. c) sobre la caja entera.



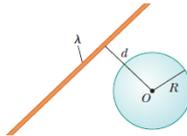
- Un campo eléctrico vertical de  $2 \times 10^4 \text{ N/C}$  de magnitud, existe sobre la superficie de la tierra un día en que amenaza una tormenta. Un auto que puede considerarse como un paralelepípedo de dimensiones de  $3950 \times 1695 \times 1510 \text{ mm}$ , viaja a lo largo de un camino inclinado de  $15^\circ$  hacia abajo. Determina el flujo eléctrico a través de la base inferior del auto; cuando atraviesa el campo eléctrico.
- El campo eléctrico  $E_x = 125 \text{ N/C}$ , en la figura es paralelo al eje x; a) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de la superficie I en la figura?; b) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de la superficie II?; c) El volumen que se ilustra en la figura es una pequeña sección de un bloque muy grande aislante de 1.0 m de espesor. Si



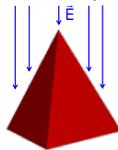
dentro de ese volumen hay una carga total de  $-24 \text{ nC}$ , ¿cuáles son la magnitud y dirección de  $\mathbf{E}$  en la cara opuesta a la superficie I?



11. Una carga lineal infinitamente larga tiene carga uniforme por cada unidad de longitud  $\lambda$  y se localiza a una distancia  $d$  del punto  $O$ , como se muestra en la figura. Determine el flujo eléctrico total a través de la superficie de una esfera de radio  $R$  con centro en  $O$  como resultado de la carga lineal. Tome en cuenta cuando  $R < d$  y  $R > d$ .

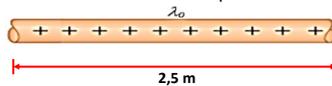


12. Un tetraedro de lado 10 m se coloca dentro un campo eléctrico vertical hacia abajo de  $500 \text{ N/C}$ . Determine el flujo eléctrico total a través de las tres superficies inclinadas del tetraedro.

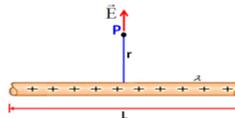


13. El campo eléctrico a 40 cm de una línea uniforme y muy larga de carga es de  $840 \text{ N/C}$ . ¿Cuánta carga está contenida en una longitud de 2 cm de la línea

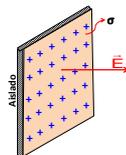
14. El campo eléctrico a 50 cm de un conductor lineal cargado positivamente es de  $1200 \text{ N/C}$ . Determinar:  
a) La densidad lineal de carga. b) Hallar el número de protones en una longitud del conductor de 25 cm



15. La figura muestra una varilla delgada de carga positiva, con densidad lineal de carga de  $\lambda = 3,35 \times 10^{-8} \text{ C/m}$ . a) Calcular el campo eléctrico en el punto P; si  $r = 50 \text{ cm}$ . b) La carga eléctrica cuando la fuerza es  $1 \times 10^{-5} \text{ N}$ .

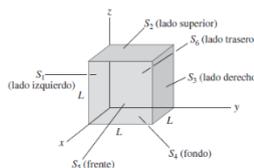


16. La figura muestra una lámina delgada cuadrada de lado L, con densidad superficial de carga  $+\sigma$  y un campo eléctrico de  $2,5 \times 10^4 \text{ N/C}$ . ¿Cuál será el número de protones cuando el lado del cuadrado es 5 cm?



17. Una esfera metálica sólida con radio de 45 cm tiene una carga neta de  $25 \text{ pC}$  y un campo eléctrico de  $1,5 \times 10^{18} \text{ C}$ . Determine la densidad de carga eléctrica en un punto a 10 cm fuera de la superficie

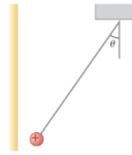
18. Un cubo tiene lados con longitud  $L = 30 \text{ cm}$ . Se coloca con una esquina en el origen, como se muestra en la figura. El campo eléctrico no es uniforme, pero está dado por  $\mathbf{E} = 5\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ . (N/C). a) Calcule el flujo eléctrico a través de cada una de las seis caras del cubo,  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$  y  $S_6$ . b) Determine cuál es la carga eléctrica total dentro del cubo.



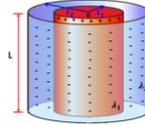
19. Una pirámide con una base cuadrada horizontal de 6m de lado y una altura de 4m está localizada en un campo eléctrico vertical de  $5 \text{ N/C}$  hacia abajo. Determine el flujo eléctrico total a través de las cuatro superficies inclinadas de la pirámide.



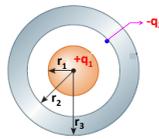
20. Una esfera pequeña con masa de 20 mg tiene una carga de  $5 \times 10^{-8}$  C y cuelga de un cordel cerca de una lámina muy grande, conductora y con carga positiva, como se ilustra en la figura. La densidad de carga en la lámina es de  $2.50 \times 10^{-7}$  C/m<sup>2</sup>. Encuentre el ángulo que forma el cordel.



21. Dos cilindros concéntricos de longitud 15 cm y radios 6 cm y 9 cm respectivamente; tienen una densidad lineal de carga interior de  $+10 \mu\text{C}/\text{m}$  y exterior de  $-16 \mu\text{C}/\text{m}$ . Hallar: a) La intensidad del campo eléctrico, a una distancia de 8 cm desde el centro, b) La intensidad del campo eléctrico, a una distancia de 11 cm desde el centro, con ambos cilindros.

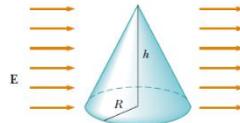


22. Una esfera sólida ( $r_1 = 6$  cm) con una carga neta de  $+18 \mu\text{C}$  está adentro de una cascaron hueco ( $r_2 = 7$  cm) que tiene una carga neta de  $-10 \mu\text{C}$ . ¿Cuál es el campo eléctrico a una distancia de  $r_3 = 13$  cm desde el centro de la esfera sólida?

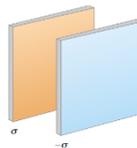


23. Una línea uniforme y muy larga de carga tiene  $4.80 \mu\text{C}/\text{m}$  por unidad de longitud y se ubica a lo largo del eje x. Una segunda línea uniforme de carga tiene una carga por unidad de longitud de  $-2.40 \mu\text{C}/\text{m}$  y está situada paralela al eje x en  $y = 0.400$  m. ¿Cuál es el campo eléctrico neto (magnitud y dirección) en los siguientes puntos sobre el eje y: a)  $y = 0.200$  m y b)  $y = 0.600$  m?

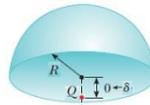
24. Un cono de base de radio R y altura h está localizado sobre una mesa. Un campo uniforme horizontal E penetra al cono como se muestra en la figura. Determine el flujo eléctrico que entra el lado izquierdo del cono.



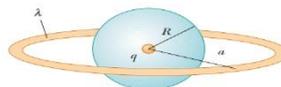
25. Dos hojas no conductoras infinitas cargadas son paralelas como se ilustra en el gráfico. La hoja de la izquierda tiene una densidad uniforme de carga  $\sigma$  y la de la derecha  $-\sigma$  a) Determine el campo a la izquierda de las hojas, b) en medio y c) a la derecha.



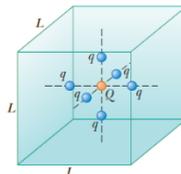
26. Una carga puntual  $Q = 25 \text{ pC}$  está localizada justo por debajo del centro de la cara plana de un hemisferio de radio  $R = 5$  cm, como se muestra en la figura. A) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de la superficie curvada y B) a través de la cara plana.



27. Una carga puntual q está localizado en el centro de un anillo uniforme que tiene una densidad de carga lineal  $\lambda$  y radio a, como se muestra. Determine el flujo total a través de una esfera de radio R centrada en la carga puntual y con  $R < a$ .

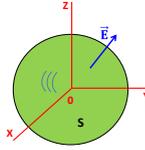


28. Una carga puntual  $Q = 5 \text{ mC}$  se localiza en el centro de un cubo de arista  $L = 10$  cm. Además, simétricamente alrededor de Q, como se muestra en la figura, existen otras seis cargas puntuales idénticas  $q = -1.0 \text{ mC}$ . Determine el flujo eléctrico a través de una de las caras del cubo.





29. Una esfera de radio  $R$  tiene una carga positiva, cuya densidad volumétrica depende solo de la distancia  $r$  hasta su centro según la ecuación  $\rho = \rho_0(1 - \frac{r}{R})$ , donde  $\rho_0$  es una constante. Utilizando la Ley de Gauss calcule el campo eléctrico dentro de la esfera.
30. Calcule el flujo eléctrico, extendida a la superficie del volumen limitado por la esfera,  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ; siendo el campo eléctrico no uniforme  $\vec{E} = xz\vec{i} + yz\vec{j} + z^2\vec{k}$ , (N/C).



**Referencias bibliográficas, enlaces y direcciones electronicas**

1. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2009.
2. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2008.

TEMA 05

POTENCIAL ELÉCTRICO

Cuando una partícula con carga se mueve en un campo eléctrico, el campo ejerce una fuerza que efectúa trabajo sobre la partícula. Este trabajo siempre se puede expresar en términos de la energía potencial eléctrica. Así como la energía potencial gravitatoria depende de la altura de una masa sobre la superficie terrestre, la energía potencial eléctrica depende de la posición que ocupa la partícula con carga en el campo eléctrico. Describiremos la energía potencial eléctrica utilizando un concepto nuevo, llamado potencial eléctrico o simplemente potencial. Es frecuente que en el estudio de los circuitos, una diferencia de potencial entre un punto y otro reciba el nombre de voltaje. El potencial eléctrico tiene la misma relación con el campo eléctrico que la que tiene la energía potencial con la fuerza. La descarga de los rayos es una impresionante demostración de que hay energía en los campos eléctricos. Existe una gran diferencia de potencial entre la Tierra y las nubes, o entre nubes distintas.

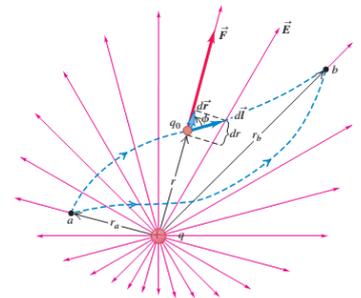


Energía potencial eléctrica

La fuerza eléctrica originada por cualquier conjunto de cargas en reposo es una fuerza conservativa. El trabajo  $W$  que la fuerza eléctrica realiza sobre una partícula con carga trasladándose dentro de un campo se puede representar mediante el cambio de una función potencial de energía  $U$ .

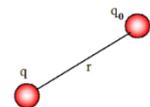
$$W_{A \rightarrow B} = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}; \text{ siendo: } \vec{F} \cdot d\vec{r} = F dr \cos \theta = (F \cos 0^\circ) dr; \quad F = k \frac{|q q_0|}{r^2}$$

$$W_{A \rightarrow B} = \int_{r_A}^{r_B} k \frac{q q_0}{r^2} dr = k q q_0 \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{r^2} dr = k q q_0 \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \Rightarrow \boxed{W_{A \rightarrow B} = k q q_0 \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)}$$



Energía potencial de un sistema compuesto por dos partículas cargadas

$$\boxed{U = k \frac{q q_0}{r}} \quad \text{Unidad: Joule (J)} \quad \text{Siendo: } k = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \approx 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$$



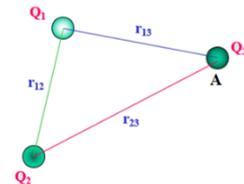
Relacion del trabajo con la energía potencial eléctrica:  $\boxed{W_{A \rightarrow B} = -\Delta U_{A \rightarrow B}}$

$$W_{A \rightarrow B} = -(U_B - U_A) \Rightarrow W_{A \rightarrow B} = U_A - U_B$$

Energía potencial de un sistema compuesto por tres partículas cargadas

Con relación al punto A:  $U_A = U_{12} + U_{13} + U_{23}$

$$U_A = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + K \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + K \frac{q_2 q_3}{r_{23}}$$



Energía Potencial de sistema compuesto por n cargas puntuales

$$u_n = K \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Problema 01

Una carga puntual  $q_1 = +2.40 \mu\text{C}$  se mantiene estacionaria en el origen. Una segunda carga puntual  $q_2 = -4.30 \mu\text{C}$  se mueve del punto  $x=0.150 \text{ m}$ ,  $y=0$ , al punto  $x=-0.250 \text{ m}$ ,  $y=0.250 \text{ m}$ . ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza eléctrica sobre  $q_2$ ?

Solución:

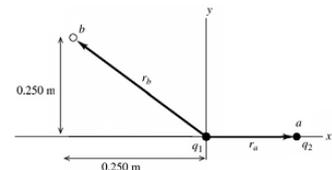
$$r_a = 0.150$$

$$r_b = \sqrt{0.25^2 + 0.25^2} = 0.3536 \quad W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b$$

$$U_a = \frac{k_e (q_1 q_2)}{r_a} = (8.998 \times 10^9) \frac{(+2.4 \times 10^{-6})(-4.30 \times 10^{-6})}{0.150} = -0.6184 \text{ J}$$

$$U_b = \frac{k_e (q_1 q_2)}{r_b} = (8.998 \times 10^9) \frac{(+2.4 \times 10^{-6})(-4.30 \times 10^{-6})}{0.3536} = -0.2623 \text{ J}$$

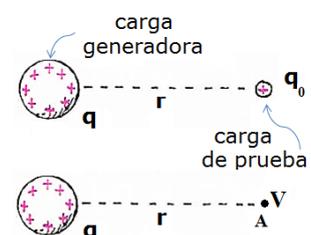
$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b = -0.6184 - (-0.2623) = -0.356 \text{ J}$$



El Potencial Eléctrico

Es la energía potencial por unidad de carga. Se define el potencial  $V$  en cualquier punto en el campo eléctrico como la energía potencial  $U$  por unidad de carga asociada con una carga de prueba  $q_0$  en ese punto:

$$V_A = \frac{U}{q_0} = \frac{W_{\infty \rightarrow A}}{q_0}; \quad \text{Unidad: Voltio, (V)}$$





El potencial eléctrico viene a ser:

$$V = k \frac{q}{r}$$

Para n cargas puntuales:  $V = k \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r}$

**Problema 02:**

En el punto A de un campo eléctrico, una carga eléctrica de  $q=15 \times 10^{-8}$  C, adquiere una energía potencial de  $90 \times 10^{-4}$  J. Determinar el valor del Potencial Eléctrico en el punto A.

Solución:

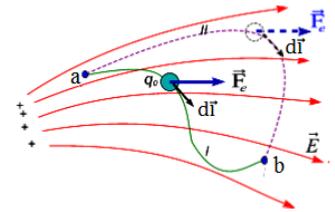
Energía Potencial es sinónimo de trabajo, es el trabajo para llevar la carga de  $q=15 \times 10^{-8}$  C desde el infinito hasta el punto A, la energía potencial invertida es de  $90 \times 10^{-4}$  J.

$$V_A = \frac{U}{q} = \frac{W_{\infty \rightarrow A}}{q} = \frac{90 \times 10^{-4}}{15 \times 10^{-8}} = 6 \times 10^4 \text{ V}$$

**Diferencia de potencial**

La diferencia de potencial entre dos puntos a y b, también llamada potencial de a con respecto a b. está dada por la integral de línea de E. El potencial en un punto dado se encuentra hallando primero  $\vec{E}$  y efectuando luego esta integral.

La diferencia de potencial entre dos puntos es igual a la cantidad de trabajo que se necesitaría para trasladar una carga positiva unitaria de prueba entre esos puntos.

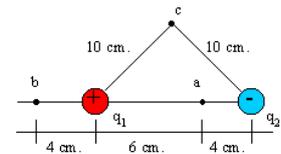


$$V_{ab} = \frac{W_{a \rightarrow b}}{q_0} = - \frac{\Delta U}{q_0}$$

$$V_{ab} = - \frac{1}{q_0} (U_b - U_a) = - \frac{1}{q_0} (K \frac{q_b q_0}{r} - K \frac{q_a q_0}{r}) = K \frac{q_a}{r} - K \frac{q_b}{r} \Rightarrow \boxed{V_{ab} = V_a - V_b}$$

**Problema 03**

Dos cargas puntuales  $q_1=12 \times 10^{-9}$  C y  $q_2=-12 \times 10^{-9}$  C están separadas 10 cm. como muestra la figura. Calcular la diferencia de potencial entre los puntos ab, bc y ac.



Solución:

**Potencial en punto a:**  $V_a = K \frac{q_1}{r_{1a}} + K \frac{q_2}{r_{2a}} = K \left( \frac{q_1}{r_{1a}} + \frac{q_2}{r_{2a}} \right)$

$$V_a = 9 \times 10^9 \left( \frac{12 \times 10^{-9}}{0.06} + \frac{-12 \times 10^{-9}}{0.04} \right) = -900 \text{ V}$$

**Potencial en punto b:**  $V_b = K \frac{q_1}{r_{1b}} + K \frac{q_2}{r_{2b}} = K \left( \frac{q_1}{r_{1b}} + \frac{q_2}{r_{2b}} \right)$

$$V_b = 9 \times 10^9 \left( \frac{12 \times 10^{-9}}{0.04} + \frac{-12 \times 10^{-9}}{0.14} \right) = 1.929 \text{ V}$$

**Potencial en punto c:**  $V_c = K \frac{q_1}{r_{1c}} + K \frac{q_2}{r_{2c}} = K \left( \frac{q_1}{r_{1c}} + \frac{q_2}{r_{2c}} \right)$

$$V_c = 9 \times 10^9 \left( \frac{12 \times 10^{-9}}{0.10} + \frac{-12 \times 10^{-9}}{0.10} \right) = 0$$

**Cálculo de los potenciales solicitados**

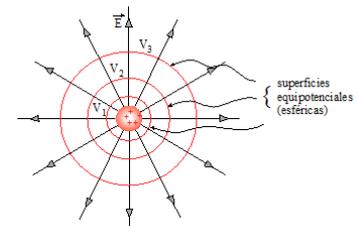
$$V_{ab} = V_a - V_b = -900 \text{ V} - 1.929 \text{ V} = -2.829 \text{ V}$$

$$V_{bc} = V_b - V_c = 1.929 \text{ V} - 0 = 1.929 \text{ V}$$

$$V_{ac} = V_a - V_c = -900 \text{ V} - 0 = -900 \text{ V}$$

**Superficies equipotenciales**

Las superficies equipotenciales son las formas geométricas que se forman a partir de una partícula cargada, y están conformadas por puntos de campo en los cuales el potencial de campo no varía. Una de las características de las líneas equipotenciales es que son perpendiculares a las líneas de campo eléctrico. Estas figuras geométricas varían de acuerdo a la forma de la partícula.



Por ejemplo, para el caso de una esfera las líneas equipotenciales serán entonces esferas también, que a medida que se alejan de su centro de carga su potencial de campo va a disminuir uniformemente dentro de la línea equipotencial hasta hacerse cero o encontrarse con otra superficie equipotencial de otro cuerpo.



**PRÁCTICA DIRIGIDA N° 5**  
**Tema: Potencial Eléctrico**

Sección: .....

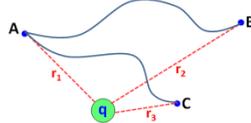
Docente: Escribir el nombre del docente

Fecha: ...../...../..... Duración: .....

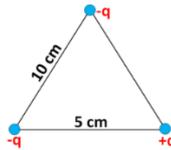
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

**INSTRUCCIONES:** Este balotario de problemas; está preparado para reforzar el aprendizaje del potencial eléctrico. Interprete el enunciado del problema y resuelva empleando la teoría del tema

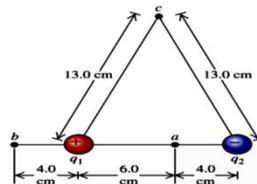
- En la siguiente figura; la carga  $q = 6\mu\text{C}$ ,  $r_1 = 8\text{ cm}$ ,  $r_2 = 12\text{ cm}$  y  $r_3 = 4\text{ cm}$ ; calcular: a) La energía potencial eléctrica si una carga de  $+2\text{ nC}$  se mueve desde  $+\infty$  hasta el punto A, que se encuentra a  $8\text{ cm}$  de la carga  $q$ . b) Si la carga  $+2\text{ nC}$  se mueve de A a B; ¿La energía potencial aumenta o disminuye?. ¿EL trabajo que realiza es positivo o negativo?. c) Cuál es el cambio de energía potencial si la carga  $+2\text{ nC}$  se mueve de A a B. d) Si la carga  $+2\text{ nC}$  se mueve de A a C; ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo eléctrico?.



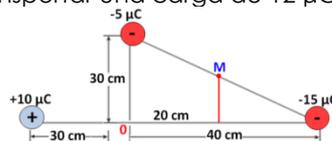
- A cierta distancia de una partícula con carga, la magnitud del campo eléctrico es de  $600\text{ V/m}$  y el potencial eléctrico es de  $-3.50\text{ kV}$ . a) ¿Cuál es la distancia a la partícula? b) ¿Cuál es la magnitud de la carga?
- Dos partículas cargadas,  $Q_1 = +6.00\text{ nC}$  y  $Q_2 = -4.00\text{ nC}$ , están separadas  $40.0\text{ cm}$ . a) ¿Cuál es la energía potencial del par? ¿Cuál es el significado del signo algebraico en su respuesta? b) ¿Cuál es el potencial eléctrico en un punto a medio camino entre las partículas con carga?
- En la figura mostrada, determine la cantidad de trabajo necesario para agrupar las tres cargas puntuales; si es un triángulo isósceles, y  $q = 7\mu\text{C}$ .



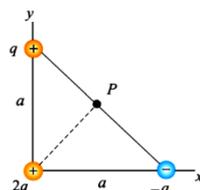
- Dos cargas puntuales estacionarias de  $18\text{ nC}$  y  $15\text{ nC}$  están separadas por una distancia de  $60\text{ cm}$ . Se libera un electrón desde el reposo en un punto a la mitad de camino entre las dos cargas y se mueve a lo largo de la línea que las conecta. ¿Cuál es la rapidez del electrón cuando está a  $10\text{ cm}$  de la carga de  $15\text{ nC}$ ?
- Una carga puntual  $q_1$  se mantiene estacionaria en el origen. Se coloca una segunda carga  $q_2$  en el punto a, y la energía potencial eléctrica del par de cargas es  $+8.4 \times 10^{-8}\text{ J}$ . Cuando la segunda carga se mueve al punto b, la fuerza eléctrica sobre la carga realiza  $-2.5 \times 10^{-8}\text{ J}$  de trabajo. ¿Cuál es la energía potencial eléctrica del par de cargas cuando la segunda carga se encuentra en el punto b?
- En la siguiente figura, se tiene un dipolo eléctrico con dos cargas puntuales  $q_1 = 12\text{ nC}$  y  $q_2 = -12\text{ nC}$ . Separadas por  $10\text{ cm}$ . Calcule. A) El potencial eléctrico en los puntos a, b y c. b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos a y c?



- Calcular el trabajo necesario para transportar una carga de  $12\mu\text{C}$  desde el punto M hasta el punto O.

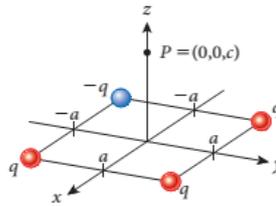


- En los vértices de un triángulo rectángulo isósceles se localizan tres cargas  $+q$ ,  $+2q$  y  $-q$ , como se muestra en la figura. Una cuarta carga  $+3q$  es movida lentamente desde el infinito hasta el punto P ¿cuál es el trabajo realizado en este proceso?

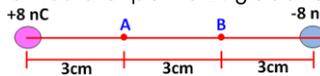




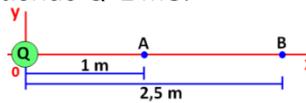
10. Cuatro cargas puntuales están dispuestas en un cuadrado, donde  $a=2.5$  cm. Tres de las cargas tienen magnitud  $1.5$  nC, y la magnitud de la otra es  $-1.5$  nC, como muestra en la figura. ¿Cuál es el valor del potencial eléctrico generado por estas cuatro cargas puntuales en el punto  $P = (0, 0, c)$ , donde  $c = 4$  cm?



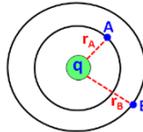
11. En la figura una partícula de polvo de masa  $m=7 \times 10^{-9}$  kg y carga  $q=3$  nC, se desplaza inicialmente desde el reposo en el punto A, en línea recta hasta el punto B. ¿Cuál es la rapidez de velocidad en el punto B?



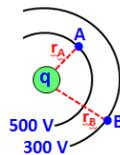
12. Despreciando efectos gravitatorios, determine el trabajo del campo eléctrico sobre la partícula  $q= 1 \mu\text{C}$ , cuando se traslada desde B hacia A; siendo  $Q=2$  mC.



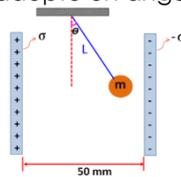
13. En la figura, determinar la diferencia de potencial entre los puntos A y B; si:  $q=3$  nC,  $r_A= 5$  cm y  $r_B= 12$  cm.



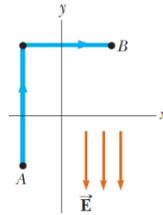
14. De la figura; determine la cantidad de trabajo realizado por el campo eléctrico cuando se traslada una partícula electrizada  $q= 5 \mu\text{C}$  desde la posición A hasta B.



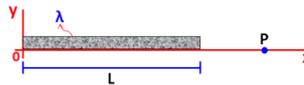
15. Un campo eléctrico uniforme de valor  $200$  N/C tiene la dirección  $x$  positiva. Se deja en libertad una carga  $q= 3$  mC inicialmente en reposo y ubicada en el origen de coordenadas. A= ¿Cuál es la energía cinética de la carga cuando está en la posición  $x= 4$  m?. b) ¿Cuál es la variación de la energía potencial eléctrica de la carga desde  $x=0$  hasta  $x= 4$  m?. c) ¿Cuál es la diferencia de potencial  $V_{(4\text{m})} - V_{(0\text{m})}$ .
16. En la figura; la esfera pequeña tiene una masa de  $1,50$  g, con una carga eléctrica de  $8,9 \mu\text{C}$ . Las placas son aisladoras y tienen una densidad de carga superficial de  $+\sigma$  y  $-\sigma$ . ¿Qué diferencia de potencial habrá entre las placas para que el cordel adopte un ángulo  $\theta= 30^\circ$ ?



17. Una partícula cuya carga eléctrica es de  $2\mu\text{C}$  es ubicada en el origen de un sistema de coordenadas cuyas dimensiones son centímetros. Un segundo cuerpo puntual es ubicado en el punto  $(100,0,0)$ . Si su carga eléctrica es de  $-3\mu\text{C}$ , ¿en qué punto del eje  $x$  el potencial eléctrico es nulo.
18. Un electrón que se mueve paralelamente al eje de las  $x$  tiene una rapidez inicial de  $3.70 \times 10^6$  m/s en el origen. Su rapidez se reduce a  $1.40 \times 10^5$  m/s en el punto  $x = 2$  cm. Calcule la diferencia de potencial entre el origen y ese punto. ¿Cuál de los puntos está a mayor potencial?
19. Se colocan tres cargas puntuales iguales de  $2.20 \mu\text{C}$  en las esquinas de un triángulo equilátero cuyos lados miden  $0.60$  m de longitud. ¿Cuál es la energía potencial del sistema? (Considere la energía potencial de las tres cargas igual a cero cuando se encuentren separadas por una distancia infinita.)
20. ¿Cuál es la energía potencial eléctrica del sistema formado por 3 partículas cuyas cargas son iguales y de magnitud  $25$  nC, ubicadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado  $10$  cm?
21. Una carga puntual  $q_1=2.4 \mu\text{F}$  se mantiene estacionaria en el origen. Se coloca una segunda carga  $q_2=4.30 \mu\text{F}$  se mueve del punto  $x=0.20$  m,  $y=0$ , al punto  $x=0.30$  m,  $y=0.30$  m. ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza eléctrica sobre  $q_2$ ?
22. En la figura, un campo eléctrico uniforme de magnitud  $375$  V/m está dirigido hacia el lado negativo de las  $y$ . Las coordenadas del punto A son  $(-0.2; -0.3)$  m, y las del punto B son  $(0.4; 0.5)$  m. Calcule, utilizando la trayectoria azul, la diferencia de potencial  $V_B - V_A$ .



23. Una partícula con carga de  $+4.20 \text{ nC}$  está en un campo eléctrico uniforme  $E$  dirigido hacia la izquierda. Se libera desde el reposo y se mueve a la izquierda; después de que se ha desplazado  $6.00 \text{ cm}$ , su energía cinética es de  $+1.50 \times 10^{-6} \text{ J}$ . a) ¿Qué trabajo realizó la fuerza eléctrica? b) ¿Cuál es el potencial del punto de inicio con respecto al punto final? c) ¿Cuál es la magnitud de  $E$ ?
24. Una carga de  $30 \text{ nC}$  se coloca en un campo eléctrico uniforme que está dirigido verticalmente hacia arriba y tiene una magnitud de  $4.00 \times 10^4 \text{ V/m}$ . ¿Qué trabajo hace la fuerza eléctrica cuando la carga se mueve a)  $0,550 \text{ m}$  a la derecha; b)  $0,770 \text{ m}$  hacia arriba; c)  $2,90 \text{ m}$  con un ángulo de  $45.0^\circ$  hacia abajo con respecto a la horizontal?
25. Una Barra de longitud  $L$  se encuentra a lo largo del eje  $x$ , con una densidad lineal de carga  $\lambda$ . Calcule el potencial eléctrico en el punto  $P$ .



26. Un alambre con una densidad de carga lineal uniforme de  $6 \text{ nC/m}$ , se dobla como se muestra en la figura. Determine el potencial eléctrico en el punto  $O$ .



27. El potencial en una región entre  $x=0$ , y  $x=6 \text{ m}$  es  $V=10-7x$ , dado en  $V$ . Determine a) El potencial en  $x=0$ ,  $x=6 \text{ m}$  y b) La magnitud y dirección del campo eléctrico en  $x=5 \text{ m}$ .
28. En cierta región del espacio, el potencial eléctrico es  $V=10x-3x^2y+2yz^2$ . Determine la fuerza eléctrica que experimenta una partícula con carga  $q=1,5 \times 10^{-5} \text{ C}$ , colocada en el punto  $(1,1, -2) \text{ m}$ ?
29. Calcule la diferencia de potencial entre los puntos  $(0,0)$  y  $(3,2) \text{ cm}$ , si el campo eléctrico en la región es  $\vec{E}=0,75\vec{i}+1,25\vec{j} \text{ kV/m}$ .
30. Se mueve una carga puntual  $q=5 \mu\text{C}$ , en una región donde existe un campo eléctrico  $\vec{E}=(2xy+z^3)\vec{i}+x^2\vec{j}+3xz^2\vec{k}$ ,  $\text{N/C}$ . Determinar: a) El potencial eléctrico en el punto  $(1,2,-1)\text{m}$ ; b) El trabajo realizado al mover la carga puntual del punto  $(1,-2,1)\text{m}$  hasta  $(3,1,2)\text{m}$ .

#### Referencias bibliográficas

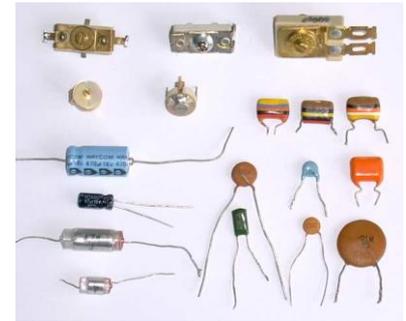
1. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
2. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.

TEMA N° 6

**CAPACITANCIA Y DIELECTRICOS**

Cuando preparamos una ratonera antigua de resorte o tensamos la cuerda de un arco, **almacenamos energía potencial mecánica** en forma de energía potencial elástica. Un capacitor es un dispositivo que **almacena energía potencial eléctrica y carga eléctrica.**

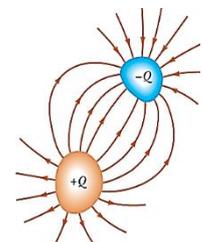
“Para hacer un capacitor, basta aislar dos conductores uno del otro. Para almacenar energía en este dispositivo hay que transferir carga de un conductor al otro, de manera que uno tenga carga negativa y en el otro haya una cantidad igual de carga positiva. Debe realizarse trabajo para trasladar las cargas a través de la diferencia de potencial resultante entre los conductores, y el trabajo efectuado se almacena como **energía potencial eléctrica.**”



Los capacitores se usan de manera regular en diversidad de circuitos eléctricos. Por ejemplo, se usan para sintonizar la frecuencia de los receptores de radio, en filtros de fuentes de energía eléctrica, para eliminar las chispas en los sistemas de encendido de los automóviles y como dispositivos de almacenamiento de energía en unidades de destello electrónico.

**Capacitancia y capacitor**

Es un dispositivo constituido por dos conductores separados por un aislante (o vacío). En aplicaciones prácticas, al inicio la carga neta en cada conductor es cero y al ser accionado a una batería se transfieren electrones de un conductor a otro quedando cada uno con cargas de igual magnitud y signo contrario. A ello se llama **“cargar un capacitor”**



En los diagramas de circuito, un capacitor se representa con cualquiera de estos símbolos:  $\text{—|—|—}$   $\text{—(—(—}$

Las líneas verticales (rectas o curvas) representan los conductores, y las líneas horizontales representan los alambres conectados a uno y otro

Capacitancia:

Magnitud física que cuantifica la relación de la magnitud de la carga en cualquiera de los conductores a la magnitud de la diferencia de potencial entre dichos conductores.

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \text{La unidad de medida está dado por: } \frac{\text{coulumb}(C)}{\text{voltio}(V)} = \text{faradio } (F)$$

Debido a la pequeña cantidad se usa los prefijos.

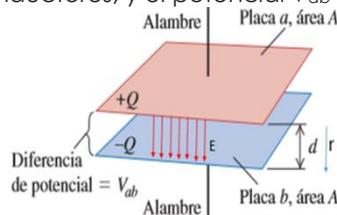
$$\begin{aligned} 1mF &= 10^{-3}F, \\ 1\mu F &= 10^{-6}F, \\ 1nF &= 10^{-9}F \\ 1pF &= 10^{-12}F \end{aligned}$$

El valor de la capacitancia sólo depende de las formas y los tamaños de los conductores, así como de la naturaleza del material aislante que hay entre ellos.

**Capacitancia de un capacitor plano de placas paralelas**

Un capacitor es todo par de conductores separados por un material aislante o vacío. Cuando el capacitor está cargado hay cargas de igual magnitud Q

y signo opuesto en los dos conductores, y el potencial  $V_{ab}$



$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

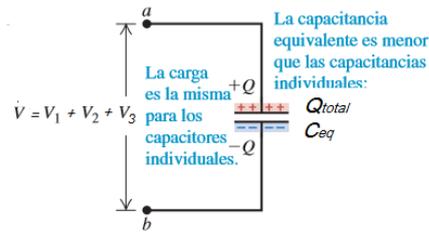
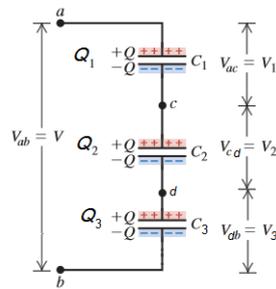
**Asociación de condensadores**

Son posibles muchas combinaciones, pero las más sencillas son:

- a) la conexión en serie
- b) la conexión en paralelo.

**Combinación en serie**

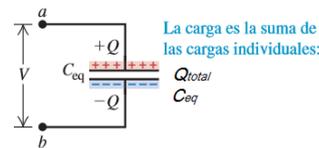
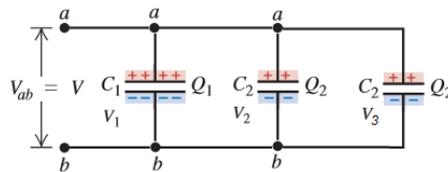
La asociación en serie se da cuando solo existe un cable únicamente entre dos nodos; como muestra la gráfica.



- i) Cuando los condensadores están instalados en serie presentan igual carga  $Q$   
 $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_{total}$
  - ii) La diferencia de potencial total es la suma de la diferencia de potencial en cada condensador  
 $V_{total} = V_1 + V_2 + V_3$
  - iii) La capacitancia equivalente es:  $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$
- Forma práctica de cálculo:  $C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1}$

### Combinación en paralelo

La asociación en paralelo se da cuando hay más de un cable que salen de un nodo y llegan a otro mismo nodo b. Observamos en el gráfico que hay tres cables que salen del nodo "a" y llegan al nodo "b"

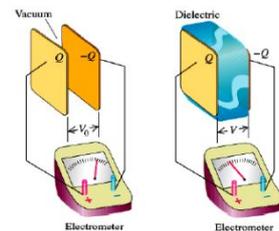


- i) Cuando los condensadores están instalados en paralelo presentan igual diferencia de potencial  
 $V_{total} = V_1 = V_2 = V_3$
- ii) La diferencia de potencial total es la suma de la diferencia de potencial en cada condensador  
 $Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_{total}$
- iii) La capacitancia equivalente es:  $C_1 + C_2 + C_3 = C_{total}$

### Dieléctricos

Son materiales aislantes que se colocan dentro de las placas de un condensador que hace que varíe el campo eléctrico y con ello el condensador final tendrá las siguientes ventajas.

- Reducir la separación entre las placas
- Aumenta la capacidad de un condensador



### K constante dieléctrica.

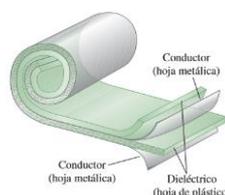
$$C_{inicial} = C_0$$

$$C_{final} = KC_0$$

La mayoría de los capacitores tienen un material no conductor o dieléctrico entre sus placas conductoras. Un tipo común de capacitor emplea tiras largas de hojas (láminas) metálicas como placas, separadas por tiras de hojas de materiales plásticos, como Mylar. Estos materiales dispuestos en forma de emparedado se enrollan para formar una unidad capaz de proveer una capacitancia de varios microfaradios en un paquete compacto.

### Son tres las funcionalidades de colocar un dieléctrico en un condensador

- 1ra. es que resuelve el problema mecánico de mantener dos hojas metálicas grandes con una separación muy pequeña sin que hagan contacto.
- 2da. es que un dieléctrico incrementa al máximo posible la diferencia de potencial entre las placas del capacitor. Permite que un capacitor mantenga una gran diferencia de potencial  $V$  y que, por lo tanto, almacene cantidades más grandes de carga y energía.
- 3ra. es que la capacitancia de un capacitor de dimensiones dadas es mayor cuando entre sus placas hay un material dieléctrico en vez de vacío.



**CONDENSADOR SIN DIELECTRICO**      **CONDENSADOR CON DIELECTRICO**

Electrómetro (mide la diferencia de potencial entre las placas)

capacitancia       $C_0 = \frac{Q}{V_0}$        $C_f = \frac{Q}{V_f}$

Carga       $Q_0 = Q_f = Q$  misma carga al inicio y final

voltaje       $V_f < V_0$  es menor al final se concluye que  $C_0 < C_f$

Cuando el espacio entre las placas está lleno por completo por el dieléctrico, sabemos que la  $Q = C_0V_0 = C_fV_f$        $\frac{C_f}{C_0} = \frac{V_0}{V_f} = K$  se denomina **constante dieléctrica** del material.

La constante dieléctrica K es un número puro. Como C siempre es mayor que C0, K siempre es mayor que la unidad  $K \geq 1$

Material	K	Material	K
Vacío	1	Cloruro de polivinilo	3.18
Aire (a 1 atm)	1.00059	Plexiglás	3.40
Aire (a 100 atm)	1.0548	Vidrio	5-10
Teflón	2.1	Neopreno	6.70
Polietileno	2.25	Germanio	16
Benceno	2.28	Glicerina	42.5
Mica	3-6	Agua	80.4
Mylar	3.1	Titanato de estroncio	310

$$K = \frac{C_f}{C_0}$$

$$K = \frac{V_0}{V_f}$$

**Almacenamiento de energía en capacitores y energía de campo eléctrico**

La energía potencial eléctrica almacenada en un capacitor cargado es exactamente igual a la cantidad de trabajo requerido para cargarlo, es decir, para separar cargas opuestas y colocarlas en los diferentes conductores.

$$U = \frac{1}{2} CV^2; \text{ Unidad Joule (J)}$$

**Problemas resueltos**

1. Calcular la carga acumulada por un condensador de  $100\mu F$  al cual se le aplica una ddp de 40V.

Solución:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = C(V_{ab}) = 100 \times 10^{-6} (40) = 4 \times 10^{-3} C \Rightarrow Q = 4 \times 10^{-3} C$$

2. ¿Cuál será la capacidad de un condensador formado por dos placas de  $400cm^2$  de Superficie separadas por una lámina de papel de 1,5mm de espesor cuya constante dieléctrica es 3,5?

Solución:

$$C = 8,84 \times 10^{-6} \times K \frac{A}{d} \Rightarrow C = 8,84 \times 10^{-6} \times 3,5 \times \frac{400 \times 10^{-4}}{1,5 \times 10^{-3}} = 0,00082 \mu F = 0,82 kpF$$

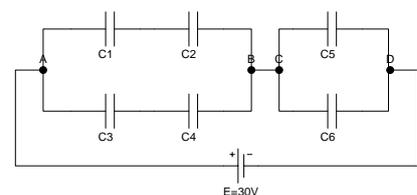
3. El área de una de las láminas de un condensador plano es de  $0,64m^2$ . Si la separación entre láminas es 0,1 mm y entre ellas no existe dieléctrico, ¿Cuántos microfaradios tiene el condensador? ¿Cuál es el voltaje de la batería si la carga del condensador es  $3,2 \mu C$ ?

Solución a)  $C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{8,85 \times 10^{-12} \times 0,64}{0,1 \times 10^{-3}} = 5,664 \times 10^{-2} \mu F$

b)  $V = \frac{Q}{C} = \frac{3,2 \times 10^{-6}}{5,664 \times 10^{-2} \times 10^{-6}} = 56,49 V$

4. Hallar la capacidad equivalente y la carga acumulada por cada condensador del siguiente circuito.

$C_1=10000 pF, C_2=0,010 \mu F, C_3=6pF, C_4=3 \times 10^{-9} F, C_5=3nF, C_6=4 \times 10^{-6} \mu F$



Solución:

Expresando todos los valores en nF tendremos:

$$C_1 = 10nF; C_2 = 10nF; C_3 = 6nF; C_4 = 3nF; C_5 = 3nF; C_6 = 4nF$$



$$C_{12} = \frac{C_1}{2} = \frac{10}{2} = 5nF \quad ; \quad C_{34} = \frac{C_3 \times C_4}{C_3 + C_4} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2nF$$

$$C_{1234} = C_{12} + C_{34} = 5 + 2 = 7nF \quad ; \quad C_{56} = C_5 + C_6 = 3 + 4 = 7nF$$

$$C_{eq} = \frac{C_{1234}}{2} = \frac{7}{2} = 3,5nF$$

$$Q_t = C_{eq} \cdot V_{ad} = 3,5 \times 10^{-9} \cdot 30 = 1,05 \times 10^{-7} \text{ Coulombios}$$

$$V_{ab} = \frac{Q_t}{C_{1234}} = \frac{1,05 \times 10^{-7}}{7 \times 10^{-9}} = 15V \quad ; \quad V_{cd} = V_{ad} - V_{ab} = 30 - 15 = 15V$$

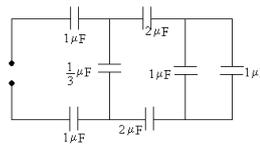
$$Q_1 = Q_2 = C_{12} \cdot V_{ab} = 5 \times 10^{-9} \cdot 15 = 0,75 \times 10^{-7} \text{ Coulombios}$$

$$Q_3 = Q_4 = C_{34} \cdot V_{ab} = 2 \times 10^{-9} \cdot 15 = 0,30 \times 10^{-7} \text{ Coulombios}$$

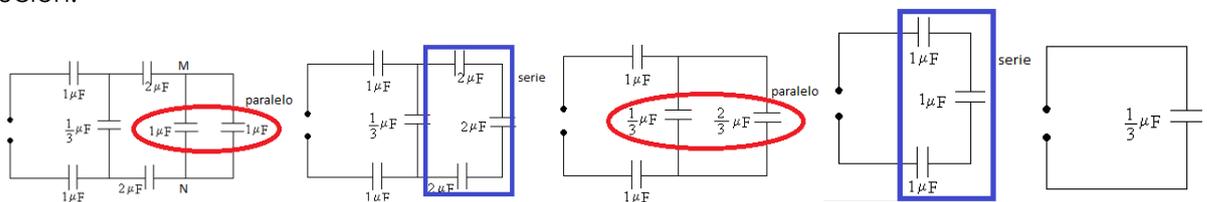
$$Q_5 = C_5 \cdot V_{cd} = 3 \times 10^{-9} \cdot 15 = 0,45 \times 10^{-7} \text{ Coulombios}$$

$$Q_6 = C_6 \cdot V_{cd} = 4 \times 10^{-9} \cdot 15 = 0,6 \times 10^{-7} \text{ Coulombios}$$

5. Determine la capacidad equivalente de circuito mostrado y la carga que almacena  $1/3 \mu F$  si es conectado a una fuente de 30V



Solución:

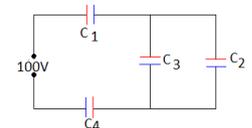


La carga total del circito será  $Q = CV = 1/3 \times 30 = 10 \mu C$

Ahora es serie todos deben de tener igual carga por ello  $1 \mu F$ ,  $1 \mu F$  y  $1 \mu F$  tienen carga de  $10 \mu C$  entonces  $1 \mu F$  tiene  $V = Q/C = 10V$ .

En paralelo deben de tener igual voltaje por ello  $1/3 \mu F$  y  $2/3 \mu F$  tienen 10V con lo cual  $1/3 \mu F$  tendría una carga de  $Q = CV = 1/3 \times 10 = 3.33 \mu FC$

6. En la figura se representan cuatro condensadores  $C_1, C_2, C_3, C_4$ , de idéntica forma y dimensiones. El primero tiene por dieléctrico el aire ( $k=1$ ), el segundo parafina ( $k=2.3$ ), el tercero azufre ( $k=3$ ) y el cuarto mica ( $k=5$ ), respectivamente. Calcular: a) La diferencia de potencial entre las armaduras de cada uno de los condensadores. b) La carga de cada condensador. c) La capacidad equivalente d) La energía del conjunto. Dato si la capacidad final en  $C_2 = 10^{-9} F$ .



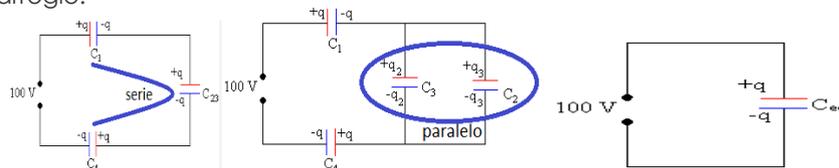
Solución:

Teniendo en cuenta condensadores idénticos  $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C$

Calculamos la Capacidad final de los condensadores

$$C_2 = 2.3 \cdot C = 10^{-9} F, \quad C_1 = 1C = 10^{-9}/2.3, \quad C_3 = 3 \cdot C = 3 \cdot 10^{-9}/2.3, \quad C_4 = 5 \cdot C = 5 \cdot 10^{-9}/2.3$$

Simplificamos el arreglo.



$$C_{23} = C_2 + C_3 = 5.3 \cdot 10^{-9}/2.3 F$$

Carga del condensador equivalente, y energía almacenada en el mismo

$$q = 100 \cdot C_{eq} = 3.13 \cdot 10^{-8} C \quad U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_{eq}} = 1.565 \cdot 10^{-6} J$$

Carga de cada condensador y diferencia de potencial entre sus armaduras

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} \quad C_{eq} = 3.13 \cdot 10^{-10} F$$

$$q_1 = q, \quad V_1 = q/C_1 = 72.0 V, \quad q_4 = q, \quad V_4 = q/C_4 = 14.4 V, \quad V_{23} = q/C_{23} = 13.6 V$$

$$V_2 = V_{23} = 13.6 V, \quad V_3 = V_{23} = 13.6 V, \quad q_2 = C_2 \cdot V_2 = 1.36 \cdot 10^{-8} C, \quad q_3 = C_3 \cdot V_3 = 1.77 \cdot 10^{-8} C$$



**PRÁCTICA DIRIGIDA N° 6**  
**Tema: capacidad y dieléctricos**

Sección: .....

Docente: Escribir el nombre del docente

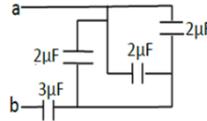
Fecha: ...../...../.....

Duración: .....

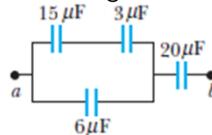
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

**INSTRUCCIONES:** Este balotario de problemas; está preparado para reforzar el aprendizaje de capacidad y dieléctricos. Interprete el enunciado del problema y resuelva empleando la teoría del tema.

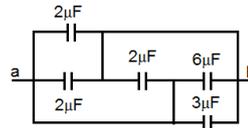
1. En la figura se muestra un sistema de capacitores. Si la diferencia de potencial  $V_{ab}$  es 12 V, halle la energía acumulada en el capacitor de  $3 \mu\text{F}$ .



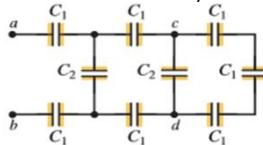
2. Cuatro capacitores están conectados como se muestra en la figura. a) Encuentre la capacitancia equivalente entre los puntos a y b. b) Calcule la carga de cada uno de los capacitores si,  $V_{ab} = 30 \text{ V}$ .



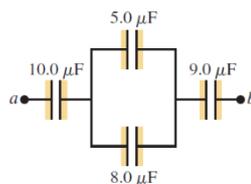
3. En el circuito mostrado determine la carga eléctrica almacenada en  $6 \mu\text{F}$  y la energía del condensador de  $3 \mu\text{F}$ , si los terminales a y b es conectado a una fuente de 30 V



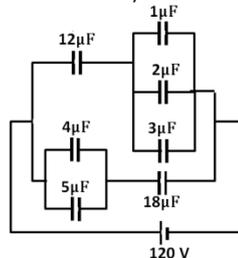
4. En la figura, cada capacitancia  $C_1$  es de  $6.9 \mu\text{F}$ , y cada capacitancia  $C_2$  es de  $4.6 \mu\text{F}$ . a) Calcule la capacitancia equivalente de la red entre los puntos a y b. b) Determine la carga en cada uno de los tres capacitores más cercanos a a y b cuando  $V_{ab} = 420 \text{ V}$ . c) Con 420 V a través de a y b, calcule  $V_{cd}$ .



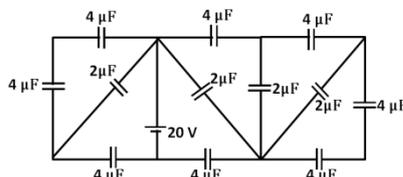
5. En la figura se ilustra un sistema de cuatro capacitores, donde la diferencia de potencial a través de ab es 50 V. a) Determine la capacitancia equivalente de este sistema entre a y b. b) ¿Cuánta carga se almacena en esta combinación de capacitores?; c) ¿Cuánta carga se almacena en cada uno de los capacitores de  $10 \mu\text{F}$  y  $9 \mu\text{F}$ ?



6. De la figura mostrada; Determine La carga eléctrica y las diferencias de potenciales en cada capacitor.

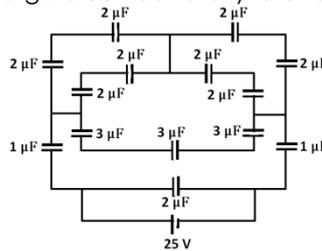


7. De la figura mostrada; Determine: a) La capacitancia equivalente del sistema; b) La carga total del sistema; c) La energía del sistema.

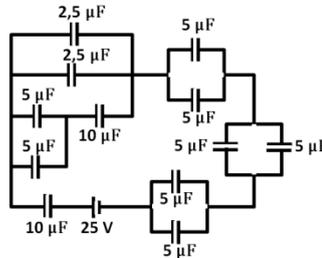




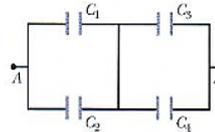
8. Del circuito mostrado, determinar la carga eléctrica total y la energía almacenada



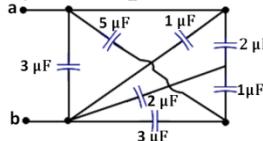
9. Del circuito mostrado; determine la energía almacenada en la capacitancia de  $10 \mu\text{F}$ , ubicado al lado izquierdo de la batería de 25 V.



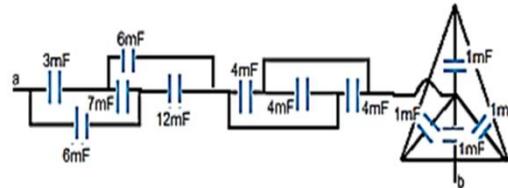
10. La figura muestra un circuito con cuatro capacitores conectados en los terminales A y B si los capacitores son  $C_1=10 \mu\text{C}$ ,  $C_2=C_3=C_4=20 \mu\text{C}$ , la carga en el capacitor 1 es de  $30 \mu\text{C}$  determine la diferencia de potencial entre los terminales A y B



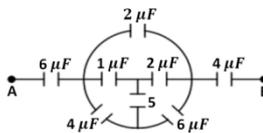
11. En la figura se muestra un sistema de capacitores. Si la diferencia de potencial en los puntos a y b es 24 V; determine la carga eléctrica del circuito y su energía almacenada.



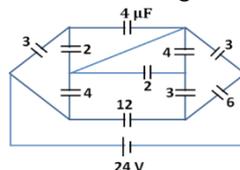
12. Determine la capacidad equivalente entre ay b, en el circuito mostrado:



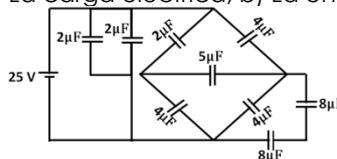
13. En el gráfico; Calcule la carga que almacena la red cuando se aplica una tensión de 18 V a los puntos A y B.



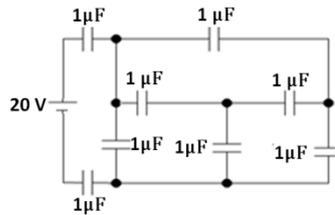
14. En la figura, del circuito de condensadores, hallar la carga total del sistema.



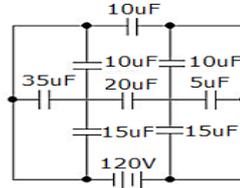
15. Del circuito mostrado, determinar: a) La carga eléctrica; b) La energía almacenada



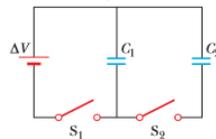
16. Del circuito mostrado; determine la capacidad equivalente del sistema de condensadores mostrados



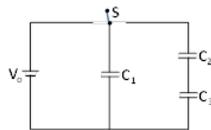
17. En el circuito determine: a) la capacidad equivalente, b) la energía total almacenada, c) la carga total almacenada d) la diferencia de potencial en  $5\mu\text{F}$ . e) la carga almacenada en  $35\mu\text{F}$  f) la energía almacenada en  $20\mu\text{F}$ .



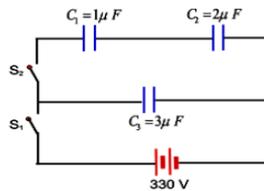
18. Considere el circuito mostrado de la figura; donde  $C_1 = 6\mu\text{F}$ ,  $C_2 = 3\mu\text{F}$  y  $\Delta V = 20\text{V}$ . el capacitor  $C_1$  se carga primero cerrando el interruptor  $S_1$ . Este interruptor se abre después, y el capacitor cargado se conecta al capacitor descargado al cerrar  $S_2$ . Calcule la carga inicial adquirida por  $C_1$  y la carga final en cada uno.



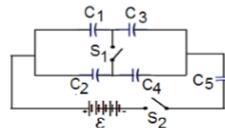
19. Cuando el interruptor  $S$  se conecta a la izquierda en la figura; las placas del condensador de capacitancia  $C_1 = 10\mu\text{F}$ , adquieren una diferencia de potencial  $V_0 = 100\text{V}$ ,  $C_2 = 12\mu\text{F}$ ,  $C_3 = 6\mu\text{F}$  están inicialmente descargadas. Ahora el interruptor se conecta a la derecha. Cuáles son las cargas finales  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  en los correspondientes condensadores.



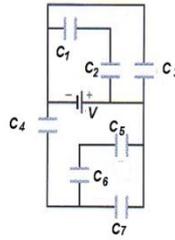
20. Tres condensadores se conectan tal como se muestra en la figura. Se cierra el interruptor  $S_1$  y el condensador  $C_3$  se carga a una diferencia de potencial de  $330\text{V}$ . Luego se abre  $S_1$  y se cierra  $S_2$ . a) ¿Cuál es la diferencia de potencial en cada uno de los condensadores? b) ¿Cuál es la carga en cada uno de los condensadores?.



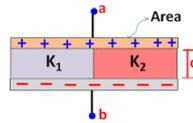
21. La figura muestra una batería de  $50\text{V}$  y cuatro capacitores de capacitancias  $C_1 = 1\mu\text{F}$ ,  $C_2 = 2\mu\text{F}$ ,  $C_3 = 3\mu\text{F}$ ,  $C_4 = 4\mu\text{F}$  y  $C_5 = 5\mu\text{F}$ . Encuentre: a) La carga en cada uno de los capacitores si sólo se cierra la llave  $S_1$  y b) La carga en cada uno de los capacitores después de cerrar también la llave  $S_2$ .



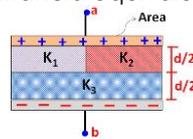
22. Cuando se conecta un capacitor con aire de  $360\text{nF}$  a una fuente de potencia, la energía almacenada en el capacitor es de  $1.85 \times 10^{-5}\text{J}$ . Mientras el capacitor se mantiene conectado a la fuente de potencia, se inserta un trozo de material dieléctrico que llena por completo el espacio entre las placas. Esto incrementa la energía almacenada en  $2.32 \times 10^{-5}\text{J}$ . a) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas del capacitor? b) ¿Cuál es la constante dieléctrica del trozo de material?
23. Dado los condensadores  $C_1 = 3\mu\text{C}$ ,  $C_2 = 3\mu\text{C}$ ,  $C_3 = 2\mu\text{C}$ ,  $C_4 = 18\mu\text{C}$ ,  $C_5 = 12\mu\text{C}$ ,  $C_6 = 6\mu\text{C}$ ,  $C_7 = 5\mu\text{C}$ ,  $V = 240\text{V}$  si en el condensador de  $C_2$  se coloca un dieléctrico de  $K = 2$ , determine: a) La Capacidad equivalente, b) La carga en el condensador  $C_7$ ; c) La diferencia de potencial en  $C_1$ ; d) La energía almacenada en  $C_5$



24. Las placas de cierto capacitor de placas paralelas en un vacío están separados 5 mm y tienen 2 m<sup>2</sup> de área. La carga del capacitor es de 35 μC. Calcule la capacitancia.
25. Un conductor cilíndrico sólido con una densidad lineal λ, de radio r<sub>A</sub> y carga Q está colocado en forma coaxial a un cascaron cilíndrico de espesor despreciable de radio r<sub>B</sub> > r<sub>A</sub>, y con una carga -Q. Determine la capacitancia de este capacitor cilíndrico, si su longitud es igual a L.
26. Dos corazas conductoras esféricas y concéntricas están separadas por un vacío. La coraza exterior, una carga total +Q y un radio interior r<sub>A</sub>, y la coraza exterior, una carga total -Q y un radio interior r<sub>B</sub>. Determine la capacitancia de este capacitor esférico.
27. Las placas de un capacitor de placas paralelas tienen una área de 0.5 m<sup>2</sup> y están separadas 2 mm. a) Encuentre la capacitancia C y la carga Q si se conecta a una batería de 200 V. Suponga que la constante dieléctrica es K = 5.0. b) Determine la energía potencial U
28. conecta un capacitor de 12.5 μF a una fuente de potencia que mantiene una diferencia de potencial constante de 24.0 V a través de las placas. Entre las placas se coloca un trozo de material cuya constante dieléctrica es de 3.75 llenando por completo el espacio que hay entre ellas. a) ¿Cuánta energía hay almacenada en el capacitor antes y después de insertar el dieléctrico? b) ¿En cuánto cambia la energía durante la inserción? ¿Aumenta o disminuye?
29. Sea un capacitor de placas de área A, con una distancia de separación d, que contiene dos dieléctricos de constantes K<sub>1</sub> y K<sub>2</sub>; como se muestra en la figura. Hallar la capacitancia equivalente de este capacitor y la constante dieléctrica equivalente.



30. En la figura mostrada, determinar la capacitancia equivalente entre los dos puntos A y B.



### Referencias bibliográficas

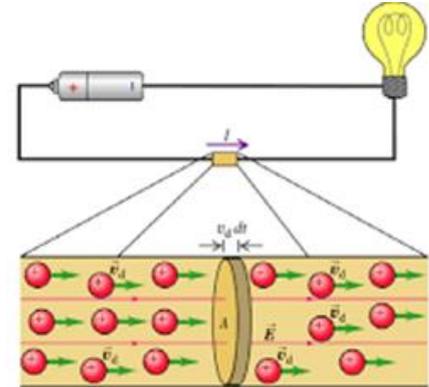
3. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
4. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.

## Tercera unidad

### TEMA N° 7

### CORRIENTE, RESISTENCIA Y FUERZA ELECTROMOTRIZ

En los pasados capítulos estudiamos las interacciones de las cargas eléctricas en reposo; ahora estamos listos para estudiar las cargas en movimiento. Una corriente eléctrica consiste en cargas en movimiento de una región a otra. Cuando este desplazamiento tiene lugar en una trayectoria de conducción que forma una espira cerrada, la trayectoria recibe el nombre de circuito eléctrico. Fundamentalmente, los circuitos eléctricos son un medio de transportar energía de un lugar a otro. A medida que las partículas se desplazan por un circuito, la energía potencial eléctrica se transfiere de una fuente (como una batería o un generador) a un dispositivo en el que se almacena o se convierte en otra forma: sonido en un equipo estereofónico, o calor y luz en un tostador o una eléctrica, por ejemplo. Desde el punto de vista tecnológico, los circuitos eléctricos son útiles porque permiten transportar energía sin que haya partes macroscópicas móviles (además de las partículas con carga en movimiento). Los circuitos eléctricos son la base de las linternas, los reproductores de CD, las computadoras, los transmisores y receptores de radio y televisión, y los sistemas domésticos e industriales de distribución de energía eléctrica. Los sistemas nerviosos de los animales y los humanos son circuitos eléctricos especializados que conducen señales vitales de una parte del cuerpo a otra.



#### Corriente eléctrica (I)

Una corriente eléctrica es todo movimiento de carga de una región a otra. Definimos la corriente instantánea a través del área de sección transversal  $A$  como la carga neta que fluye a través del área por unidad de tiempo. De esta forma, si una carga neta  $dq$  fluye a través de un área en el tiempo  $dt$ , la corriente a través del área es:

$$I = \frac{dq}{dt}; \text{ Unidad (S. I.): Ampere (A)}$$

**Nota:** Se define como:  $1 \text{ A} = 1 \frac{\text{C}}{\text{s}}$

#### Corriente, velocidad de deriva

La corriente se puede expresar en términos de la velocidad de deriva de las cargas en movimiento.

$$I = \frac{dq}{dt} = n|q|v_d A$$

Siendo:  $n$  = densidad de electrones libres (electrones/ $\text{m}^3$ )  
 $q$  = Carga eléctrica (C)  
 $v_d$  = Velocidad de deriva (m/s)  
 $A$  = Área transversal ( $\text{m}^2$ )

**Densidad de corriente (J):** es la corriente por unidad de área de la sección transversal.

$$J = \frac{I}{A} \quad (\text{A}/\text{m}^2)$$

#### Problema N° 1

Un alambre de cobre del número 18 (el calibre que por lo general se utiliza en los cables para lámparas), tiene un diámetro nominal de 1.02 mm. Conduce una corriente constante de 1.67 A para alimentar una bombilla de 200 watts. La densidad de electrones libres es de  $8.5 \times 10^{28}$  electrones por metro cúbico. a) Determine las magnitudes de la densidad de corriente. b) Determine las magnitudes de la velocidad de deriva.

Solución:

a) EL área de la sección transversal es  $A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(1.02 \times 10^{-3})^2}{4} = 8.17 \times 10^{-7} \text{ m}^2$

La magnitud de la densidad de corriente es  $J = \frac{I}{A} = \frac{1.67 \text{ A}}{8.17 \times 10^{-7} \text{ m}^2} = 2.04 \times 10^6 \text{ A}/\text{m}^2$

b) Al despejar la magnitud de la velocidad de deriva  $v_d = \frac{J}{n|q|} = \frac{2.04 \times 10^6}{8.17 \times 10^{-7} \text{ m}^2} = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$

#### Resistencia eléctrica



Para un conductor con resistividad R, con densidad de corriente en un punto, el campo eléctrico está dado

por la ecuación  $E = \rho J$  que se escribe como  $R = \rho \frac{L}{A}$  Unidad (S.I) : ohm ( $\Omega$ )

Siendo:  $\rho$ = resistividad eléctrica ( $\Omega \cdot m$ ), L= longitud (m), A=Área ( $m^2$ )

Es la proporcionalidad directa (para ciertos materiales) de V con respecto a I, o de J con respecto a E. La resistencia R para cualquier conductor, ya sea que cumpla o no la ley de Ohm, pero sólo cuando Res constante es correcto llamar a esta relación ley de Ohm

$R = \frac{V}{I}$  Unidad (S.I): Vol. (v) Siendo:  $\Delta V =$  Voltaje (v) , R=Resistencia ( $\Omega$ )

Variación de la resistencia con la temperatura:  $R_2 = R_1 [1 + \alpha_1(T_2 - T_1)]$

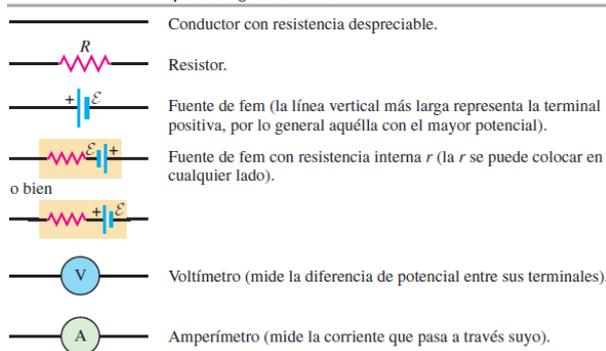
Resistividad con relación a la temperatura:  $\rho_2 = \rho_1 [1 + \alpha_1(T_2 - T_1)]$

Coefficiente térmico a cualquier temperatura:  $\alpha_2 = \frac{\alpha_1}{1 + \alpha_1 T_2}$

**Tabla** Coeficientes de temperatura de la resistividad (valores aproximados cerca de la temperatura ambiente)

Material	$\alpha [ (^{\circ}C)^{-1} ]$	Material	$\alpha [ (^{\circ}C)^{-1} ]$
Aluminio	0.0039	Plomo	0.0043
Latón	0.0020	Manganina	0.00000
Carbono (grafito)	-0.0005	Mercurio	0.00088
Constantán	0.00001	Nicromel	0.0004
Cobre	0.00393	Plata	0.0038
Hierro	0.0050	Tungsteno	0.0045

**Símbolos para diagramas de circuito**



**TABLA**

Resistividades y coeficientes de temperatura de resistividad para diversos materiales

Material	Resistividad <sup>a</sup> ( $\Omega \cdot m$ )	Coefficiente de temperatura <sup>b</sup> $\alpha [ (^{\circ}C)^{-1} ]$
Plata	$1.59 \times 10^{-8}$	$3.8 \times 10^{-3}$
Cobre	$1.7 \times 10^{-8}$	$3.9 \times 10^{-3}$
Oro	$2.44 \times 10^{-8}$	$3.4 \times 10^{-3}$
Aluminio	$2.82 \times 10^{-8}$	$3.9 \times 10^{-3}$
Tungsteno	$5.6 \times 10^{-8}$	$4.5 \times 10^{-3}$
Hierro	$10 \times 10^{-8}$	$5.0 \times 10^{-3}$
Platino	$11 \times 10^{-8}$	$3.92 \times 10^{-3}$
Plomo	$22 \times 10^{-8}$	$3.9 \times 10^{-3}$
Aleación nicromo <sup>c</sup>	$1.50 \times 10^{-6}$	$0.4 \times 10^{-3}$
Carbono	$3.5 \times 10^{-5}$	$-0.5 \times 10^{-3}$
Germanio	0.46	$-48 \times 10^{-3}$
Silicio	$2.3 \times 10^3$	$-75 \times 10^{-3}$
Vidrio	$10^{10}$ a $10^{14}$	
Hule vulcanizado	$\sim 10^{13}$	
Azufre	$10^{15}$	
Cuarzo (fundido)	$75 \times 10^{16}$	

<sup>a</sup> Todos los valores están a 20°C.

**Problema N° 2**

El alambre de cobre calibre 18 tiene un diámetro de 1.02 mm y sección transversal de  $8.20 \times 10^{-7} m^2$ . Transporta una corriente de 1.67 A. Calcule a) la magnitud del campo eléctrico en el alambre, b) la diferencia de potencial entre dos puntos del alambre separados por una distancia de 50.0 m; c) la resistencia de un trozo de 50.0 m de longitud de ese alambre.

**Solución**

a) De la tabla la resistividad de cobre es  $1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$  por lo tanto , con la ecuación

$E = \rho J = \frac{\rho I}{A} = \frac{(1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot m)(1.67 A)}{8.20 \times 10^{-7}} = 0.0350 V/m$

b) La diferencia de potencial está dada por  $V = EL = (0.0350 V/m)(50.0 m) = 1.75 V$

c) La resistencia de un trozo del alambre de 50m de longitud es  $R = \frac{V}{I} = \frac{1.75 V}{1.67 A} = 1.05 \Omega$  tambien

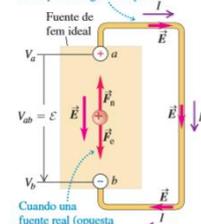
c) se calcula la resistencia por medio de la ecuación  $R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot m)(50.0 m)}{8.20 \times 10^{-7} m^2} = 1.05 \Omega$

**Fuerza electromotriz (  $\epsilon$  )**

La influencia que hace que la corriente fluya del potencial menor al mayor se llama fuerza electromotriz (se abrevia f.e.m). Éste es un término inadecuado porque la f.e.m no es una fuerza, sino una cantidad de energía por unidad de carga, como el potencial. La unidad S.I de la f.e.m es la misma que la del potencial, el volt ( $1 V = \frac{1 J}{C}$ ) Una batería de linterna común tiene una f.e.m de 1.5 V; esto significa que la batería hace un trabajo de 1.5 J por cada coulomb de carga que pasa a través de ella.

Fuente ideal de f.e.m.:  $\epsilon = V_{ab} = IR$

El potencial a través de las terminales crea un campo eléctrico en el circuito, lo que hace que la carga se desplace.



Cuando una fuente real (opuesta a la ideal) de fem se conecta a un circuito, disminuye,  $V_{ab}$  y por lo tanto  $F_e$ , de manera que,  $F_e < F_e$  y  $F_e$  realiza un trabajo sobre las cargas.

### Resistencia interna (r)

Las fuentes reales de f.e.m en un circuito no se comportan exactamente del modo descrito; la diferencia de potencial a través de una fuente real en un circuito no es igual a la f.e.m como en la ecuación (25.14). La razón es que la carga en movimiento a través del material de cualquier fuente real encuentra una resistencia, a la que llamamos resistencia interna de la fuente, y se denota con r.

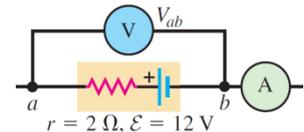
$$V_{ab} = \varepsilon - Ir = IR$$

O bien  $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$  (corriente, fuente con resistencia interna)



#### Problema N° 3

La figura ilustra una fuente (batería) con f.e.m de 12 V y resistencia interna r de 2 Ω. (En comparación, la resistencia interna de una batería comercial de plomo de 12 V es de sólo algunas milésimas de ohm.) Los alambres a la izquierda de a y a la derecha del amperímetro A no están conectados a nada. Determine las lecturas del voltímetro ideal V y del amperímetro A también ideal



#### Solución

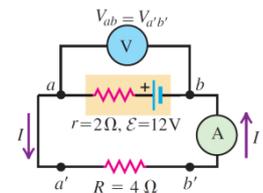
No hay corriente porque no hay un circuito completo. (No existe corriente a través de nuestro voltímetro ideal, que tiene resistencia infinitamente grande.) Por lo tanto, el amperímetro A da una lectura de  $I = 0$ . Como no hay corriente a través de la batería, no hay diferencia de potencial a través de su resistencia interna. De la ecuación  $I = 0$ , la diferencia de potencial  $V_{ab}$  a través de las terminales de la batería es igual a la f.e.m. Por lo tanto, la lectura del voltímetro es  $V_{ab} = \varepsilon = 12V$ . El voltaje terminal de una fuente real, no ideal, es igual a la f.e.m sólo si no hay corriente que fluya a través de la fuente, como en este ejemplo.

#### Problema N° 4

En el ejemplo conceptual, se agrega un resistor de 4 Ω para formar el circuito completo que se ilustra en la figura anterior. ¿Cuáles son ahora las lecturas del voltímetro y del amperímetro?

Solución:

El amperímetro ideal tiene una resistencia igual a cero, por lo que la resistencia externa a la fuente es  $R = 4\Omega$ . de la ecuación  $I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{12V}{4+2} = 2A$  El amperímetro A da una lectura de  $I = 2A$

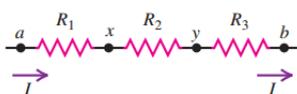


Nuestros alambres conductores ideales tienen resistencia igual a cero y el amperímetro idealizado A. También por lo tanto no hay diferencia de potencial entre los puntos a y a' o entre b y b' es decir,  $V_{ab} = V_{a'b'}$   
 $V_{a'b'} = IR = (2A)(4\Omega) = 8V$        $V_{ab} = \varepsilon - Ir = 12V - (2A)(2\Omega) = 8V$

**Potencia en una Resistencia Pura :**  $P = \frac{U}{t} = VI = I^2R = \frac{V^2}{R}$ ; Unidad: Watts (W)

### Conexiones de resistencias

#### Resistores en Serie



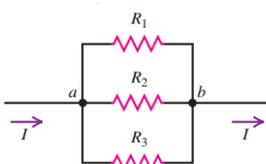
Siendo:

i) Resistencia equivalente:  $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$

ii) Corrientes:  $I = I_1 = I_2 = I_3$

iii) Voltajes:  $V = V_1 + V_2 + V_3$

#### Resistores en Paralelo



Siendo:

i) Resistencia equivalente:  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ ; Forma práctica:  $R_{eq} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1}$

ii) Voltajes:  $V = V_1 = V_2 = V_3$

iii) Corrientes:  $I = I_1 + I_2 + I_3$

### Referencias bibliográficas

- Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
- Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.



## PRÁCTICA DIRIGIDA N° 07

### Tema: Resistencia, corriente y fuerza electromotriz

Sección: .....

Docente: Escribir el nombre del docente

Fecha: ...../...../.....

Duración: .....

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

**INSTRUCCIONES:** Este balotario de problemas; está preparado para reforzar el aprendizaje de resistencia, corriente y fuerza electromotriz. Interprete el enunciado del problema y resuelva empleando la teoría del tema.

1. La cantidad de carga que ha pasado a través de un conductor de radio igual a 0,8 cm varía en función del tiempo según la ecuación  $q=10t^2+3t-10e^{-2t}-2$ ; siendo la carga en C y el tiempo en segundo. a) ¿Cuál es la corriente instantánea que pasa a través de la superficie en  $t=2$  s? b) ¿Cuál es el valor de la densidad de corriente?
2. La carga total que entra en un terminal viene dado por  $q=5t\text{Sen}(4\pi t)$ ; siendo la carga en mC y el tiempo en segundo. Calcular la corriente en  $t= \frac{1}{2}$  s.
3. La corriente en un alambre varía con el tiempo de acuerdo con la relación  $I= 55-0.65t^2+10t$ ; (A),  $t$  en s.. a) ¿Cuántos coulombs de carga cruzan la sección transversal del alambre en el intervalo de tiempo entre  $t= 5$  s y  $t= 8$  s? b) ¿Qué corriente constante transportaría la misma carga en el mismo intervalo de tiempo?
4. Suponga que la corriente que pasa por un conductor se reduce de manera exponencial en función del tiempo, de acuerdo con la ecuación  $I_0 = 25e^{-\frac{t}{5}}$ , donde  $I$  esta dado en amperio y el tiempo en segundos. a) ¿Cuánta carga pasa por este punto en el intervalo de tiempo entre 2 y 10 s. b) ¿Cuántos electrones pasa por este punto en el intervalo de tiempo entre 0 y  $\infty$  s.
5. Una corriente de 2 A pasa a través de un conductor de cobre de 1,2 mm de diámetro. Determine: (a) la densidad de corriente, (b) la velocidad de deriva de los electrones libres del conductor, sabiendo que la densidad de electrónica es  $n = 2,3 \times 10^{29}$  electrones/m<sup>3</sup>.
6. Un alambre de oro ( $\rho=2.44 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ) de 0.84 mm de diámetro conduce una corriente eléctrica. El campo eléctrico en el alambre es de 0.49 V/m. ¿Cuáles son a) la corriente que conduce el alambre; b) la diferencia de potencial entre dos puntos del alambre separados por una distancia de 6.4 m; c) la resistencia de un trozo de ese alambre de 6.4 m de longitud?
7. Un alambre de cobre ( $\rho=1,72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ) tiene una sección transversal cuadrada de 2.3 mm por lado. El alambre mide 4 m de longitud y conduce una corriente de 3.6 A. La densidad de los electrones libres es  $8.5 \times 10^{28} / \text{m}^3$ . Calcule las magnitudes de a) la densidad de la corriente en el alambre y b) el campo eléctrico en el alambre. c) ¿Cuánto tiempo se requiere para que un electrón recorra la longitud del alambre?
8. Un filamento cilíndrico de tungsteno ( $\rho=5.25 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ;  $\alpha=4.5 \times 10^{-3} 1/\text{C}^\circ$ ) de 15 cm de largo y 1 mm de diámetro va a usarse en una máquina cuya temperatura de operación variará entre 20 °C y 120 °C. Conducirá una corriente de 12.5 A en todas las temperaturas. a) ¿Cuál será el máximo campo eléctrico en este filamento?; b) ¿Cuál será su resistencia con ese campo? y c) ¿Cuál será la máxima caída de potencial a todo lo largo del filamento?
9. Una varilla cilíndrica de 1.5 m de largo y 0.5 cm de diámetro se conecta a una fuente de potencia que mantiene una diferencia de potencial constante de 15 V entre sus extremos, en tanto que un amperímetro mide la corriente que la cruza. Se observa que a temperatura ambiente (20 °C) el amperímetro da una lectura de 18.5 A, en tanto que a 92 °C arroja una lectura de 17.2 A. Se puede ignorar la expansión térmica de la varilla. Calcule a) la resistividad y b) el coeficiente de temperatura de la resistividad a 20 °C para el material de la varilla.
10. Una bombilla que recibe energía de una batería tiene filamento de tungsteno ( $\alpha=4.5 \times 10^{-3} 1/\text{C}^\circ$ ). Cuando el interruptor que conecta la bombilla con la batería se enciende por primera vez y la temperatura de la bombilla es de 20 °C, la corriente en la bombilla es de 0.86 A. Una vez que la bombilla ha estado encendida durante 30 s, la corriente es de 0.22 A. Pasado ese tiempo, ¿cuál es la temperatura del filamento?.
11. Cierta alambre metálico de longitud  $L$  tiene una resistencia eléctrica de 180  $\Omega$ . Si se formara un alambre más grueso del mismo material con la misma cantidad de metal de longitud  $L/3$ , ¿Cuál será la resistencia eléctrica  $R_2$  de este nuevo alambre?
12. Suponga que desea fabricar un alambre uniforme a partir de 1 g de cobre ( $1,70 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ;  $8,82 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ). Si el alambre debe tener una resistencia  $R=0.5 \Omega$ , y si debe utilizarse todo el cobre disponible, ¿cuál será a) la longitud y b) el diámetro de este alambre?
13. Un alambre de aluminio (a 20 °C:  $\rho=2,82 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ;  $\alpha=3,90 \times 10^{-3} 1/\text{C}^\circ$ ; 26,98 g/ átomo;  $D=2700 \text{ kg/m}^3$ ) con un diámetro de 0.10 mm tiene aplicado en toda su longitud un campo eléctrico uniforme de 0.20 V/m. La temperatura del alambre es de 50°C. Suponga que sólo existe un electrón libre por cada átomo. a) Determine la resistividad. b) ¿Cuál es la densidad de corriente en el alambre? c) ¿Cuál es la corriente total en el alambre? d) ¿Cuál es la rapidez de arrastre de los electrones de conducción? e) ¿Cuál es la



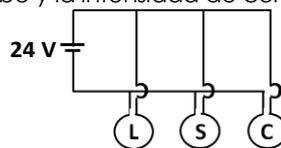
diferencia de potencial que debe existir entre los extremos de un de alambre 2 m de longitud para producir el campo eléctrico establecido?

14. En una celda electrolítica al electrolizar una disolución de  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$  al 0,025 molar en el ánodo rectangular de 4cmx4,5 cm, con una temperatura de 16 °C se obtuvo el siguiente dato:

L (cm)	1	2	3	4	5
V (v)	4	6	8	10	12

Si se trabaja con una corriente de 0,15 A; calcular: a) Este experimento cumple con la ley de Ohm?; b) El campo eléctrico; c) La densidad de corriente; d) La resistencia específica; e) La resistencia y el voltaje cuando la longitud de separación es de 15 cm

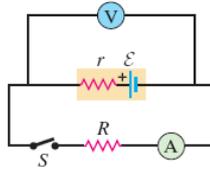
15. Un calentador eléctrico de agua bien aislado calienta 109 kg de agua de 20 °C a 49 °C en 25 min. Encuentre la resistencia de su elemento calefactor, que se conecta a través de una diferencia de potencial de 220 V.
16. Una bobina calefactora de 500 W, diseñada para funcionar a 110 V, está hecha de alambre de nicromo de 0.5 mm de diámetro. a) Si la resistividad del nicromo se mantiene constante a 20 °C, determine la longitud del alambre utilizado. b) ¿Qué pasaría si? Ahora considere la variación de la resistividad en función de la temperatura. ¿Cuál será la potencia que se da a la bobina del inciso a) cuando se calienta a 1200°C?
17. Una bobina de alambre de nicromo tiene 25 m de largo. El alambre tiene un diámetro de 0.4 mm y está a 20 °C. Si el alambre transporta una corriente de 0.5 A, ¿cuáles son a) la magnitud del campo eléctrico en el alambre y b) la potencia entregada? c) ¿Qué pasaría si? Si la temperatura se incrementa hasta 340 °C y la diferencia de potencial aplicada al alambre se mantiene constante, ¿cuál es la potencia entregada?
18. Por un hilo de ferroniquel de 1 m de longitud, 2 mm<sup>2</sup> de sección y 8 μΩ/m de resistividad, sumergido en 1 litro de agua, se hace pasar durante 16 minutos y 40 segundos una corriente de 5 amperios. Calcule: a) La resistencia del hilo; b) El calor producido.
- c) El aumento de temperatura, ΔT, que experimentará el agua, suponiendo que: no hay pérdidas de calor; y cuando se pierde un 30% del calor.
19. Determinar la corriente eléctrica necesaria que se debe aplicar a una bobina de conductor de cobre ( $\rho_{20^\circ\text{C}} = 1,7 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$ ;  $\alpha_{20^\circ\text{C}} = 3,9 \times 10^{-3} 1/^\circ\text{C}$ ) de 500 m Nro 18 ( $S = 8,23 \times 10^{-3} \text{ cm}^2$ ). Si se trabaja con una tensión de 220 V y a la temperatura de 70 °C.
20. Un horno eléctrico trabaja a 170 °C y está constituido por un conductor de níquelina ( $\rho_{20^\circ\text{C}} = 4,2 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{cm}$ ;  $\alpha_{20^\circ\text{C}} = 3,0 \times 10^{-4} 1/^\circ\text{C}$ ) de 50 m de longitud y 0.52 mm<sup>2</sup> de sección. Determinar la corriente que consume si es alimentada con una tensión de 220 V.
21. Una estufa eléctrica, de laboratorio trabaja a 120 °C y está constituido en el volumen útil por un conductor de alambre de Nichron (a 20 °C:  $\rho = 1,1 \times 10^{-4} \Omega \cdot \text{cm}$ ;  $\alpha = 1,6 \times 10^{-4} 1/^\circ\text{C}$ ) de 35 m de longitud y 0.33 mm<sup>2</sup> de sección transversal. Determinar la corriente que consume si es alimentada con una tensión de 220 V.
22. El sistema mostrado consta de tres cargas o artefactos, los cuales son: L= Una lámpara incandescente de 7,68 Ω. S= Un solenoide de conductor de cobre de 50 espiras, siendo el diámetro medio de cada espira de 7,5 cm y de conductor N° 12 AWG ( $S = 5,3090 \text{ mm}^2$ ). C= Un calentador eléctrico que funciona a 150 °C; siendo su resistencia de níquelina de una sección de 0,5176 mm<sup>2</sup> y una longitud de 3 m. Determinar la resistencia equivalente, la corriente total que absorbe y la intensidad de corriente que cada artefacto consume.



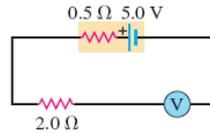
23. Una estufa eléctrica desprende  $6 \times 10^6$  J durante 45 minutos. Si la resistencia del alambre de Nichron es 22 Ω. Determinar la tensión de alimentación requerida y la corriente de consumo de la estufa. Suponga que la eficiencia de calentamiento de la estufa es 70 %.
24. Un calentador eléctrico desprende 1425 Kcal durante 45 minutos. Si la corriente que recorre por la resistencia es de 8 A. Determinar la tensión de alimentación requerida y el valor de la resistencia del calentador.
25. Determinar el tiempo que requiere una therma eléctrica de 5500 Watts y 220 voltios para calentar 50 litros de agua de 15 °C a 60 °C. Supóngase que la eficiencia de calentamiento es de 65 %. Datos:  $C_{\text{esp agua}} = 1 \text{ Cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$ . 1 L = 1000 cm<sup>3</sup>.
26. Calcule el costo de usar una computadora de 300W con un foco de 100W durante 4 horas diarias durante un mes de 30 días, sabiendo que la tarifa eléctrica es de 065 soles por kWh.
27. Dos pilas Panasonic de 1,5 V (con sus terminales en la misma dirección) se inserta en serie dentro del cilindro de una linterna. Una batería que tiene una resistencia interna de 0,4 Ω, y la resistencia interna de la otra es igual a 0,3 Ω. Cuando el interruptor se cierra se produce una corriente de 750 mA en la lámpara. ¿Cuál es la resistencia de lámpara?
28. Tres lámparas consumen respectivamente  $P_1 = 60 \text{ W}$ ,  $P_2 = 100 \text{ W}$  y  $P_3 = 150 \text{ W}$ , al ser conectadas por separado a una diferencia de potencial de 220V. Si conectamos ahora las tres lámparas en serie y se las somete a una diferencia de potencial de 380 V, determinar la potencia que consumirá cada una.



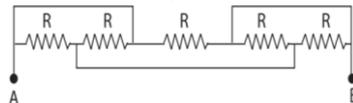
29. Cuando se abre el interruptor  $S$  de la figura, el voltímetro  $V$  de la batería da una lectura de  $3.08\text{ V}$ . Cuando se cierra el interruptor, la lectura del voltímetro cae a  $2.97\text{ V}$ , y la del amperímetro es de  $1.65\text{ A}$ . Determine la fem, la resistencia interna de la batería y la resistencia del circuito  $R$ . Suponga que los dos instrumentos son ideales, por lo que no afectan el circuito.



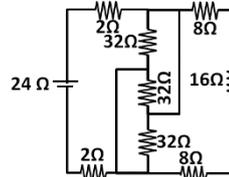
30. Se conecta un voltímetro ideal  $V$  a un resistor de  $2.0\ \Omega$  y una batería con una fem de  $5.0\text{ V}$  y resistencia interna de  $0.5\ \Omega$ , como se indica en la figura a) ¿Cuál es la corriente en el resistor de  $2.0\ \Omega$ ? b) ¿Cuál es el voltaje terminal de la batería? c) ¿Cuál es la lectura en el voltímetro? Explique sus respuestas.



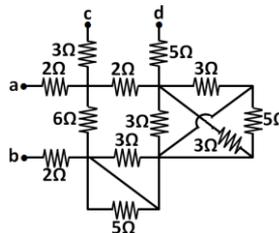
31. En el circuito mostrado, determine la resistencia equivalente entre los bornes A y B.



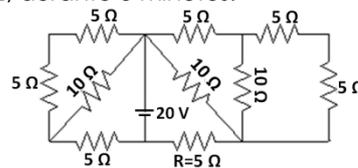
32. En la figura mostrada, determinar la corriente total del circuito.



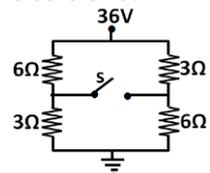
33. En el circuito mostrado, la diferencia de potencial entre los bornes a y b es  $12\text{ V}$ . Hallar la resistencia equivalente y la corriente total del circuito.



34. Del circuito mostrado; determinar las corrientes que circulan en por cada resistencia y la energía consumida en la resistencia de  $R=5\ \Omega$ , durante  $5\text{ minutos}$ .



35. En el circuito mostrado; determine la diferencia de potencial ab cuando el interruptor "s" está abierto y la corriente a través del interruptor cuando este se cierra.



### Referencias bibliográficas

- Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
- Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.

## Tema 8

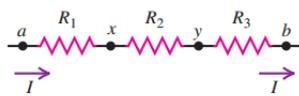
### Circuito De Corriente Continua

El análisis de circuitos más complicados se simplifica si se utilizan las leyes de Kirchhoff, que son consecuencia de la ley de conservación de energía y de la ley de conservación de cargas eléctricas en sistemas aislados. Se supone que la mayoría de los circuitos analizados está en estado estacionario, lo que significa que las corrientes en el circuito son constantes en magnitud y dirección. La corriente directa (CD) es una corriente con dirección constante. Las leyes de Kirchhoff consisten en dos enunciados: Ley de los nodos (la unión) y ley de los voltajes (espira).



### Conexiones de resistencias

#### Resistores en Serie



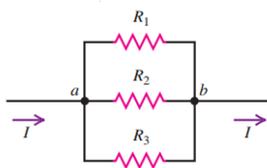
Siendo:

i) Resistencia equivalente:  $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$

ii) Corrientes:  $I = I_1 = I_2 = I_3$

iii) Voltajes:  $V = V_1 + V_2 + V_3$

#### Resistores en Paralelo



Siendo:

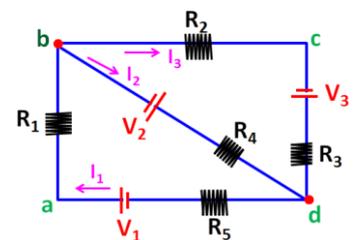
i) Resistencia equivalente:  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ ; Forma práctica:  $R_{eq} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1}$

ii) Voltajes:  $V = V_1 = V_2 = V_3$

iii) Corrientes:  $I = I_1 + I_2 + I_3$

### Circuito eléctrico

Circuito eléctrico es una combinación de elementos conectados entre sí, que permiten generar, transportar y utilizar la energía eléctrica por medio de conductores unidos de sus extremos, con la finalidad de transformarla en otro tipo de energía.



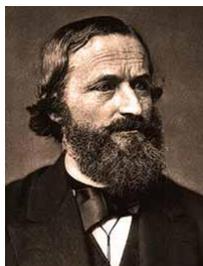
### Elementos de un circuito eléctrico

**Nodo eléctrico:** o nudo; es el punto de concurrencia de tres o más líneas conductoras. Ejm.: Punto b y d

**Ramal eléctrica:** Es toda línea conductora en serie entre puntos consecutivos. Ejm.: ab; bd; bc; bcd; dab, etc.

**Malla eléctrica:** Es toda línea conductora cerrada en un circuito. Ejm.: bdab; bcdb; bcdab

### Leyes de Kirchhoff



Gustav Robert Kirchhoff

Por medio de la ley de Kirchhoff es posible resolver un sistema de circuitos en paralelos, compuestos de varias fuentes de energía y varias resistencias; la cual sería difícil resolver solamente con la ley de Ohm.

Las **leyes de Kirchhoff** se basan en la conservación de la carga eléctrica (corriente) y en la conservación de la energía (voltaje).

#### 1ª Ley de Kirchhoff de la corriente (LKI)

Llamada también; **ley de los nodos** (nudos o uniones), basado en el principio de **Conservación de la carga:**

"La suma algebraica de las corrientes en cualquier nodo o unión es igual a cero"; es decir:

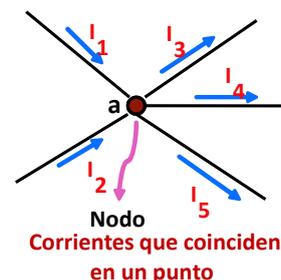
$$\sum I = 0$$

Siendo: **I (+)** si la Corriente ingresa a un nodo

**I (-)** si la corriente sale de un nodo

Donde:  $\sum I_{Ingresa} - \sum I_{Sale} = 0 \Rightarrow \boxed{\sum I_{Ingresa} = \sum I_{Sale}}$

Del Gráfico; Nodo a:  $I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$



#### 2ª Ley de Kirchhoff del voltaje (LKV)

Llamada también; ley de mallas (espira o bucles); basado en el principio de la



Conservación de la energía.

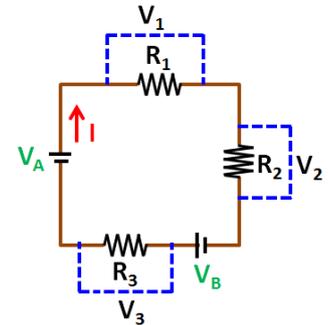
“La suma algebraica de las elevaciones de voltajes aplicados a un circuito cerrado, es igual a la suma algebraica de las caídas de voltaje en ese circuito”.

$$\sum V_{\text{Elevacion de voltaje}} - \sum V_{\text{Caídas de voltaje}} = 0$$

Elevación de voltaje:  $V_A, V_B$

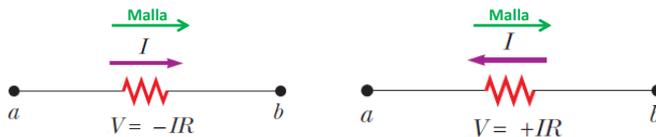
Caídas de Voltajes:  $V_1, V_2, V_3$  Además:  $V = RI$

Para determinar el signo de las diferencias de potencial en las resistencias y en las fuentes cuando la dirección de la corriente son las mostradas, se usan las reglas mostradas en la figura

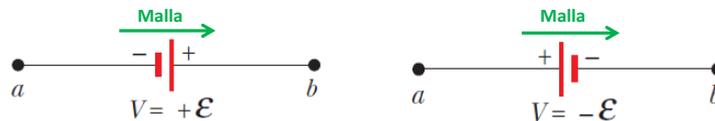


**Signos que optan los voltajes en un circuito**

- Signos para subida de elevación de voltaje:



- Signos de caídas de voltaje (IR) (Consumo)



Del circuito mostrado, empleando la 2da Ley Kirchhoff:

Dando sentido horario a la malla; tendremos:

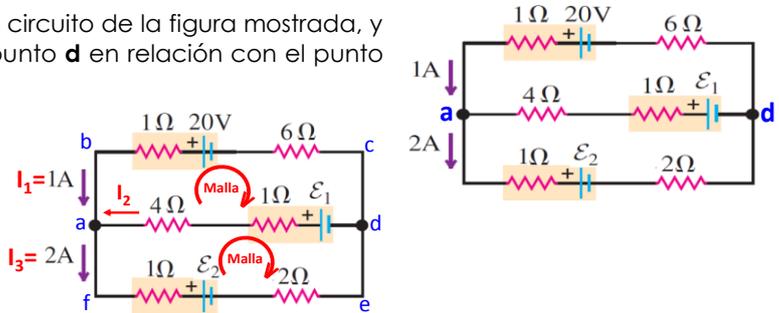
$$V_A - R_1 I - R_2 I + V_B - R_3 I = 0; \quad \text{Luego:} \quad -(R_1 + R_2 + R_3)I = -(V_A + V_B)$$

Regla práctica:  $\sum \pm RI = -(\sum V)$

**Problema 01:** Encuentre las fem  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$  del circuito de la figura mostrada, y obtenga la diferencia de potencial del punto **d** en relación con el punto **a**.

**Solución:** del circuito dado; dando sentido a las mallas y la corriente  $I_2$  en el ramal da:

**Pregunta a):** Hallando las fuerzas electromotrices (voltajes) de  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$ :  
 Empleando las Leyes de Kirchhoff:



Del circuito; en el nodo a empleamos la 1ra Ley de Kirchhoff:  $I_{\text{Ingresan}} = I_{\text{Salen}}$

$$\text{Luego: } I_1 + I_2 = I_3 \Rightarrow 1 + I_2 = 2 \Rightarrow I_2 = 1A$$

Del circuito; en la malla abcd, empleamos la 2da Ley de Kirchhoff:  $\sum V = 0$

Tomando en cuenta, los signos que optan los voltajes en el circuito:  

$$+(1)(I_1) - 20 + (6)(I_1) + \epsilon_1 - (1)(I_2) - (4)(I_2) = 0$$

Reemplazando valores:  $+(1)(1) - 20 + (6)(1) + \epsilon_1 - (1)(1) - (4)(1) = 0 \Rightarrow \epsilon_1 = 18V$

Del circuito; en la malla adefa, empleamos la 2da Ley de Kirchhoff:  $\sum V = 0$

$$+(4)(I_2) + (1)(I_2) - \epsilon_1 + (2)(I_3) + \epsilon_2 + (1)(I_3) = 0$$

Reemplazando valores:  $+(4)(1) + (1)(1) - 18 + (2)(2) + \epsilon_2 + (1)(2) = 0 \Rightarrow \epsilon_2 = 7V$

**Pregunta b):** Hallando la diferencia de potencial en el ramal da:  $V_{da} = ?$

En el ramal dfa, empleando el principio de conservación de la energía (Sentido del recorrido de la malla horario):

$$V_d + (2)(I_3) + \epsilon_2 + (1)(I_3) = V_a$$

Reemplazando valores:  $V_d + (2)(2) + 7 + (1)(2) = V_a \Rightarrow V_d - V_a = V_{da} = -13V$

El punto d es inferior a 13 V de potencial que el punto a



En el ramal dcba, empleando el principio de conservación de la energía (Sentido del recorrido de la malla antihorario) :

$$V_d - (6)(I_1) + 20 - (1)(I_1) = V_a$$

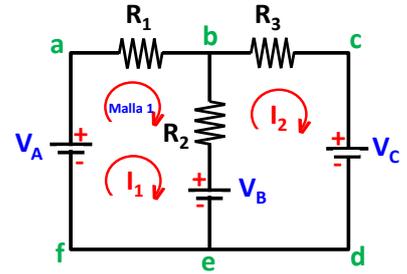
Reemplazando valores:  $V_d - (6)(1) + 20 - (1)(1) = V_a \Rightarrow V_d - V_a = V_{da} = -13V$

**Métodos de Maxwell (De mallas)**

El Principio de Maxwell consiste en asignar al circuito eléctrico unas corrientes circulares ficticias que sirven únicamente para formar las ecuaciones principales. Cada corriente circular determina una malla, y las ecuaciones de malla son planteadas según la segunda ley de Kirchhoff corregida; es decir que la suma de las fuerzas electromotrices es igual a la suma de las caídas de potencial.

$$\sum \mp RI = -(\sum V)$$

Del circuito mostrado:



**Malla 1: (abefa)** Sentido horario,  $I_1$  :  $-(R_1 + R_2)(I_1) + (R_2)(I_2) = -(-V_B + V_A)$

**Malla 2: (bcdeb)** Sentido horario,  $I_2$  :  $-(R_3 + R_2)(I_2) + (R_2)(I_1) = -(-V_C + V_B)$

**Problema 02:** Del circuito mostrado; determinar La lectura del amperímetro ideal.

**Solución:** Empleando el método de Maxwell (Mallas):

Ecuación:  $\sum \mp RI = -(\sum V)$

Como nos indica que los instrumentos de medición (amperímetro y voltímetro) son ideales, los retiramos del circuito inicial;

quedando el circuito nuevo como:

- Dando sentido al recorrido de las mallas; y tomando en cuenta los signos que optan los voltajes en un circuito:

**Malla 1:** Sentido horario; abcda:

$$-(6+6+6+5)(I_1) + (5)(I_3) = -(30-10)$$

$$\text{Luego: } -23I_1 + 5I_3 = -20 \dots\dots(1)$$

**Malla 2:** Sentido horario; jakghj:

$$-(5+10+5+5)(I_2) + (10)(I_3) = -(10-15-20);$$

$$25I_2 + 10I_3 = 25 \dots\dots(2)$$

**Malla 3:** Sentido horario; kdefgk:

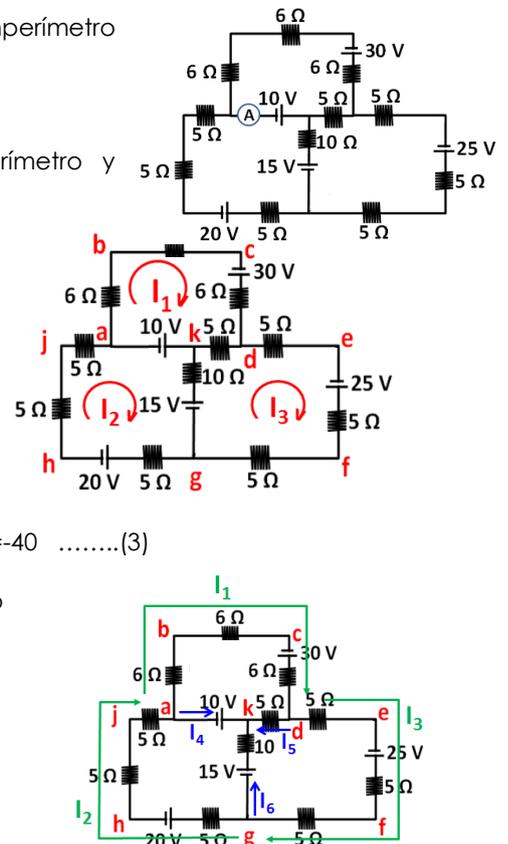
$$-(5+5+5+5+10)(I_3) + (5)(I_1) + (10)(I_2) = -(25+15); \text{ Luego: } 5I_1 + 10I_2 - 30I_3 = -40 \dots\dots(3)$$

Formando la matriz:

$I_1$	$I_2$	$I_3$	C
-23	0	5	-20
0	-25	10	25
5	10	-30	-40

Luego: -

Gráfico



Resolviendo la matriz con el software Polymath:

$$I_1 = 1,1693 \text{ A}; I_2 = -0,4485 \text{ A}; I_3 = 1,3787 \text{ A}.$$

**Malla 1:** Hallando las corrientes  $I_4$ ;  $I_5$  y  $I_6$ ; Del circuito 2; en los nodos

a, d, g; con la 1ra Ley de Kirchhoff:  $I_{\text{ingresa}} = I_{\text{sale}}$

**Nodo a:**  $I_2 = I_1 + I_4 \Rightarrow I_4 = I_2 - I_1 \Rightarrow I_4 = -0,4485 - 1,1693 \Rightarrow I_4 = -0,2094 \text{ A}$

**Nodo d:**  $I_1 = I_3 + I_5 \Rightarrow I_5 = I_1 - I_3 \Rightarrow I_5 = 1,1693 - 1,3787 \Rightarrow I_5 = -1,6178 \text{ A}$

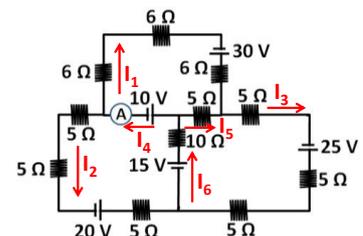
**Nodo g:**  $I_3 = I_2 + I_6 \Rightarrow I_6 = I_3 - I_2 \Rightarrow I_6 = 1,3787 - (-0,4485) \Rightarrow I_6 = 1,8272 \text{ A}$

Los valores reales de las corrientes en el circuito eléctrico es:

$$I_1 = 1,1693 \text{ A}; I_2 = -0,4485 \text{ A}; I_3 = 1,3787 \text{ A}; I_4 = -0,2094 \text{ A}; I_5 = -1,6178 \text{ A} \text{ y } I_6 = 1,8272 \text{ A}$$

El gráfico del circuito eléctrico con las corrientes reales es:

La lectura del amperímetro del circuito es:  $I_4 = -0,2094 \text{ A}$



**Instrumentos de mediciones eléctricas**



**Voltímetro:** Se utiliza para medir la Tensión o voltaje (Voltios). Se conecta en paralelo a los puntos en donde se desea conocer la diferencia de potencial.

**Amperímetro:** Se utiliza para medir la Intensidad de corriente ó corriente eléctrica (Amperio). Se conecta en serie dentro del circuito; o se utiliza una pinza amperimétrica en forma directa para medir la corriente.

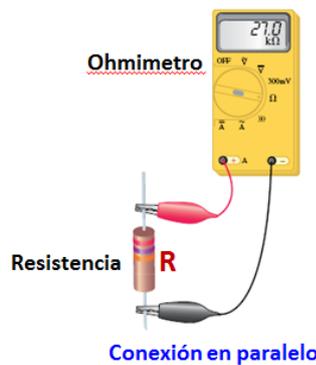
**Ohmímetro:** Se utiliza para medir La resistencia (Ohmios). Se conecta en paralelo a los terminales de la resistencia para determinar su valor.

**Wattímetro:** Se utiliza para medir La potencia eléctrica (Watts). Se conecta serie y en paralelo; para medir el amperaje y el voltaje en forma simultánea.

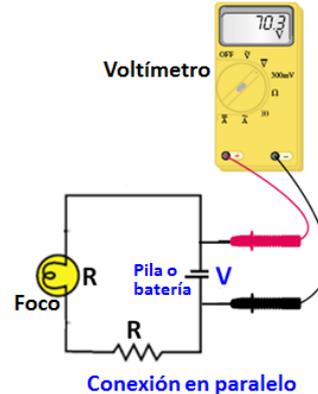


Conexiones para medir una resistencia, tensión, corriente y potencia eléctrica

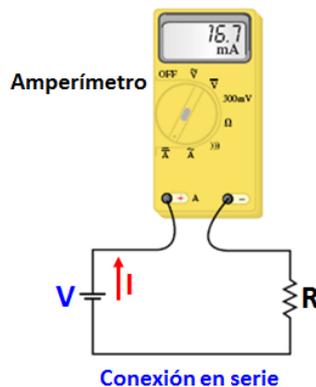
Medición de la resistencia



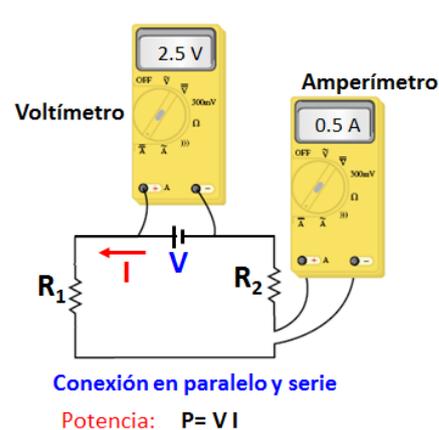
Medición de la tensión (voltaje)



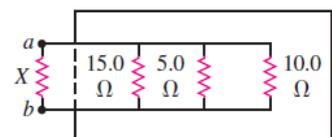
Medición de la corriente



Medición de la potencia



**Problema 03:** Una parte de máquina tiene un resistor X que sobresale a través de una abertura lateral. Este resistor está conectado a otros tres resistores, como se ilustra en la figura. Un óhmetro conectado a través de a y b da una lectura de 2 Ω. ¿Cuál es la resistencia de X?



Solución:

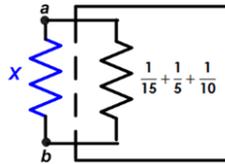
Datos

$R_{ab} = 2 \Omega$

Hallar: X en ohmios

Puede parecer que el instrumento mide X directamente. Pero tenga en cuenta que X está en paralelo con otras tres resistencias, por lo que el medidor mide la resistencia paralela equivalente entre ab.

Utilizando la fórmula para las resistencias en paralelo, se tiene:



$$\frac{1}{2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{15} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}; \text{ Resolviendo: } x = 7.5 \Omega$$

**Problema 04:** Determine la corriente en cada una de las ramas del circuito que se muestra en la figura.

Solución: Del circuito 2

En el nodo: utilizando la Regla la 1ra Ley de Kirchhoff:  $I_{\text{ingresa}} = I_{\text{sale}}$

Aplicando la Regla de Kirchhoff de las espiras (sentido horario):

$$I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_1 - I_2 - I_3 = 0 \dots\dots (1)$$

$$-6I_2 - 4 + 8I_3 = 0 \Rightarrow -6I_2 + 8I_3 = 4 \dots (2)$$

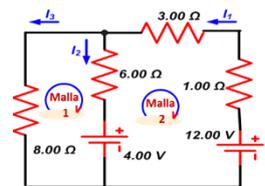
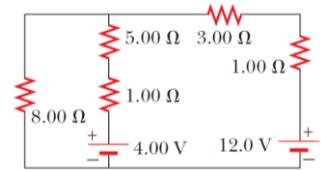
$$3I_1 + 1(I_1) - 12 + 4 + 6I_2 = 0 \Rightarrow 4I_1 + 6I_2 = 8 \dots\dots (3)$$

Formando la matriz y resolviendo con el software Polimath:

$$I_1 = 1,3077 \text{ A}$$

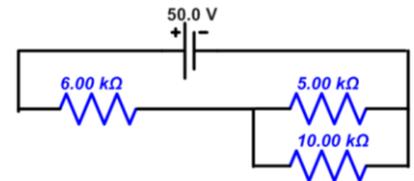
$$I_2 = 0,4615 \text{ A}$$

$$I_3 = 0,8462 \text{ A}$$



**Problema 03**

El circuito consiste en una combinación de resistores de 6 kΩ y 5 kΩ conectados a través de una batería de 50 V con resistencia interna despreciable. Se desea medir la diferencia de potencial verdadera (es decir, la diferencia de potencial sin el medidor presente) a través del resistor de 5 kΩ con un voltímetro cuya resistencia interna es de 10 kΩ. a) ¿Cuál es la diferencia de potencial que mide el voltímetro a través del resistor de 5 kΩ?. b) ¿Cuál es la diferencia de potencial verdadera a través de este resistor cuando el medidor no está presente? c) ¿Qué porcentaje de error tiene la lectura del voltímetro con respecto a la diferencia de potencial verdadera?



Solución:

El medidor introduce resistencia en el circuito, que afecta a la corriente a través de la resistencia de 5 kΩ y por lo tanto la caída de potencial a través de ella.

Se utilizará la ley de Ohm para encontrar la corriente a través de la resistencia de 5 kΩ y luego la caída de potencial a través de ella.

a) ¿Cuál es la diferencia de potencial que mide el voltímetro a través del resistor de 5 kΩ?

La resistencia paralela con el voltímetro es  $R_{eq1} = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right)^{-1} = 3,333 \text{ k}\Omega$

Por lo que la resistencia equivalente total a través de la batería es de  $R_{eq2} = 6 + 3,33 = 9,33 \text{ k}\Omega = 9330 \Omega$

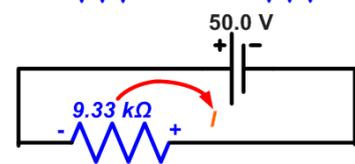
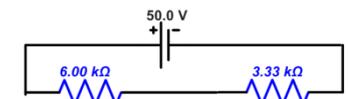
luego la corriente será:  $I = \frac{V}{R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{50 \text{ V}}{9330 \Omega} = 0.00536 \text{ A};$

$$I = 5.36 \text{ mA}$$

Hallando la caída de potencial a través del resistor de 5 kΩ:  $V = I R$

Del circuito 1:  $V_{5 \text{ k}\Omega} = (5.36 \text{ mA})(3.33 \text{ k}\Omega) = (3330 \Omega)(0.00536 \text{ A});$

$$V_{5 \text{ k}\Omega} = 17.9 \text{ V}$$



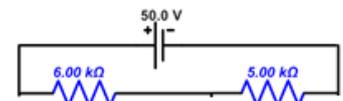
b) ¿Cuál es la diferencia de potencial verdadera a través de este resistor cuando el medidor no está presente?

Ahora no se considera la resistencia de 10 kΩ y la corriente en el circuito en este caso es:

$$I = \frac{50 \text{ V}}{11 \text{ k}\Omega} = \frac{50 \text{ V}}{11000 \Omega} = 0.00455 \text{ A}; \quad I = 4.55 \text{ mA}$$

La ley de Ohm da la caída de potencial a través del resistor de 5 kΩ:

$$V_{5 \text{ k}\Omega} = (5 \text{ k}\Omega)(4.55 \text{ mA}) = (5000 \Omega)(0.00455 \text{ A}); \quad V_{5 \text{ k}\Omega} = 22.7 \text{ V}$$



c) ¿Qué porcentaje de error tiene la lectura del voltímetro con respecto a la diferencia de potencial verdadera?

$$\% \text{ de error} = \frac{22.7 \text{ V} - 17.9 \text{ V}}{22.7 \text{ V}} = 0.2114 = 21.14\%$$

La presencia del medidor produjo un error de porcentaje muy grande en la lectura del potencial "verdadero" a través de la resistencia.



### Problema 04

Un calentador eléctrico con 1500 W nominales, un tostador de 750 W y una parrilla eléctrica de 1000 W están conectados a un circuito doméstico normal de 120 V. a) ¿Cuánta corriente consume cada uno? b) ¿Para este caso es suficiente un disyuntor de 25 A? Explique su respuesta.

Solución: Por teoría de potencia eléctrica:  $P = VI$ ;  $\Rightarrow I = \frac{P}{V}$

a) Hallando la corriente que consume cada carga:?

$$\text{Calentador eléctrico: } I_{\text{Calentador}} = \frac{1500 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 12.5 \text{ A}$$

$$\text{Tostador : } I_{\text{Tostador}} = \frac{750 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 6.25 \text{ A}$$

$$\text{Parrilla eléctrica : } I_{\text{Parrilla}} = \frac{1000 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 8.33 \text{ A}$$

b) Determinando el Consumo de corriente total:  $I = 12.5 \text{ A} + 6.25 \text{ A} + 8.33 \text{ A}$ ;  $\Rightarrow I_{\text{total}} = 27.08 \text{ A}$

Por tanto, el consumo de corriente es mayor que que 25 amperios, por lo que un circuito con este disyuntor no es suficiente.

### Problema 05

El elemento calentador de una secadora eléctrica tiene una potencia nominal de 4.1 kW cuando se conecta a una línea de 240 V. a) ¿Cuál es la corriente en el elemento calentador? ¿El alambre de calibre 12 es suficiente para suministrar esa corriente? b) ¿Cuál es la resistencia del elemento calentador de la secadora a su temperatura de operación? c) ¿Cuánto cuesta operar la secadora durante una hora si la tarifa vigente es de 11 centavos por kWh?. **Nota:** Utilizar la siguiente tabla, si temperatura está entre 60 °C y 70 °C

ALAMBRE VIAKON® THWN/THHN 600 V									
Calibre	Área nominal de la sección transversal	Espesor nominal del aislamiento	Espesor nominal de nylon	Diámetro exterior aproximado	Peso total aproximado	Capacidad de conducción de corriente* Amperes			
						60°C	75°C	90°C	
AWG	mm <sup>2</sup>	mm	mm	mm	kg/100 m				
14	2,082	0,38	0,10	2,7	3	20	20	25	
12	3,307	0,38	0,10	3,2	4	25	25	30	
10	5,260	0,51	0,10	4,0	6	30	35	40	

Solución

Se utilizará la fórmula de la potencia:  $P = VI = I^2R$

Se debe considerar también que para el cable calibre 12 la corriente máxima segura es de 25 A.

a) ¿Cuál es la corriente en el elemento calentador? ¿El alambre de calibre 12 es suficiente para suministrar esa corriente?

$$I = \frac{P}{V} = \frac{4.1 \times 10^3 \text{ W}}{240 \text{ V}} = 17.1 \text{ A}$$

Por lo tanto, se requiere al menos un cable calibre 14 (bueno hasta 20 A). Un cable de Calibre 12 también está bien (pues soporta hasta 25 A).

b) ¿Cuál es la resistencia del elemento calentador de la secadora a su temperatura de operación?

$$P = \frac{V^2}{R}; \quad R = \frac{V^2}{P} = \frac{(240 \text{ V})^2}{4.1 \times 10^3 \text{ W}} = 14 \Omega$$

c) ¿Cuánto cuesta operar la secadora durante una hora si la tarifa vigente es de 11 centavos por kWh? Como la tarifa vigente es de 11 centavos por kWh entonces

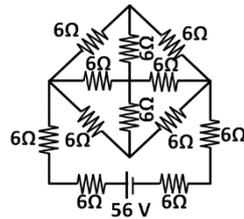
$$\text{costo} = 11 \frac{\text{centavos}}{\text{kWh}} \times 1 \text{ h} \times 4.1 \text{ kW} = 45 \text{ centavos}$$

### Referencias bibliográficas

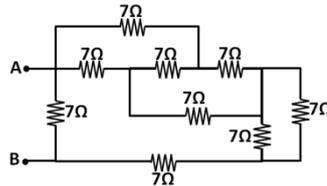
- Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
- Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.



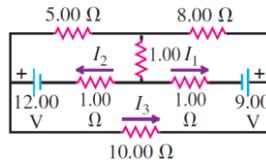




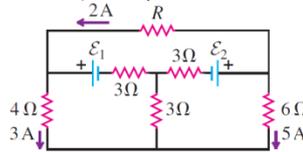
16. En el circuito eléctrico mostrado; hallar la corriente total del sistema; si la diferencia de potencial entre los bornes A y B es 30 V.



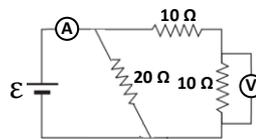
17. Mediante el método de Kirchoff; Calcule las tres corrientes  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  que se indican en el diagrama de circuito en la figura



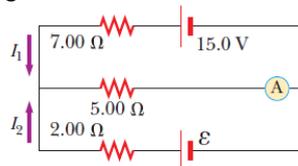
18. En el circuito que se ilustra en la figura; encuentre Mediante el método de Kirchoff: a) Las corrientes en los resistores de 3 Ω; b) Las fem desconocidas  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$ ; c) la resistencia R.



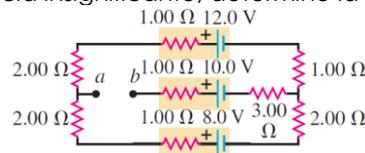
19. Determine la lectura del amperímetro, si el voltímetro marca 40V. Considere instrumentos ideales



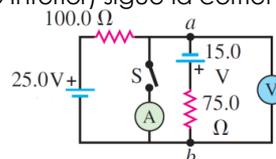
20. El amperímetro que se muestra en la figura da una lectura de 2 A. Determine  $I_1$ ,  $I_2$  y  $\epsilon$ .



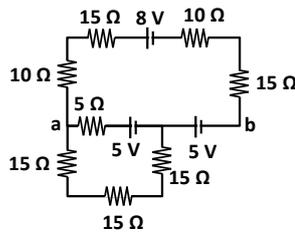
21. De la figura: a) Calcule el potencial del punto a con respecto al punto b; b) Si los puntos a y b se conectan con un alambre con resistencia insignificante, determine la corriente en la batería de 12 V.



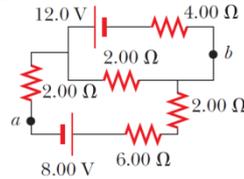
22. En la figura se ilustra un circuito en el que todos los medidores son ideales y las baterías no tienen resistencia interna apreciable. a) Diga cuál será la lectura del voltímetro con el interruptor S abierto. ¿Cuál punto está a un potencial mayor; a o b? b) Con el interruptor cerrado, obtenga la lectura del voltímetro y del amperímetro. ¿Cuál trayectoria (superior o inferior) sigue la corriente a través del interruptor?.



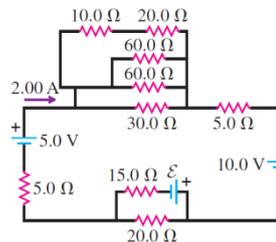
23. Encontrar la corriente en cada resistencia y la diferencia de potencial entre el ramal ab.



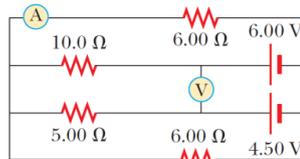
24. Para el circuito que se muestra en la figura; calcule: a) Las corrientes en los resistores de  $2\ \Omega$  y b) La diferencia de potencial entre los puntos a y b.



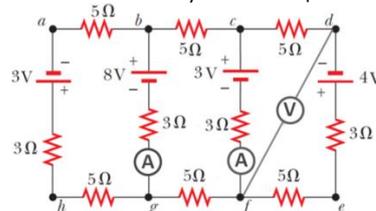
25. Considere el circuito que se ilustra en la figura. a) ¿Cuál debe ser la fem  $\epsilon$  de la batería para que una corriente de 2 A fluya a través de la batería de 5 V, como se muestra?. La polaridad de la batería, ¿es correcta como se indica? b) ¿Cuánto tiempo se requiere para que se produzcan 60 J de energía térmica en el resistor de 10 V?



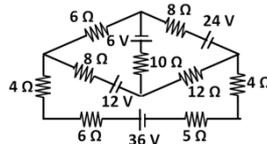
26. Considere el circuito que se muestra en la figura. ¿Cuáles son las lecturas esperadas del amperímetro ideal y del voltímetro ideal?



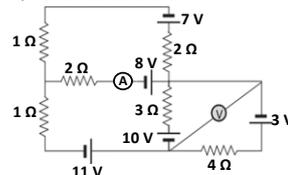
27. Del circuito de la figura; determinar: a) Las lecturas de los amperímetro ideales y del voltímetro ideal a) Encuentre la diferencia de potencial en el ramal bc; c) Hallar la potencia eléctrica en el ramal gf.



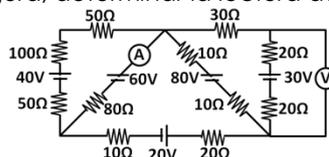
28. Hallar las corrientes que circulan en el circuito mostrado.



29. En el circuito que se muestra en la figura, determinar la lectura del amperímetro y voltímetro ideal.

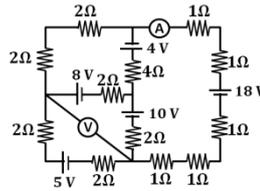


30. En el circuito que se muestra en la figura, determinar la lectura del amperímetro y voltímetro ideal.

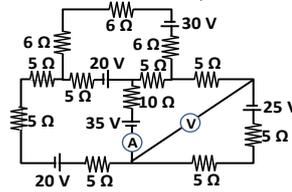




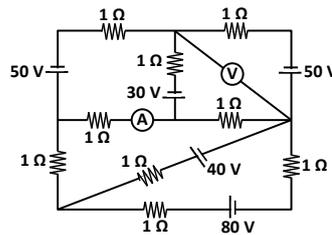
31. En el circuito que se muestra en la figura, determinar la lectura del amperímetro y voltímetro ideal.



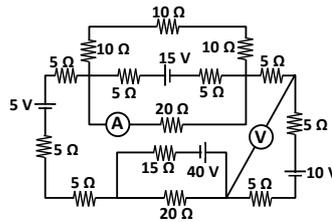
32. En el circuito de la figura; determinar La lectura del amperímetro y voltímetro ideal.



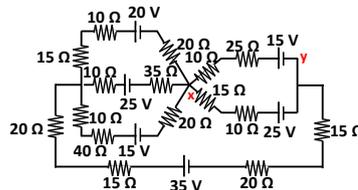
33. En el circuito mostrado: a) Determinar las lecturas del amperímetro y voltímetro ideal; b) La potencia en la resistencia ubicado en la diagonal del ramal del circuito.



34. En el circuito de la figura; determinar La lectura del amperímetro y voltímetro ideal.



35. En la figura mostrada, determinar: a) La diferencia de potencial en la resistencia de 35 Ω; b) La diferencia potencial  $V_{xy}$ , y c) La potencia eléctrica en la resistencia de 40 Ω



### Referencias bibliográficas

11. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
12. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.

TEMA 08

**CAMPO MAGNÉTICO Y FUERZA MAGNETICA**

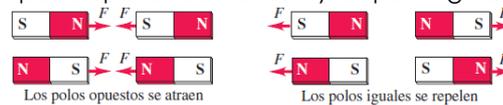
La correspondencia entre la electricidad y el magnetismo fue descubierta en 1819 cuando, en el transcurso de una demostración en una conferencia, el científico danés Hans Christian Oersted descubrió que una corriente eléctrica en un alambre desviaba la aguja de una brújula cercana. Durante 1820, Faraday y Joseph Henry (1797-1878) demostraron, de manera independiente, relaciones adicionales entre la electricidad y el magnetismo. Mostraron que es posible crear una corriente eléctrica en un circuito ya sea moviendo un imán cerca de él o variando la corriente de algún circuito cercano. Estas observaciones demuestran que una variación en un campo magnético crea un campo eléctrico. Años después, el trabajo teórico de Maxwell demostró que lo contrario también es cierto: un campo eléctrico que varía crea un campo magnético.



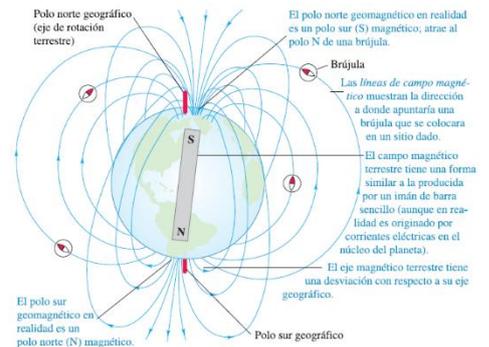
**Magnetismo**

Los fenómenos magnéticos fueron observados por primera vez al menos hace 2500 años, con fragmentos de mineral de hierro magnetizado cerca de la antigua ciudad de Magnesia (hoy Manisa, en Turquía occidental). Esos trozos eran ejemplos de lo que ahora llamamos imanes permanentes.

Un imán permanente en forma de barra, o *imán de barra*, tiene un extremo llamado *polo norte (polo N)* y el otro extremo *polo sur (polo S)*. Los polos opuestos se atraen y los polos iguales se rechazan

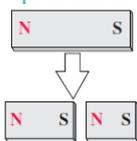


La Tierra misma es un imán. Su polo norte geográfico está cerca del polo sur magnético, lo cual es la razón por la que el polo norte de la aguja de una brújula señala al norte terrestre. La figura es un esquema del campo magnético terrestre. Las líneas, llamadas líneas de campo magnético, muestran la dirección que señalaría una brújula que estuviera en cada sitio



El eje magnético de nuestro planeta no es del todo paralelo a su eje geográfico (el eje de rotación), así que la lectura de una brújula se desvía un poco del norte geográfico. Tal desviación, que varía con la ubicación, se llama *declinación magnética* o *variación magnética*.

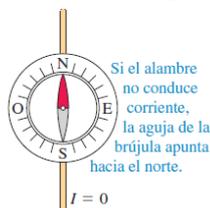
Al romper un imán en dos ...



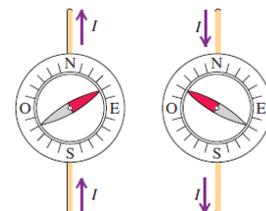
... se producen dos imanes, no dos polos aislados.

No existe un polo magnético aislado (o monopolo magnético); los polos siempre ocurren por pares. Si un imán de barra se parte en dos, cada extremo se convierte en un polo norte y en un polo sur.

La primera evidencia de la relación que hay entre el magnetismo y las cargas en movimiento la descubrió, en 1820, el científico danés Hans Christian Oersted, quien encontró que un alambre conductor de corriente desviaba la aguja de una brújula, como se ilustra en la figura.



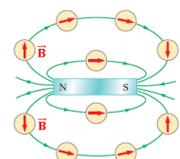
Si el alambre lleva corriente, la aguja de la brújula tiene una desviación, cuya dirección depende de la dirección de la corriente.



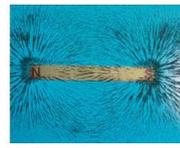
**Campo magnético**

Al igual que el campo eléctrico, el magnético es un campo vectorial es decir, una cantidad vectorial asociada con cada punto del espacio. Usaremos el símbolo  $\vec{B}$  para representar el campo magnético.

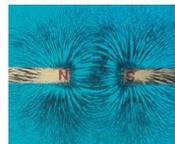
En cualquier posición, la dirección de  $\vec{B}$  se define como aquella en la que tiende a apuntar el polo norte de la aguja de una brújula. La figura muestra cómo pueden trazarse las líneas del campo magnético de un imán de barra con ayuda de una brújula. Observe que las líneas de campo magnético en el exterior del imán apuntan alejándose del polo norte y hacia el polo sur.



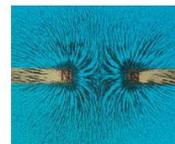
Es posible mostrar los patrones de campo magnético de un imán de barra utilizando pequeñas limaduras de hierro, como se muestra en la figura



Líneas de campo magnético de un imán de barra



Líneas de campo magnético entre polos opuestos



Líneas de campo magnético entre polos idénticos

### Fuerzas magnéticas sobre cargas móviles

La magnitud  $F_B$  de la fuerza magnética ejercida sobre la partícula es proporcional a la carga  $q$  y a la rapidez  $v$  de dicha partícula.

Ecuación escalar; (Magnitud):  $F = qvB\sin\theta$

Ecuación vectorial:  $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$

Siendo:  $F$  = Fuerza magnética (N)

$q$  = Carga eléctrica (C).  $q = It$

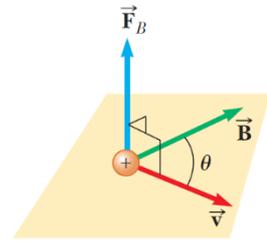
$v$  = Velocidad de la carga eléctrica (m/s)

$B$  = Campo magnético (Tesla=T)

Dirección de  $F$ : perpendicular al plano  $(v, B)$

Sentido de  $F$ : regla de la mano derecha.

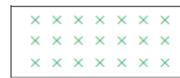
Notación usada del campo eléctrico:



Regla de la mano derecha



$\vec{B}$  Saliendo de la página



$\vec{B}$  Entrando a la página

ilustraciones:

Para indicar la dirección de  $\vec{B}$  utilizamos las

**Problema 01:** Una partícula con masa 2,5 g y una carga de  $-1,25 \times 10^{-8}$  C se mueve con velocidad instantánea  $\vec{v} = 4 \times 10^4 \vec{i} - 3 \times 10^4 \vec{j} + 2 \times 10^4 \vec{k}$ , (m/s) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la aceleración de la partícula producida por un campo magnético uniforme  $\vec{B} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ , (T) ?

Solución:

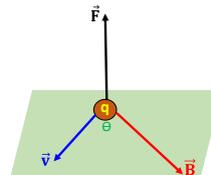
Gráfico:

Datos:  $m = 2,5 \text{ g} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ kg}$

$q = -1,25 \times 10^{-8} \text{ C}$

$\vec{v} = 4 \times 10^4 \vec{i} - 3 \times 10^4 \vec{j} + 2 \times 10^4 \vec{k}$ , (m/s)

$\vec{B} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ , (T)



Por teoría: Ecuación vectorial de la fuerza magnética y la fuerza mecánica:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F} &= q(\vec{v} \times \vec{B}) \\ \vec{F} &= m\vec{a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q(\vec{v} \times \vec{B})}{m} \dots (1)$$

Hallar:  $F = ?$ , (N)

Hallando el producto vectorial:

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 \times 10^4 & -3 \times 10^4 & 2 \times 10^4 \\ 2 & 4 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{v} \times \vec{B} = 1 \times 10^4 \vec{i} - 16 \times 10^4 \vec{j} + 22 \times 10^4 \vec{k}, \text{ (T)}$$

Reemplazando valores

$$\text{en la ec. (1): } \vec{a} = \frac{(-1,25 \times 10^{-8})(1 \times 10^4 \vec{i} - 16 \times 10^4 \vec{j} + 22 \times 10^4 \vec{k})}{2,5 \times 10^{-3}} \Rightarrow \vec{a} = -0,05 \vec{i} + 0,8 \vec{j} - 1,1 \vec{k} \text{ //Rpta.}$$

Hallando la magnitud de la aceleración:  $|\vec{a}| = \sqrt{(-0,05)^2 + (0,8)^2 + (-1,1)^2} \Rightarrow a = 1,36 \text{ m/s}^2$

Hallando la dirección del vector aceleración:  $\cos \alpha = \frac{a_x}{a}$ ;  $\cos \beta = \frac{a_y}{a}$ ;  $\cos \gamma = \frac{a_z}{a}$

$$\cos \alpha = \frac{-0,05}{1,36} \Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{-0,05}{1,36}\right) \Rightarrow \alpha = 92,11^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{0,8}{1,36} \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{0,8}{1,36}\right) \Rightarrow \beta = 53,97^\circ$$

$$\cos \gamma = \frac{-1,1}{1,36} \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{-1,1}{1,36}\right) \Rightarrow \gamma = 143,98^\circ \text{ //Rpta.}$$

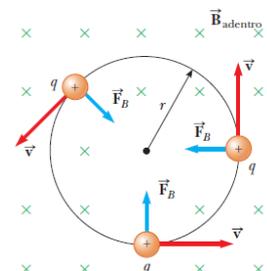
### Movimiento de partículas cargadas en un campo magnético

Cuando una partícula cargada se mueve en un campo magnético, sobre ella actúa la fuerza magnética ( $F = qvB\sin\theta$ ) y su movimiento está determinado por las leyes de Newton ( $F = ma$ ;  $\Sigma F = 0$ ). La figura muestra un ejemplo sencillo. La segunda ley de Newton para la partícula, está dado por:  $F = ma$  (1)

La fuerza magnética viene a ser:  $F = qvB\sin\theta$  ..... (2)

El ángulo  $\theta$  que forma los vectores  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$  es  $90^\circ$ .

La aceleración centrípeta es:  $a = v^2/r$





Reemplazando en la ec. (1):  $qvB \text{sen}90^\circ = m\left(\frac{v^2}{r}\right)$

Al despejar  $r$ ; se obtiene el **radio de una órbita circular en un campo magnético**:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Siendo:  $m =$

masa de la partícula (kg)

- Impulso o cantidad de movimiento de la partícula ( $p$ ). Esta dado por la ecuación:  $p = mv$  Unidad: (kg.m/s)

- La rapidez angular  $\omega$  de la partícula se calcula con la ecuación:  $\omega = \frac{v}{r}$ ; Unidad: rad/s

- El periodo del movimiento ( $T$ ), (intervalo de tiempo que necesita la partícula para completar una revolución)

viene a ser:  $T = \frac{2\pi r}{v}$ ; Como  $r = \frac{mv}{qB}$ ;  $\Rightarrow$  por tanto:  $T = \frac{2\pi m}{qB}$

Como,  $v = \omega r$ , entonces el periodo es:  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ; unidad: s

- El momentum angular:  $L = mvr$ ; Unidad: kg.m<sup>2</sup>/s

**Problema 02:** Un electrón se mueve en una trayectoria circular perpendicular a un campo magnético constante de magnitud 1.0 mT. El momentum angular del electrón en relación con el centro del círculo es  $4,0 \times 10^{-25}$  kg.m<sup>2</sup>/s. Determine: a) el radio de la trayectoria circular y b) la rapidez del electrón.

Solución:

Gráfico:

Datos: electrón:  $\begin{cases} q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \\ m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg} \end{cases}$

$B = 1 \text{ mT} = 1 \times 10^{-3} \text{ T}$

Momentum angular:  $L = 4 \times 10^{-25} \text{ kg.m}^2/\text{s}$

Hallar: a)  $r = ?$

b)  $v = ?$

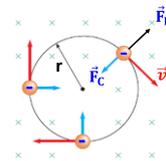
Pgta. a) Hallando el radio de la trayectoria circular: Reemplazando en la ecuación (1):

$$qvB \text{sen}\theta = m\left(\frac{v^2}{r}\right) \Rightarrow qvB \text{sen}90^\circ = m\left(\frac{v^2}{r}\right) \Rightarrow qB = m\left(\frac{v}{r}\right) \Rightarrow r^2 = \frac{mvr}{qB}$$

Siendo:  $r = \sqrt{\frac{L}{qB}} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{4 \times 10^{-25}}{(1,6 \times 10^{-19})(1 \times 10^{-3})}} \Rightarrow r = 0,05 \text{ m} \text{ //Rpta.}$

Pgta. b) Hallando la rapidez del electrón: de la ecuación:  $qB = m\left(\frac{v}{r}\right)$

Despejando  $r$ :  $v = \frac{qBr}{m} \Rightarrow v = \frac{(1,6 \times 10^{-19})(1 \times 10^{-3})(0,05)}{9,11 \times 10^{-31}} \Rightarrow v = 8,78 \times 10^6 \text{ m/s} \text{ //Rpta}$



Por teoría: Ecuación escalar de la fuerza magnética, fuerza centrípeta y momento angular:

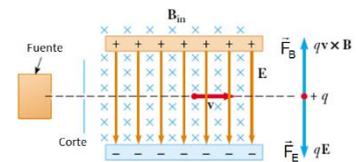
$$\left. \begin{aligned} F_B &= qvB \text{sen}\theta \\ \vec{v} \perp \vec{B} &\Rightarrow \theta = 90^\circ \\ F_C &= ma = m\left(\frac{v^2}{r}\right) \\ L &= mvr \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_B = F_C \dots (1)$$

### Fuerza de Lorentz

Una carga móvil con una velocidad  $\vec{v}$ , en presencia tanto de un campo eléctrico ( $\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q}$ ) y un campo magnético ( $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ ) experimenta a la

vez una fuerza eléctrica  $\vec{F}_E$  y una fuerza magnética  $\vec{F}_B$ . La fuerza total (conocida como fuerza de Lorentz) que actúa sobre la carga es:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_E + \vec{F}_B \Rightarrow \vec{F}_T = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_T = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$



**Problema 03:** Un protón se mueve con una velocidad  $\vec{v} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\mu\text{m/s}$  en presencia tanto de un campo eléctrico  $\vec{E} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\mu\text{N/C}$  y un campo magnético  $\vec{B} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\mu\text{T}$ . Determinar la aceleración del protón que experimenta a la vez una fuerza eléctrica y una fuerza magnética.

Solución:

Gráfico:

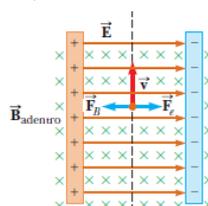
Datos: Protón:  $\begin{cases} q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \\ m = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg} \end{cases}$

Velocidad:  $\vec{v} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\mu\text{m/s}$

Campo eléctrico:  $\vec{E} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\mu\text{N/C}$

Campo magnético:  $\vec{B} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\mu\text{T}$

Hallar: a) La aceleración:  $a = ?$



Por teoría: Ecuación de fuerza de Lorentz y la fuerza mecánica.

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_T &= q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \\ \vec{F} &= m\vec{a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})}{m} \dots (1)$$

- Determinando el producto vectorial de la velocidad y el campo magnético.

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{v} \times \vec{B} = 10\vec{i} - 7\vec{j} + 8\vec{k}$$

Reemplazando en la ecuación (1):

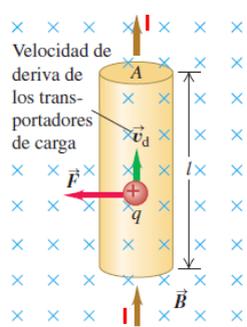
$$\vec{a} = \frac{(1,6 \times 10^{-19})(2\vec{i} - 4\vec{j} - 3\vec{k} + 10\vec{i} - 7\vec{j} + 8\vec{k})}{1,67 \times 10^{-27}} \Rightarrow \vec{a} = 9,58 \times 10^7 (12\vec{i} - 11\vec{j} + 5\vec{k}), \mu\text{m/s}^2$$

Hallando la magnitud:  $|\vec{a}| = |9,58 \times 10^7 (12\vec{i} - 11\vec{j} + 5\vec{k})| \Rightarrow |\vec{a}| = |9,58 \times 10^7| |12\vec{i} - 11\vec{j} + 5\vec{k}|$

$$a = 9,58 \times 10^7 \sqrt{(12)^2 + (-11)^2 + (5)^2} \Rightarrow a = 1,63 \times 10^9 \mu\text{m/s}^2 \Rightarrow a = 1,63 \times 10^3 \text{ m/s}^2 \text{ //Rpta}$$

### Fuerza magnética sobre un conductor que transporta corriente

La fuerza Fuerza ejercida sobre un segmento de alambre conductor que transporta corriente eléctrica, en un campo magnético uniforme viene a ser:



Sí:  $F = qvB \text{ Sen } \theta \dots (1)$

Como:  $v = \frac{L}{t}$  ;  $I = \frac{q}{t} \Rightarrow q = It$

Reemplazando en ec. (1):  $F = (It) \left(\frac{L}{t}\right) B \text{ Sen } \theta \Rightarrow \boxed{F = ILB \text{ Sen } \theta}$

Si:  $\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \theta = 90^\circ \Rightarrow F = (It) \left(\frac{L}{t}\right) B \text{ Sen } 90^\circ \Rightarrow \boxed{F = ILB}$

Siendo: I= Intensidad de corriente eléctrica (A)  
L= Longitud del cable o conductor (m)

Ecuación vectorial:  $\boxed{\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}}$

Nota: La corriente **no** es un vector; es solo una cantidad escalar.

**Problema 04:** Una varilla de cobre, recta y horizontal, transporta una corriente de 25 A, en una región entre los polos de un electroimán grande. En esta región hay un campo magnético dirigido que forma un ángulo de  $60^\circ$  con la varilla, con magnitud de 1.20 T. Encuentre la masa de la varilla si tiene una longitud de 1.50 m.

Solución:

Gráfico:

Corriente:  $I = 25 \text{ A}$

Ángulo:  $\theta = 60^\circ$

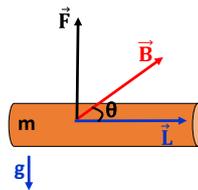
Campo magnético:  $B = 1,20 \text{ T}$

$L = 1,50 \text{ m}$

Hallar: a) masa  $m = ?$

Reemplazando en la ecuación (1):

$$m = \frac{(25)(1,20)(1,50)(\text{Sen } 60^\circ)}{9,8} \Rightarrow m = 3,98 \text{ kg}$$



Por teoría: Ecuación de fuerza magnética en un conductor y la fuerza gravitacional.

$$\left. \begin{aligned} F &= IBL \text{ Sen } \theta \\ F &= \omega = mg \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = \frac{IBL \text{ Sen } \theta}{g} \dots (1)$$

### Referencias bibliográficas

13. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
14. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.

**PRÁCTICA DIRIGIDA N° 09**  
**Tema: Campo magnético y fuerza magnética**

Sección: .....

Docente: Escribir el nombre del docente

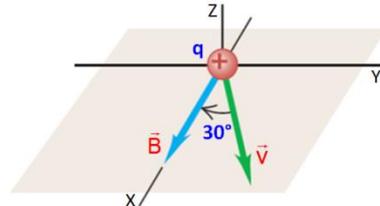
Fecha: ...../...../.....

Duración: .....

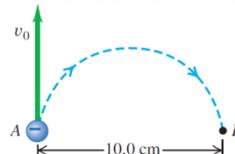
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

**INSTRUCCIONES:** Este balotario de problemas; está preparado para reforzar el aprendizaje de Campo magnético y fuerza magnética. Interprete el enunciado del problema y resuelva empleando la teoría del tema.

1. Un haz de protones se mueve a  $3,5 \times 10^5$  m/s a través de un campo magnético uniforme de magnitud dirigido a lo largo del eje x positivo; la velocidad de cada protón se encuentra en el plano xy con un ángulo de  $30^\circ$  con respecto al eje x positivo. Si la fuerza ejercida sobre los protones es  $1,5 \times 10^{-13}$  N, determine la intensidad del campo magnético.



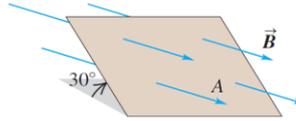
2. Una partícula se mueve con una velocidad  $v$  en el eje +X, penetra en una región donde coexiste un campo eléctrico de 280 N/C en la dirección +Y y un campo magnético de 1,2T en la dirección +Z. Determine la velocidad  $v$ .
3. Un protón viaja a una rapidez de  $3 \times 10^6$  m/s en un ángulo de  $37^\circ$  con la dirección de un campo magnético de 0,3 T en la dirección de +Y. ¿Cuáles es la magnitud de la fuerza magnitud sobre el protón y su aceleración?
4. Un electrón se traslada de  $2,5 \times 10^6$  m/s a través de una región en la que hay un campo magnético de dirección no especificada y cuya magnitud es de  $7,4 \times 10^{-2}$  T. a) ¿Cuáles son las magnitudes máxima y mínima posibles de la aceleración del electrón debida al campo magnético?. b) Si la aceleración real del electrón es de  $\frac{1}{4}$  de la magnitud máxima del inciso a); ¿Cuál es el ángulo entre la velocidad del electrón y el campo magnético?.
5. Un protón viaja a una velocidad  $\vec{v} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ , (m/s) en una región donde el campo magnético es  $\vec{B} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ , (T). a) ¿Cuál es la fuerza magnética, b) ¿Cuál es la magnitud y dirección de la aceleración que experimenta esta carga?
6. Una partícula con una carga de 5,60 nC se desplaza en un campo magnético uniforme  $\vec{B} = -1,25\vec{k}$ , (T). Cuando se mide la fuerza magnética sobre la partícula resulta ser  $\vec{F} = -3,4 \times 10^{-7}\vec{i} + 7,4 \times 10^{-7}\vec{j}$ , (N). ¿Cuál es el ángulo entre la velocidad y el campo magnético?.
7. Un electrón es acelerado por medio de 2 400 V partiendo del reposo y después entra en un campo magnético uniforme de 1.70 T. ¿Cuáles son los valores a) máximo y b) mínimo, de fuerza magnética que puede experimentar esta carga?
8. Un electrón se mueve en una trayectoria circular perpendicular a un campo magnético constante de magnitud 1 mT. El momentum angular del electrón en relación con el centro del círculo es  $4 \times 10^{-25}$  kg.m<sup>2</sup>/s. Determine a) el radio de la trayectoria circular y b) la rapidez del electrón.
9. Una partícula con un sola carga se aceleran mediante una diferencia de potencial de 2 kV y entran en un campo magnético uniforme de 1.20 T dirigido perpendicularmente a sus velocidades. Determine el radio de su trayectoria circular.
10. Un electrón que se halla en el punto A de la figura, tiene una rapidez  $v$  de  $1,41 \times 10^6$  m/s. Halle la magnitud y dirección del campo magnético que obliga al electrón a seguir la trayectoria semicircular de A a B; b) El tiempo necesario para que el electrón se traslade de A a b.



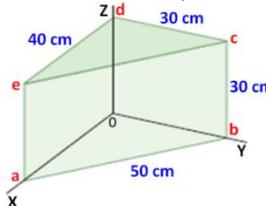
11. Un electrón se acelera a través de una diferencia de potencial de  $1,8 \times 10^4$  V e ingresa perpendicularmente a un campo magnético uniforme  $B = 2 \times 10^5$  T. a) ¿Cuáles es la fuerza magnética que puede experimentar esta carga?; b) Hallar el radio de la trayectoria.
12. Un protón que se mueve en una trayectoria circular perpendicular a un campo magnético constante tarda  $1,0 \mu\text{s}$  para completar una revolución. Determine la magnitud del campo magnético
13. Un electrón se mueve en una trayectoria circular perpendicular a un campo magnético constante de magnitud 1.5 mT. El momentum angular del electrón en relación con el centro del círculo es  $5,0 \times 10^{-25}$  kg.m<sup>2</sup>/s. Determine: a) el radio de la trayectoria circular y b) la rapidez del electrón.



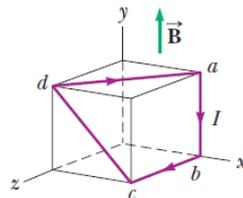
- Una partícula de carga  $q=3,2 \times 10^{-19}$  C con masa  $6,7 \times 10^{-27}$  kg se mueve en un plano perpendicular a un campo magnético de 0,55 T. Calcular: a) El módulo de la cantidad de movimiento de la partícula, cuando el radio de su trayectoria es 0,27 m. b) Su velocidad angular; c) La energía cinética de esta partícula en eV.
- Una carga eléctrica  $q= 3,2 \times 10^{-19}$  C de masa  $3,0 \times 10^{-31}$  kg, se mueve a una velocidad de  $\vec{v}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$ , (m/s); a través de una región donde existen tanto un campo magnético uniforme  $\vec{B}=2\vec{i}+4\vec{j}+\vec{k}$ , (T); como un campo eléctrico uniforme  $\vec{E}=2\vec{i}+4\vec{j}+\vec{k}$ , (V/m). Determine: a) La fuerza total sobre la carga; b) La aceleración; móvil y c) ¿Qué ángulo forma el vector fuerza con el semieje x positivo?
- Si el flujo magnético por la superficie de área  $4,2 \text{ cm}^2$  es de 1,2 Wb, determina la magnitud del campo magnético y obtenga la dirección del vector superficie.



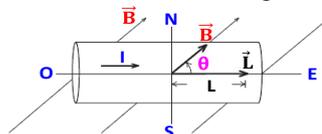
- Un área circular con radio de 6.50 cm yace en el plano xy. ¿Cuál es la magnitud del flujo magnético a través de este círculo debido a un campo magnético uniforme  $B= 0.23$  T, a) en la dirección +z; b) a un ángulo de  $53^\circ$  a partir de la dirección +z; c) en la dirección +y?
- El campo magnético en cierta región es de 0.128 T, y su dirección es la del eje +x en la figura. a) ¿Cuál es el flujo magnético a través de la superficie dcbo? c) ¿Cuál es el flujo magnético a través de la superficie aecb? d) ¿Cuál es el flujo neto a través de las cinco superficies que encierran el volumen sombreado?



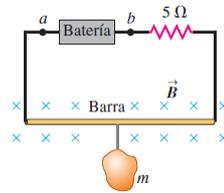
- Un alambre conduce una corriente estable de 2,40 A. Una sección recta del alambre mide 0,75 m de largo y se encuentra a lo largo del eje X dentro de un campo magnético uniforme de magnitud  $B= 1,6$  T en la dirección de +Z. Si la corriente está en la dirección +X; ¿Cuál es la fuerza magnética sobre la sección del alambre?
- En la figura, el cubo tiene aristas de 40 cm. Cuatro segmentos rectos de alambre, ab, bc, cd y da forman una espira cerrada que conduce una corriente  $I= 5$  A en la dirección que se muestra. En la dirección positiva de y existe un campo magnético uniforme de magnitud  $B= 0.02$  T. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza magnética que se ejerce sobre cada segmento. b) Hallar la fuerza total ejercida de los cuatros segmentos.



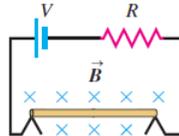
- Una varilla de cobre, recta y horizontal, transporta una corriente de 5 A de oeste a este, en una región entre los polos de un electroimán grande. En esta región hay un campo magnético horizontal dirigido hacia el noreste (es decir, a  $45^\circ$  al norte del este), con magnitud de 0.80 T. Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza sobre una sección de 120 cm de longitud de la varilla.



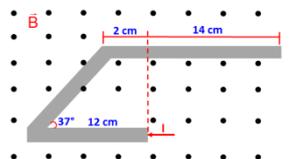
- Una varilla de cobre, recta y horizontal, transporta una corriente de 35 A, en una región entre los polos de un electroimán grande. En esta región hay un campo magnético dirigido que forma un ángulo de  $57^\circ$  con la varilla, con magnitud de 1.50 T. Encuentre la masa de la varilla si tiene una longitud de 2.0 m.
- Un alambre de 3 m de longitud conduce una corriente de 5 A en una región donde un campo magnético uniforme tiene una magnitud de 0.50 T. Calcule la magnitud de la fuerza magnética que se ejerce sobre el alambre, si el ángulo formado por el campo magnético y la corriente es igual a  $60^\circ$ .
- Del circuito mostrado la barra horizontal mide 60 cm de largo, el resistor es  $5 \Omega$ . Si el voltaje terminal máximo de la batería es de 175 V, ¿cuál es la masa del sistema mostrado?



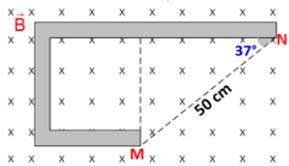
24. Una barra de metal delgada con 50 cm de longitud y masa de 750 g descansa sobre dos soportes metálicos, pero no unida a éstos, en un campo magnético uniforme de 0.45 T, como se ilustra en la figura. Una batería y un resistor de  $25 \Omega$  en serie están conectados a los soportes. a) ¿Cuál es el voltaje más alto que puede tener la batería sin que se interrumpa el circuito en los soportes? b) Determinar el voltaje de la batería si tiene el valor máximo calculado en el inciso a. c) Si el resistor sufre de imprevisto un cortocircuito parcial, de modo que su resistencia baje a  $2 \Omega$ , calcule la aceleración inicial de la barra.



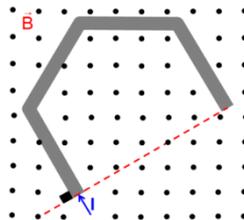
25. En el alambre conductor doblado como se muestra circula una corriente de  $I = 10 \text{ A}$ ; y está sometido a un campo magnético cuya inducción es  $B = 2 \text{ T}$ . Hallar la fuerza magnética.



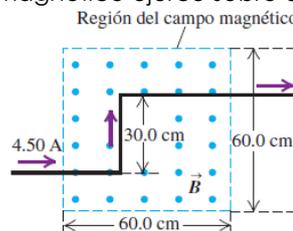
26. Determine la fuerza magnética en newton que experimenta la barra conductora doblada tal como se indica, si esta tiene una resistencia de  $10 \Omega$ ;  $B = 0,2 \text{ T}$  y  $V_{MN} = 50 \text{ V}$ .



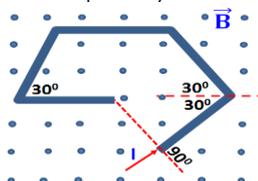
27. La figura mostrada es parte de un hexágono regular de lado 15 cm. Hallar la fuerza magnética resultante en el conductor mostrado, por el cual circula una corriente de  $I = 12 \text{ A}$  y existe un campo cuya inducción magnética es  $B = 2 \text{ T}$ .



28. Un alambre largo que conduce una corriente de 4.50 A forma dos dobleces a  $90^\circ$ , como se muestra en la figura. La parte flexionada del alambre pasa a través de un campo magnético uniforme de 0.24 T dirigido como se indica en la figura y confinado a una región limitada del espacio. Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza que el campo magnético ejerce sobre el alambre.

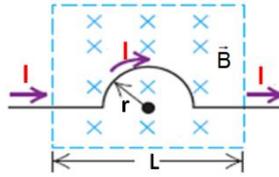


29. Hallar la fuerza magnética resultante en el conductor mostrado (cada lado mide 15 cm); por el cual circula una corriente de  $I = 10 \text{ A}$  y existe un campo cuya inducción magnética es  $B = 2 \text{ T}$ .





30. Un alambre rectilíneo largo de 3 m contiene una región semicircular con radio de 50 cm, y está colocado en un campo magnético uniforme de magnitud 2.50 T, como se ilustra en la figura. ¿Cuál es la fuerza magnética neta que actúa sobre el alambre cuando conduce una corriente de 3 A?



### Referencias bibliográficas

15. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
16. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.



Tema 10

Fuentes de Campo Magnético

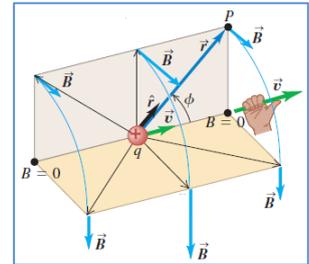
El inmenso cilindro que se ve en la fig. en realidad, es una bobina conductora de corriente (solenoides), y genera un campo magnético uniforme en su interior. Si dos de tales solenoides se unieran por sus extremos, ¿qué tan fuerte sería el campo magnético? En los capítulos anteriores estudiamos las fuerzas ejercidas sobre cargas en movimiento y conductores que transportan corriente en un campo magnético. No interesa cómo llegó ahí el campo magnético: sólo su existencia como un hecho. Pero, ¿cómo se crean los campos magnéticos? Sabemos que los imanes permanentes y las corrientes eléctricas en los electroimanes crean campos magnéticos. Ahora estudiaremos esas fuentes de campo magnético.



Campo magnético de una carga en movimiento

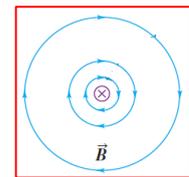
El campo magnético  $\vec{B}$  creado por una carga  $q$  en movimiento con velocidad depende de la distancia  $r$  entre el punto de fuente (ubicación de  $q$ ) y el punto de campo (donde se mide  $\vec{B}$ ). El campo  $\vec{B}$  es perpendicular a  $\vec{v}$  y a  $\hat{r}$  el vector unitario dirigido del punto de fuente al punto de campo. El principio de superposición de campos magnéticos dice que el campo total  $\vec{B}$  producido por varias cargas en movimiento es la suma vectorial de los campos producidos por las cargas individuales.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$



Una carga puntual en movimiento también produce un campo eléctrico, con líneas de campo que irradian hacia fuera desde una carga positiva. La unidad de  $B$  es un tesla (1 T):

$$\begin{aligned} 1 \text{ T} &= 1 \text{ N} \cdot \text{s} / \text{C} \cdot \text{m} = 1 \text{ N} / \text{A} \cdot \text{m} \\ 1 \text{ N} \cdot \text{s}^2 / \text{C}^2 &= 1 \text{ N} / \text{A}^2 = 1 \text{ Wb} / \text{A} \cdot \text{m} = 1 \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A} \\ \mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{s}^2 / \text{C}^2 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb} / \text{A} \cdot \text{m} \\ &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A} \end{aligned}$$

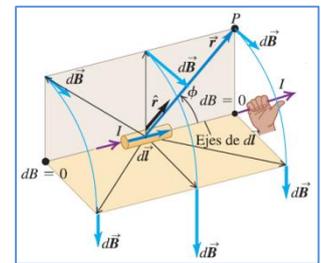


Campo magnético de un elemento de corriente

El campo magnético total generado por varias cargas en movimiento es la suma vectorial de los campos generados por las cargas individuales.

$$\begin{aligned} dQ &= nqA dl \\ dB &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|dQ|v_d \text{sen } \phi}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{n|q|v_d A dl \text{sen } \phi}{r^2} \\ dB &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \text{sen } \phi}{r^2} \end{aligned}$$

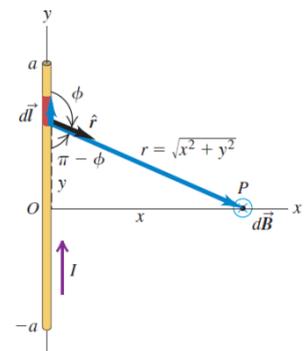
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$



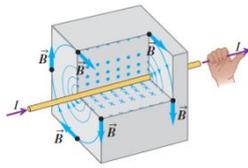
Campo magnético de un conductor que transporta corriente

La ley de Biot y Savart da el campo magnético  $d\vec{B}$  creado por un elemento  $d\vec{l}$  de un conductor que transporta una corriente  $I$ . El campo  $d\vec{B}$  es perpendicular tanto a  $d\vec{l}$  como a  $\hat{r}$  el vector unitario dirigido desde el elemento hasta el punto de campo. El campo creado por un conductor finito que transporta corriente es la integral de  $d\vec{B}$  sobre la longitud del conductor. Campo magnético producido por un conductor recto portador de corriente de longitud  $2a$ .

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a \frac{x dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \\ B &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x\sqrt{x^2 + a^2}} \end{aligned}$$



Cuando la longitud  $2a$  del conductor es muy grande en comparación con su distancia  $x$  desde el punto  $P$ , se puede considerar infinitamente larga. Luego al integrar la relación anterior tenemos:



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

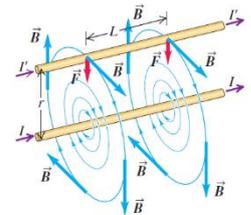
### Fuerza entre alambres paralelos

Dos conductores largos, paralelos y que transportan corriente se atraen si las corrientes van en el mismo sentido, y se repelen si las corrientes tienen sentidos opuestos. La fuerza magnética por unidad de longitud entre los conductores depende de sus corrientes  $I$  e  $I'$  y su separación  $r$ . La definición de ampere se basa en esta relación.

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r}$$

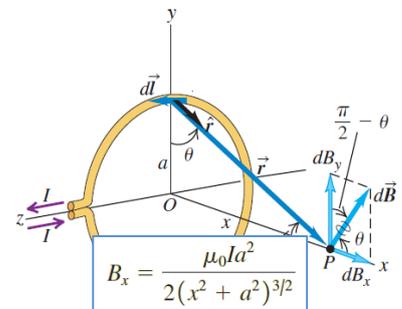
### Las fuerzas magnéticas y la definición de ampere

Un ampere es la corriente invariable que, si está presente en dos conductores paralelos de longitud infinita y separado por una distancia de un metro de espacio vacío, provoca que cada conductor experimente una fuerza de exactamente  $2 \cdot 10^{-7}$  Newton por metro de longitud.



### Campo magnético de una espira circular de corriente

La ley de Biot y Savart permite calcular el campo magnético producido a lo largo del eje de una espira circular conductora, de radio  $a$ , que transporta una corriente  $I$ . El campo depende de la distancia  $x$  a lo largo del eje desde el centro de la espira al punto de campo. Si hay  $N$  espiras, el campo se multiplica por  $N$ . En el centro de la espira,  $x=0$ .



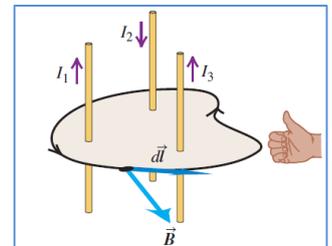
en el centro de  $N$  espiras circulares o bobina:

$$B_x = \frac{\mu_0 N I}{2a}$$



**Ley de Ampere:** La ley de Ampère establece que la integral de línea de  $\vec{B}$  alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a  $\mu_0$  multiplicado por la corriente neta a través del área encerrada por la trayectoria. El sentido positivo de la corriente se determina mediante la regla de la mano derecha.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$



### Campo magnético de un solenoide y un toroide

Un solenoide ideal es una bobina de longitud grande cuyas espiras están muy juntas. En la expresión del campo magnético que crea,  $n$  es el número de espiras por unidad de longitud.

$n = N/L$ . Cuando un solenoide está doblado en la forma de un círculo o anillo, se lo llama un toroide. Los toroides son valiosos porque, como todos los solenoides, son inductores. Los inductores pueden inducir o causar corrientes que se crean en bobinas cercanas.

Toroide circular	Solenoide ideal*
$r < a \text{ y } r > b \Rightarrow B = 0$ $a < r < b \Rightarrow B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$	$B = \mu_0 n I$

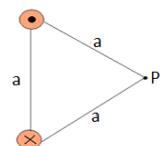
### Problemas resueltos

- Por dos conductores muy largos, pasan corrientes de 1,25 A y 2,5 A respectivamente, en sentidos contrarios, como muestra la figura, determina el campo magnético en el punto "P". ( $a = 5 \text{ cm}$ ).

Solución

Primero determinamos el campo magnético que genera cada conductor, y luego por teoría vectorial, hallamos el campo magnético total.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

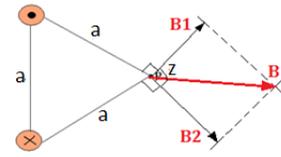




$$B_1 = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,25}{2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 5 \mu T$$

$$B_2 = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2,5}{2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 10 \mu T$$

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2 \cdot B_1 \cdot B_2 \cdot \cos(z)} \quad B = 86 \mu T$$



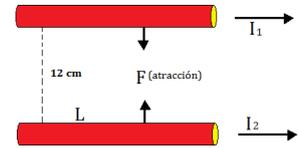
2. Por dos conductores paralelos y muy largos, pasan corrientes de 3,25 A y 1,25 A, en el mismo sentido. Determina el módulo de la fuerza por cm, entre ellos, al estar separados por 12 cm.

*Solución*

Primero identificamos que tipo de fuerza se presenta: como las corrientes van en el mismo sentido es fuerza de atracción.

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r}$$

$$F = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 3,25 \cdot 1,25 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 10^{-2}} \quad F = 0,16 \mu N$$



### Referencias bibliográficas

17. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
18. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.



**PRÁCTICA DIRIGIDA N° 10**  
**Tema: Fuente de Campo magnético**

Sección: .....

Docente: *Escribir el nombre del docente*

Fecha: ...../...../.....

Duración: .....

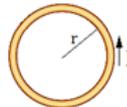
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

**INSTRUCCIONES:** Este balotario de problemas; está preparado para reforzar el aprendizaje de fuente de Campo magnético. Interprete el enunciado del problema y resuelva empleando la teoría del tema.

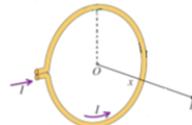
1. Por un conductor muy largo pasa una corriente de 1,25 A, determina la intensidad del campo magnético a 20 cm de distancia del conductor



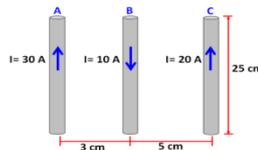
2. Determina el campo magnético en el centro de la espira si en ella circula una corriente de 2,4 A y tiene un radio de 12 cm.



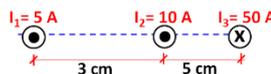
3. Por la espira de 40 cm de radio circula una corriente de 2,4 A, determina la intensidad del campo magnético que genera en un punto sobre el eje de la espira, a 1,2 m de su centro.



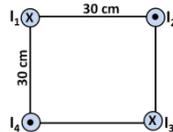
4. En la figura, determinar la fuerza resultante sobre el conductor C.



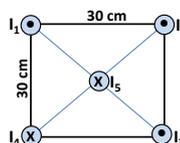
5. En la figura, determinar la fuerza resultante sobre el conductor I2: si las longitudes de los conductores es 30 cm.



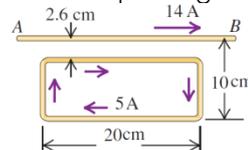
6. De la figura mostrada, determinar la fuerza resultante sobre la corriente I4; si I1= 10 A, I2= 25, I3= 15 A, y I4= 20 A. Las longitudes de los conductores son de 50 cm.



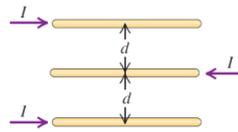
7. De la figura mostrada, determinar la fuerza resultante sobre la corriente I5; si I1= 10 A, I2= 25, I3= 15 A, I4= 20 A, y I5= 50 A. Las longitudes de los conductores son de 40 cm.



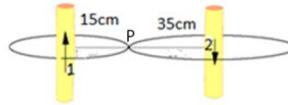
8. El alambre largo, recto, AB, que se ilustra en la figura, conduce una corriente de 14 A. La espira rectangular cuyos lados largos son paralelos al alambre magnético conduce una corriente de 5 A. Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza neta que el campo magnético del alambre ejerce sobre la espira



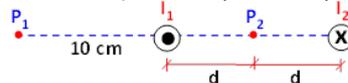
9. Cada uno de tres alambres paralelos mide 50cm; y conduce una corriente de I=5A en los sentidos que se indican en la figura. Si la separación entre alambres adyacentes es d=10cm: calcule la magnitud y dirección de la fuerza magnética con respecto al alambre superior.



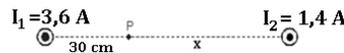
10. Determina la intensidad del campo magnético en el punto "P" según la figura.  $I_1 = 2,4 \text{ A}$ ;  $I_2 = 3,2 \text{ A}$  (conductores infinitos).



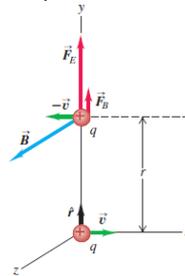
11. Determine la magnitud del campo magnético generado por los conductores largos y paralelos que conducen  $2,4 \text{ A}$  y  $4,6 \text{ A}$  respectivamente en  $P_1$  y en  $P_2$ . ( $d = 5 \text{ cm}$ ).



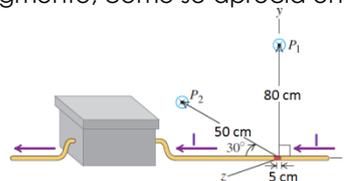
12. Si por el punto P la inducción magnética es nula, determina la distancia x.



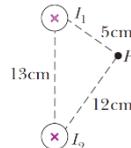
13. Dos protones se mueven paralelos al eje x en sentidos opuestos con la misma rapidez  $6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ . En el instante que se ilustra, calcule las fuerzas eléctrica y magnética sobre el protón de la parte superior y determine la razón de sus magnitudes. ( $r = 5 \text{ cm}$ ).



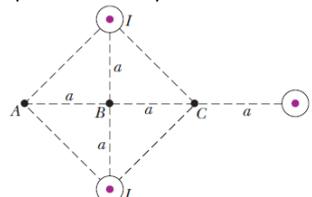
14. Un alambre de cobre conduce una corriente constante de  $155 \text{ A}$  hacia un tanque galvanizado. Calcule el campo magnético generado por un segmento de  $5 \text{ cm}$  de ese alambre en un punto localizado a  $80 \text{ cm}$  de él, si ese punto es el punto  $P_1$ , directamente hacia fuera a un costado del segmento y en el punto  $P_2$ , sobre una línea a  $30^\circ$  respecto del segmento, como se aprecia en la figura.



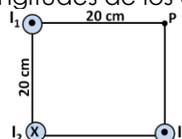
15. Dos conductores largos y paralelos llevan corrientes  $I_1 = 3 \text{ A}$  e  $I_2 = 3 \text{ A}$ , ambas dirigidas en dirección a la página en la figura. Determine la magnitud y la dirección del campo magnético resultante en P.



16. Tres largos conductores paralelos portan corrientes de  $I = 2 \text{ A}$ . La figura es la vista de un extremo de los conductores, donde cada corriente sale de la página. Si considera  $a = 1 \text{ cm}$ , determine la magnitud y la dirección del campo magnético en los puntos A, B y C.

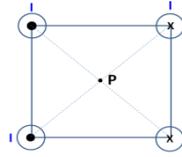


17. De la figura mostrada, determinar la magnitud y dirección del campo magnético sobre el punto P: si las corrientes son:  $I_1 = 10 \text{ A}$ ,  $I_2 = 25$ ,  $I_3 = 15 \text{ A}$ . Las longitudes de los conductores son de  $40 \text{ cm}$ .

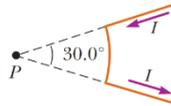




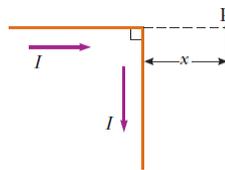
18. En la figura, por los cuatro alambres largos y paralelos, cuyas secciones transversales forman un cuadrado de lado  $a=20\text{ cm}$ , circulan corrientes de intensidades  $I=2\text{ A}$ , en el sentido mostrado. Hallar la magnitud y la dirección del campo magnético en el centro del cuadrado



19. Una trayectoria de corriente con la forma que se muestra en la figura produce un campo magnético en  $P$ , el centro del arco. Si el arco subtende un ángulo de  $30.0^\circ$  y el radio del arco es  $0.600\text{ m}$ , ¿cuáles son la magnitud y la dirección del campo producido en  $P$  si la corriente es de  $3.00\text{ A}$ ?



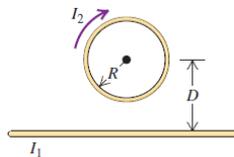
20. Determine el campo magnético en el punto  $P$  localizado a una distancia  $x=10\text{ cm}$  de la esquina de un alambre infinitamente largo doblado en un ángulo recto. Como se muestra en la figura si por el circula una corriente  $I=15\text{ A}$



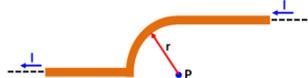
21. Se construye un lazo muy largo con una sección circular de  $8\text{ cm}$  de radio dos secciones largas como se muestra en la figura, la corriente es de  $5,8\text{ A}$ . Determine el campo magnético  $B$  en el centro del lazo circular.



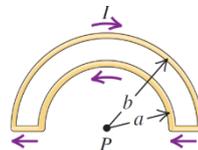
22. Una espira circular tiene radio  $R=6\text{ cm}$  y conduce una corriente  $I_2=5\text{ A}$  en sentido horario. El centro de la espira está a una distancia  $D=10\text{ cm}$  sobre un alambre largo y recto. ¿Cuáles son la magnitud y dirección de la corriente  $I_1$  en el alambre si el campo magnético en el centro de la espira es igual a cero?



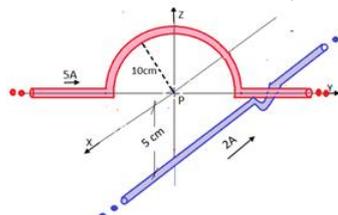
23. Determinar la magnitud del campo magnético en el punto  $p$ , si por el conductor muy largo que se muestra en la figura circula una intensidad de corriente de  $I=2\pi\text{ A}$ ; siendo  $r=50\text{ cm}$ .



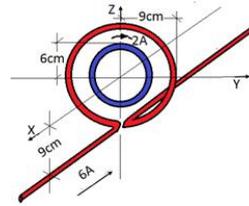
25. Determine el campo magnético, en unidades S.I., en el punto  $P$  en el diagrama adjunto, si la corriente es de  $50\text{ A}$  y  $a=8\text{ cm}$ ,  $b=12\text{ cm}$ .



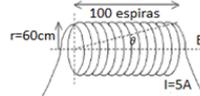
26. En la figura se muestran dos cables infinitos determine el campo magnético resultante en el punto  $P$ .



27. De la figura mostrada determine el campo magnético en el origen de coordenadas, debido a la espira circular y un alambre infinito



28. Un solenoide está construido enrollando uniformemente 600 vueltas de un fino hilo conductor sobre un cilindro hueco de 30 cm de longitud. Por el bobinado se hace circular una corriente  $I = 2$  A, calcule el campo magnético en el centro del solenoide. ( $r = 5$  cm).
29. Una bobina con 100 espiras circulares con radio de 0.60 m conduce una corriente de 5.0 A. Calcule el campo magnético en un punto a lo largo del eje de la bobina, a 0.80 m del centro.



30. Un anillo toroidal, formado por 2700 espiras, tiene una longitud de 90 cm y consta de un núcleo de hierro. Hallar el valor del campo magnético en su interior cuando circula una corriente eléctrica de 5 A de intensidad por sus espiras.



### Referencias bibliográficas

19. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
20. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.

## Cuarta unidad

### Tema 11

### Inducción electromagnética

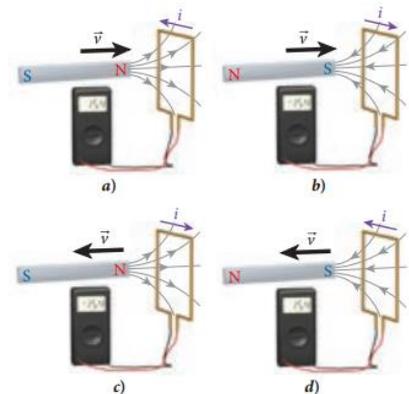
Una de las cosas que usamos casi más que el agua, es la electricidad: accionamos un interruptor y tenemos energía para iluminación, calefacción y entretenimiento. Pero la vasta red que suministra esta energía "denominada la red" depende de grandes generadores que convierten energía mecánica en energía eléctrica. Los principios físicos que permiten esta conversión constituyen el tema de esta sesión.

Un campo magnético puede afectar la trayectoria de partículas cargadas, o corrientes eléctricas, y una corriente eléctrica genera un campo magnético. En esta sesión veremos que un campo magnético variable genera una corriente eléctrica y, por lo tanto, un campo eléctrico. Un campo magnético se genera sólo cuando cargas eléctricas están en movimiento, un campo eléctrico sólo es generado cuando un campo magnético está en movimiento (con respecto al conductor) o de otra manera cambia como una función del tiempo. Resulta que esta simetría es una parte fundamental de la descripción unificada de la electricidad y el magnetismo.



### Experimento de inducción

considere un bucle de alambre conectado a un amperímetro. Una barra imantada se encuentra a alguna distancia del bucle con su polo norte apuntando hacia él. Mientras el imán permanece estacionario, no circula corriente por el bucle. Sin embargo, si el imán se mueve hacia él, por el bucle fluye una corriente en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj, como indica la corriente positiva en el amperímetro (fig. a). Si el imán se mueve más rápido hacia el bucle, una corriente más grande se induce en él. Si el imán se invierte de modo que el polo sur apunte hacia el bucle y se mueva hacia él, por éste circula corriente en dirección opuesta (fig. b). Si el polo norte del imán apunta hacia el bucle y luego el imán se aleja de él, se induce en el bucle una corriente negativa en el sentido del movimiento de las manecillas del reloj, como indica el medidor (fig. c). Si el polo sur del imán apunta hacia el bucle y luego el imán se aleja de él, una corriente positiva se induce en el bucle (fig. d).



### Ley de Faraday

Un campo magnético variable a través de un bucle induce una corriente en él. Podemos visualizar el cambio en el campo magnético como un cambio en el número de líneas de campo magnético que pasan por el bucle. La ley de inducción de Faraday en su forma cualitativa establece lo siguiente:

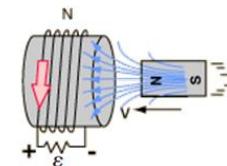
*La fem inducida en una espira cerrada es igual al negativo de la tasa de cambio del flujo magnético a través de la espira con respecto al tiempo.*

Para una espira:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \phi$$

Para n espiras o bucles:

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$



### Problema 01

Una espira cuadrada de alambre, de lado  $l = 5.0 \text{ cm}$ , está en un campo magnético uniforme  $B = 0.16 \text{ T}$ . ¿Cuál es el flujo magnético en la espira a) cuando B es perpendicular a la cara de la espira y b) cuando está a un ángulo de  $30^\circ$  con el área A de la espira? c) ¿Cuál es la magnitud de la corriente promedio en la espira si ésta tiene una resistencia de  $0.012 \ \Omega$  y se hace girar desde la posición b) a la posición a) en  $0.14 \text{ s}$ ?

Solución

Datos:  $l = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$ ,  $R = 0.012 \ \Omega$ ,  $B = 0.16 \text{ T}$

a) Usamos la fórmula de flujo:

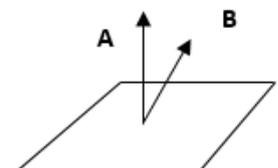
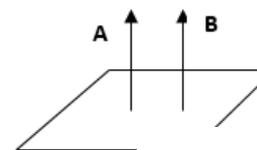
$$\phi = BA \cos \theta = BA = 0.16(5 \times 10^{-2})^2 = 4 \times 10^{-4} \text{ Tm}^2$$

b) En este caso el ángulo entre el vector de área A y el campo B es de  $30^\circ$

$$\phi = BA \cos \theta = BA = 0.16(5 \times 10^{-2})^2 \cos 30 = 3.46 \times 10^{-4} \text{ Tm}^2$$

c) Para esta pregunta la situación inicial es cuando A y B hacen un ángulo de  $30^\circ$  y la final cuando A y B son paralelos, todo este proceso en un tiempo de  $0.14 \text{ s}$ .

Calculamos primero la fem promedio generada, para luego determinar la corriente generada con la ley de Ohm.





Hallando fem promedio generada:

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad \varepsilon_{ind} = -\frac{\phi_f - \phi_i}{0,14} = -\frac{4 \times 10^{-4} - 3,46 \times 10^{-4}}{0,14} = -3,86 \times 10^{-4} V$$

Hallando la magnitud promedio de la corriente generada:

Usando la ley de Ohm en términos absolutos:  $V = RI$ ,  $I = \frac{V}{R} = \frac{3,86 \times 10^{-4} V}{0,012 \Omega} = 0,0322 A = 32,3 mA$

**Problema 02**

Una bobina constituida de 200 vueltas de alambre. Cada vuelta es un cuadrado de lado  $a = 20 \text{ cm}$  y se establece un campo magnético uniforme en dirección perpendicular al plano de la bobina. Si el campo cambia linealmente de 0 a 0.50 T en 0.80 s, ¿cuál es la magnitud de la fem inducida en la bobina mientras el campo varía?

Solución:

Datos:

$N=200$  espiras,  $a=0.2 \text{ m}$  (lado de la bobina cuadrada)  
 $B_1=0 \text{ T}$ ,  $B_2=0.50 \text{ T}$ , (variación de campo magnético)  $\Delta B = B_2 - B_1 = 0.50 \text{ T}$   
 $\Delta t = 0.80 \text{ s}$ .

$$|\varepsilon| = -N \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -N \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} = -N \frac{B_2 A - B_1 A}{\Delta t} = -N \frac{(B_2 - B_1) A}{\Delta t}$$

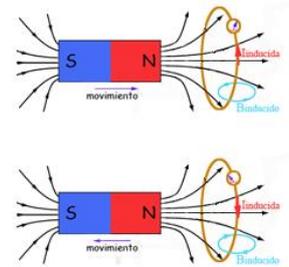
$$|\varepsilon| = -N \frac{\Delta B a^2}{\Delta t} = -200 \frac{0.50 \times 0.2^2}{0.80} = 5 \text{ V}$$

**Ley de Lenz**

La ley de Lenz constituye una regla para determinar la dirección de una corriente inducida en un bucle. Una corriente inducida tiene una dirección tal que el campo magnético debido a la corriente inducida se opone al cambio en el flujo magnético que induce la corriente. La dirección de la corriente inducida puede usarse para determinar las ubicaciones de mayor y menor potencial.

La corriente inducida en una espira está en la dirección que crea un campo magnético que se opone al cambio en el flujo magnético en el área encerrada por la espira.

La dirección de cualquier efecto de la inducción magnética es la que se opone a la causa del efecto.

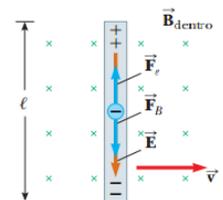


**Fuerza Electromotriz de movimiento**

Si un pedazo de conductor se mueve en una región de campo magnético, se induce en él una llamada fem de movimiento, que por la ley de Faraday puede obtenerse la diferencia de potencial a través de los extremos del conductor,

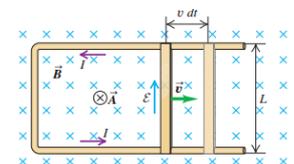
$$\vec{F}_l = \vec{F}_B \quad \Rightarrow \quad qE = qvB \quad \Rightarrow \quad E = vB$$

$$\Delta V = El \quad \Rightarrow \quad \Delta V = Blv$$



**Varilla móvil conectada a un conductor en U fijo**

Un conductor en forma de U en un campo magnético uniforme perpendicular al plano de la figura, dirigido hacia la página. Colocamos una varilla de metal con longitud L entre los dos brazos del conductor para formar un circuito, y movemos la varilla hacia la derecha con velocidad constante. Esto induce una fem y una corriente, que es la razón por la que este dispositivo se llama generador de conductor corredizo.



Flujo de campo magnético:  $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos 0^\circ = BA$

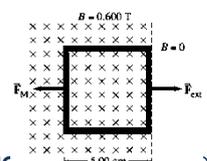
La fem inducida en los extremos de la varilla es:  $\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{dBA}{dt} = -B \frac{dA}{dt}$

$$\varepsilon = -B \frac{Lv dt}{dt} \quad \varepsilon = -BLv$$

El signo negativo nos indica que la fem está dirigida en el sentido antihorario alrededor de la espira, al igual que la corriente inducida.

**Problema 03**

Una bobina cuadrada de alambre, con lado  $l = 5.00 \text{ cm}$  y resistencia total de  $100 \Omega$ , contiene 100 espiras y se coloca perpendicular a un campo magnético uniforme de 0.600 T, como se muestra en la figura. Rápidamente se tira de ella para sacarla del campo con rapidez constante (en movimiento perpendicular a B) hacia una región





donde B cae abruptamente a cero. En  $t = 0$ , el borde derecho de la bobina está en el borde del campo. Para que toda la bobina alcance la región libre de campo transcurren 0.100 s. Encuentre a) la tasa de cambio en el flujo a través de la bobina y b) la fem y la corriente inducidas. c) ¿Cuánta energía se disipa en la bobina? d) ¿Cuál fue la fuerza promedio requerida ( $F_{ext}$ )?

Solución

Datos:  $l=5 \times 10^{-2} \text{ m}$ ,  $R=100 \Omega$ ,  $N=100$  vueltas.  $B=0,600 \text{ T}$

a) La tasa de cambio del flujo se parece a la fem promedio en 0,1 s. (sólo nos piden como cambia el flujo en la espira, no la fem generada, en cuyo caso tendríamos que considerar las 100 vueltas de la bobina) Por lo que debemos calcular el flujo en la situación inicial (cuando la espira está a punto de salir) y la situación final (espira fuera del campo) cuando ya no hay un flujo neto atravesando la espira.



$$\phi_i = BA_i \cos 0 = 0,6(5 \times 10^{-2})^2 = 15 \times 10^{-4} \text{ Tm}^2 \quad \phi_f = 0$$

$$\text{Tasa de cambio promedio} = \frac{\phi_f - \phi_i}{0,1} = \frac{-15 \times 10^{-4}}{0,1} = -15 \times 10^{-3} \text{ Tm}^2 / \text{s}$$

b) Para calcular la fem con 100 vueltas:  $\mathcal{E}_{ind} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = 100(15 \times 10^{-3}) = 1,5 \text{ V}$

Para hallar la corriente inducida en el devanado usamos la ley de Ohm  $I = \frac{V}{R} = \frac{1,5}{100} = 0,015 \text{ A}$

c) Para averiguar la energía que se disipa podemos usar la potencia disipada y multiplicarla por el tiempo de la disipación:  $E = Pt = RI^2 t = 100(0,015)^2 (0,1) = 0,00225 \text{ J}$

d) Para la fuerza promedio podemos usar la relación entre la potencia disipada, la fuerza empleada y la rapidez del proceso. La rapidez con la que se desplaza la bobina puede ser obtenida usando:

$$v = \frac{l}{t} = \frac{5 \times 10^{-2} \text{ m}}{0,1 \text{ s}} = 0,5 \text{ m/s} \quad \text{Por lo que de } P = Fv, \text{ tenemos: } F = \frac{P}{v} = \frac{100(0,015)^2}{0,5} = 0,045 \text{ N}$$

#### Problema 04

Suponga que la varilla móvil de la figura anterior mide 0.10 m de longitud, su velocidad  $v$  es de 2.5 m/s, la resistencia total de la espira es de 0.030  $\Omega$ , y B es de 0.60 T. Calcule  $\mathcal{E}$  y la corriente inducida.

Solución:

Datos:  $B=0.60 \text{ T}$ ,  $L=0.10 \text{ cm}$ ,  $v=2.5 \text{ m/s}$ ,  $R=0.030 \Omega$

a) fem:  $\mathcal{E} = -BLv$

$$|\mathcal{E}| = -0.60 \times 0.10 \times 2.5 = 0.15 \text{ V}$$

b) La corriente que circula:  $I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{0.15}{0.030} = 5 \text{ A}$

#### Referencias bibliográficas consultadas

1. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
2. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson. 2002

**PRÁCTICA DIRIGIDA N° 13**  
**Tema: Inducción Electromagnética**

Sección: .....

Docente: *Escribir el nombre del docente*

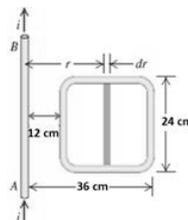
Fecha: ...../...../.....

Duración: .....

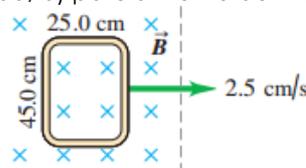
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

**INSTRUCCIONES:** Este balotario de problemas; está preparado para reforzar el aprendizaje de la inducción electromagnética. Interprete el enunciado del problema y resuelva empleando la teoría del tema.

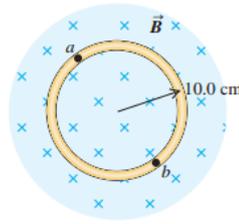
- Una bobina plana y rectangular de 60 espiras mide 30.0 cm por 40.0 cm. Está en un campo magnético uniforme de 2.20 T, con el plano de la bobina paralelo al campo. En 0.25 s se hace girar de manera que el plano de la bobina queda perpendicular al campo, a) ¿Cuál es el cambio en el flujo magnético a través de la bobina debido a esta rotación? b) Determine la magnitud de la fem media inducida en la bobina durante esta rotación.
- Una bobina plana de alambre se coloca en un campo magnético uniforme que está en la dirección y. **A)** El flujo magnético a través de la bobina es un máximo si la bobina está a) en el plano xy, b) en el plano yz, c) en el plano xz, d) en cualquier orientación, porque es una constante, **B)** ¿Para qué orientación el flujo es cero? Elija la mejor respuesta entre las mismas posibilidades.
- Una bobina que se enrolla con 50 vueltas de alambre en la forma de un cuadrado se coloca en el campo magnético de modo que la normal al plano de la bobina forma un ángulo de 30° con la dirección del campo. Cuando la magnitud del campo se incrementa de 200μT a 400μT en 0,4s, una f.e.m de 80mV se induce en la bobina. Cuál es la longitud total del alambre.
- Una bobina de 5 cm de radio contiene 500 espiras, y está colocada en un campo magnético uniforme que varía con el tiempo de acuerdo con  $B = 3 \times 10^{-3} t^4 + 0,012 t^2 - 0,45 t + 0,15$ . (T) La bobina está conectada a un resistor de 50 Ω, y su plano es perpendicular al campo magnético. Se puede ignorar la resistencia de la bobina. a) Encuentre la magnitud de la fem inducida en la bobina en el momento  $t = 5$  s. b) ¿Cuál es la corriente en el resistor ?
- La corriente en el alambre largo y recto AB que se ilustra en la figura va hacia arriba y se incrementa en forma estable a razón 9,6 A/s. a) En el instante en que la corriente es i, ¿cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético a una distancia r hacia la derecha del alambre? b) ¿Cuál es el flujo  $d\phi_B$  a través de la banda angosta y sombreada? c) ¿Cuál es el flujo total a través de la espira? d) ¿Cuál es la fem inducida en la espira?.



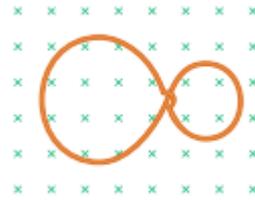
- Un rectángulo que mide 25.0 cm por 45.0 cm está localizado en el interior de una región de campo magnético espacialmente uniforme de  $B = 1,30$  T, con el campo perpendicular al plano de la bobina. Se tira de la bobina con rapidez constante de 2.50 cm/s en una trayectoria perpendicular a las líneas de campo. La región del campo termina en forma abrupta, como se ilustra. Encuentre la fem inducida en esta bobina cuando está a) toda adentro del campo; b) parcialmente dentro del campo; c) toda afuera del campo.



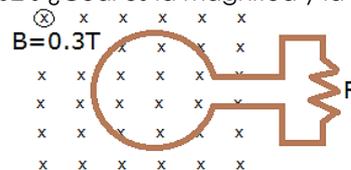
- El inducido de un generador pequeño consiste en una bobina plana y cuadrada con 150 espiras y cuyos lados tienen una longitud de 1.50 cm. La bobina gira en un campo magnético de 0.080 T. ¿Cuál es la rapidez angular de la bobina si la fem máxima producida es de 30.0 mV?
- Una espira circular de alambre está en una región de campo magnético espacialmente uniforme. El campo magnético está dirigido hacia el plano de la figura. Determine el sentido (horario o antihorario) de la corriente inducida en la espira cuando a) B aumenta; b) B disminuye; c) B tiene un valor constante  $B_0$ . Explique su razonamiento.



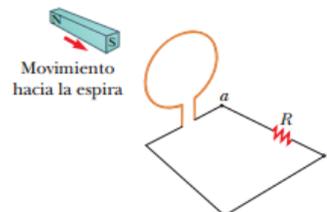
9. Un fuerte electroimán produce un campo magnético uniforme de 1.60 T sobre una área de sección transversal de  $0.20 \text{ m}^2$ . Una bobina que tiene 200 vueltas y una resistencia total de  $20.0 \Omega$  se coloca alrededor del electroimán. Después se reduce de manera uniforme la corriente en el electroimán, hasta que alcanza cero en 20.0 ms. ¿Cuál es la corriente inducida en la bobina?
10. Un tramo de alambre aislado se dobla para formar un ocho, como se muestra en la figura. El radio del círculo derecho es de 5.00 cm y el izquierdo de 9.00 cm. El alambre tiene una resistencia uniforme por unidad de longitud de  $3.00 \Omega/\text{m}$ . Un campo magnético uniforme es aplicado en forma perpendicular al plano de los dos círculos en la dirección que se muestra. El campo magnético aumenta con una rapidez constante de  $2.00 \text{ T/s}$ . Determine la magnitud y dirección de la corriente inducida en el alambre.



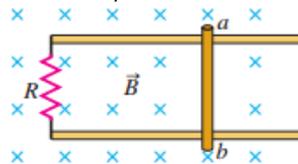
11. Una espira circular de alambre se coloca, en un campo magnético de 0.3 T mientras que los extremos libres del alambre se conectan a una resistencia de  $15 \Omega$ . Cuando se tuerce la espira su área se reduce de  $200$  hasta  $100 \text{ cm}^2$  en  $0.02 \text{ s}$ . ¿Cuál es la magnitud y la dirección de la corriente en el resistor?



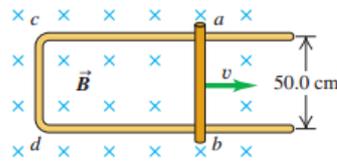
12. En la figura P31.S0, el imán de barra se mueve hacia la espira. ¿El valor  $V_a$  — es positivo, negativo o cero? Explique su razonamiento.



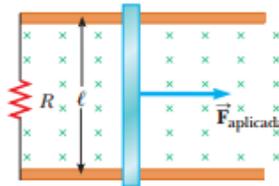
13. Se tira hacia la derecha de una barra metálica de 1.20 m de longitud con rapidez uniforme de  $6.0 \text{ cm/s}$  en dirección perpendicular a un campo magnético uniforme de  $0.80 \text{ T}$ . La barra corre sobre rieles metálicos paralelos conectados por medio de un resistor de  $20.0 \Omega$ , como se ilustra en la figura, de manera que el aparato forma un circuito completo. Se puede ignorar la resistencia de la barra y los rieles. A) Calcule la magnitud de la fem inducida en el circuito, B) Determine el sentido de la corriente inducida en el circuito b.i) con base en la fuerza magnética sobre las cargas en la barra móvil; b.ii) con base en la ley de Faraday; b.iii) con base en la ley de Lenz. C) Calcule la corriente a través del resistor.



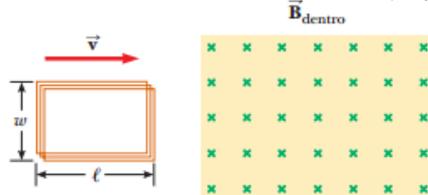
14. La varilla conductora ab que se muestra en la figura hace contacto con los rieles metálicos ca y db. El aparato está en un campo magnético uniforme de  $0.800 \text{ T}$ , perpendicular al plano de la figura. a) Calcule la magnitud de la fem inducida en la varilla cuando ésta se mueve hacia la derecha con una rapidez de  $7.50 \text{ m/s}$ . b) ¿En qué sentido fluye la corriente en la varilla? c) Si la resistencia del circuito abdc es de  $1.50 \Omega$  (que se supone constante), calcule la fuerza (magnitud y dirección) requerida para mantener la varilla moviéndose hacia la derecha con rapidez constante de  $7.50 \text{ m/s}$ . Ignore la fricción. d) Compare la tasa con que la fuerza (Fv) efectúa trabajo mecánico con la tasa a que se desarrolla energía térmica en el circuito ( $I^2R$ )



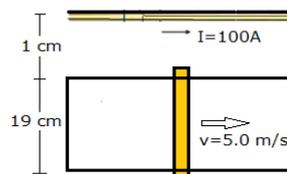
15. Una bobina de 100 vueltas, con una resistencia de  $100 \Omega$ , esta enrollada alrededor de un solenoide muy largo, que tiene 100000 vueltas por metro y una sección de  $0.002 \text{ m}^2$ . La corriente que circula a través del solenoide es  $I = 10 \text{ sen}(\omega t + \pi/6) \text{ A}$  (considere una frecuencia de oscilación de 60 Hz). a) Determine la f.e.m inducida en la bobina y cuál es la corriente que circula? b) Si se llena el solenoide con hierro ¿cuál es la f.e.m inducida en la bobina? ( $\mu_{fe} = 10000$ )
16. ¿Qué tan rápido (en m/s y mph) tendría que moverse una barra de cobre en ángulos rectos con un campo magnético de 0.650 T para generar 1.50 V (lo mismo que una batería AA) a través de sus extremos? ¿Parece una forma práctica de generar electricidad?
17. Considere la disposición mostrada en la figura adjunta. Asumir que  $R=6 \Omega$ ,  $l=1,20 \text{ m}$  y un campo magnético uniforme de 2,50 T dirigido entrante a la página. ¿A qué rapidez deber ser movida la barra para producir una corriente de medio amperio en el resistor?



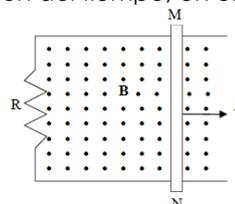
18. Una bobina rectangular con una resistencia H tiene N vueltas, longitud  $t$  y ancho  $w$ , como se observa en la figura la bobina se mueve hacia un campo magnético uniforme B con una velocidad constante  $v$ . ¿Cuál es la magnitud y la dirección de la fuerza magnética total sobre la bobina a) conforme entra en el campo magnético, b) conforme se mueve en el interior de éste, y c) conforme sale de él?



19. La figura muestra una barra de cobre que se mueve sobre unas vías conductoras con una velocidad  $v$  paralela a un alambre recto, largo que transporta una corriente  $I$ . determine la f.e.m.  $\epsilon$  inducida en la barra.



20. En el circuito de la figura la varilla MN se mueve con una velocidad constante de valor:  $v = 2 \text{ m/s}$  en dirección perpendicular a un campo magnético uniforme de valor 0,4 T. Sabiendo que el valor de la resistencia R es de  $60 \text{ ohm}$  y que la longitud de la varilla es 1,2 m: a) Determine la fuerza electromotriz inducida y la intensidad de la corriente que circula en el circuito. b) Si a partir de un cierto instante ( $t = 0$ ) la varilla se frena con aceleración constante hasta pararse en 2 s, determine la expresión matemática de la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo, en el intervalo de 0 a 2 segundos.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

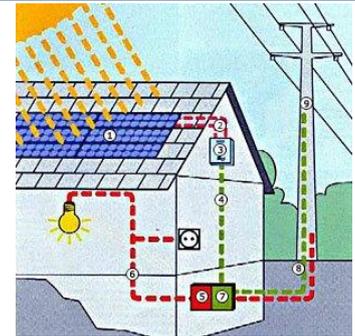
21. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
22. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.

TEMA 12

**CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA**

En este capítulo aprenderemos cómo se comportan los resistores, inductores y capacitores en circuitos con voltajes y corrientes que cambian en forma sinusoidal.

Cualquier aparato que se conecte a una toma de pared usa ca, y muchos dispositivos energizados con baterías, como radios y teléfonos inalámbricos, emplean la cd que suministran las baterías para crear o amplificar corrientes alternas. Los circuitos de los equipos modernos de comunicación, incluidos los localizadores y la televisión, también utilizan ampliamente la ca.



**DEFINICION**

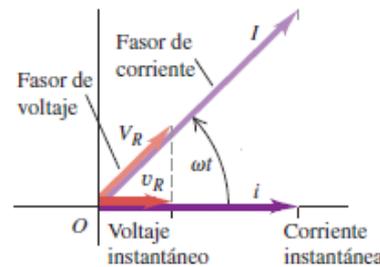
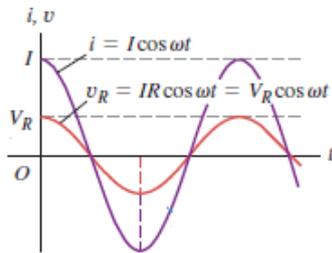
En una espira, cuando el cambio de flujo magnético es armónico se produce un voltaje inducido y con ello una corriente inducida armónica  $i = I \cos(\omega t)$  a la frecuencia correspondiente. La media de esta corriente es cero pues el seno y el coseno la mitad del tiempo es positivo y la otra negativa, por lo que un parámetro de interés es su cuadrado, por lo que:

$$\overline{i^2} = \frac{I^2}{2} \quad i_{\text{eff}} = \sqrt{\overline{i^2}} = \frac{I}{\sqrt{2}} = i_{\text{rms}} \quad \text{donde } I \text{ es la corriente máxima.}$$

También se tiene una expresión similar para el voltaje efectivo:  $V_{\text{eff}} = \frac{V}{\sqrt{2}} = V_{\text{rms}}$

**VOLTAJE EN UNA RESISTENCIA EN UN C.C.A** (circuito de corriente alterna)

Como  $i = I \cos(\omega t)$ , por ley de Ohm  $v = Ri$ ;  $v = R I \cos(\omega t)$  o de otra manera:  $v = V_R \cos(\omega t)$ , con  $V_R = RI$ , como puede observarse  $v$  e  $i$  tienen la misma fase en una resistencia, expresado en un diagrama de fasores:



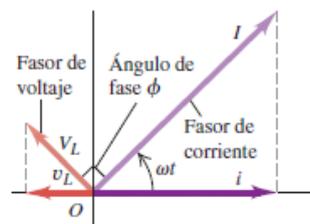
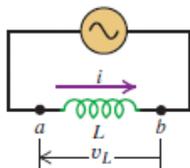
VOLTAJE EN UN

INDUCTOR EN

**UN C.C.A**

La magnitud del voltaje en una bobina está dada por Faraday- Henry como  $v_L = L \frac{di}{dt}$ , como  $i = I \cos(\omega t)$ ,

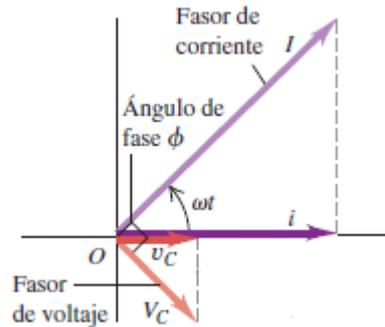
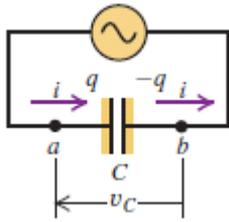
tenemos:  $v_L = -L\omega \text{Sen}(\omega t) = L\omega \text{Cos}(\omega t + \frac{\pi}{2})$ , con lo que se observa que el voltaje en el inductor se adelanta en fase a la corriente en el circuito en  $90^\circ$ , y por analogía a la ley de Ohm se define  $X_L = \omega L$ , que tiene unidades de ohmios y se denomina reactancia inductiva, por lo que  $V_L = I X_L$ . expresado en un diagrama de fasores:



**VOLTAJE EN UN CONDENSADOR EN UN C.C.A**

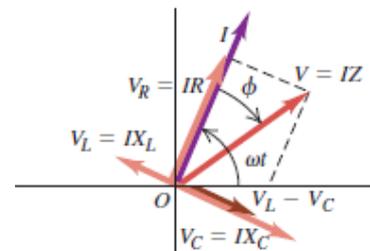
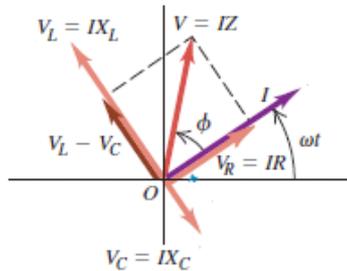
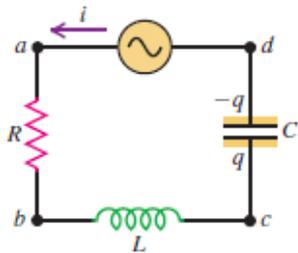
Para un condensador puede hacerse un análisis similar obteniéndose que:

$v_C = \frac{I}{\omega C} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ , con lo que el voltaje en el condensador está atrasado con respecto a la corriente en el circuito en  $90^\circ$ . por analogía a la ley de Ohm se define  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ , que tiene unidades de ohmios y se denomina reactancia capacitiva, por lo que  $V_C = IX_C$ , expresado en un diagrama de fasores:



### RLC EN SERIE EN UN C.C.A

Se debe hacer notar que en este tipo de circuitos la corriente es la misma para todos los elementos, por lo que la corriente en el circuito es  $i = I \cos(\omega t)$ . Expresado en un diagrama de fasores puede verse los voltajes máximos en su conjunto como sigue:



Considerando a los fasores como vectores puede simplificarse el análisis y expresarlo como sigue:

$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = IZ$ , donde Z se le denomina impedancia con unidades de ohmios y la fórmula es análoga a la de Ohm

También el desfase puede calcularse de:  $\phi = \text{Arctg}(\frac{X_L - X_C}{R})$ .

Si  $i = I \cos(\omega t)$  es la corriente, entonces el voltaje de fuente es  $v = V \cos(\omega t + \phi)$

### POTENCIA EN LA RESISTENCIA

La potencia puede obtenerse calculando la media de  $p = vi$ , en el caso de la resistencia:

$$P_{med} = \frac{1}{2} VI = V_{rms} I_{rms} = \frac{V_{rms}^2}{R} = I_{rms}^2 R$$

### POTENCIA EN EL INDUCTOR Y CONDENSADOR

Analizando el valor medio de las funciones seno y coseno para el inductor y el condensador puede verificarse que la potencia media en ambos casos es cero.

### POTENCIA EN EL CIRCUITO GENERAL DE CA.

Como  $p = vi = I \cos(\omega t) * V \cos(\omega t + \phi)$ , calculando el valor medio de esta potencia se tiene la potencia media de un circuito general de ca

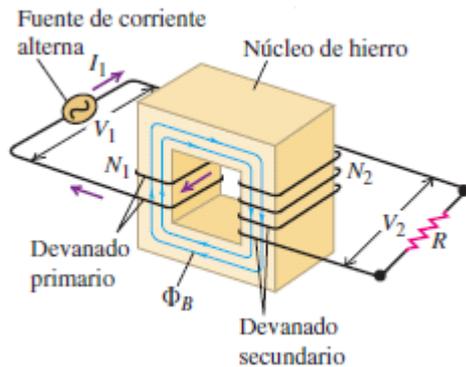
$$P_{med} = \frac{1}{2} VI \cos \phi = V_{rms} I_{rms} \cos \phi \text{ y se define el llamado factor de potencia } \cos \phi$$

### RESONANCIA EN LOS CIRCUITOS DE CA

A medida que la frecuencia angular de la fuente de voltaje se varia, la amplitud de corriente  $I = V/Z$  se modifica, teniéndose la mayor corriente cuando Z es mínimo, a esta frecuencia se le llama frecuencia de resonancia y sucede cuando  $X_L = X_C$ , esto es, cuando:  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$



## TRANSFORMADORES



Dos circuitos aislados, uno de ellos conectado a una fuente de ca (primario) y la otra (secundario) sin conexión a fuente son expuestos a la ley de inducción de Faraday-Henry-Lenz, promoviendo el aumento de voltaje o su disminución en el

secundario. La relación entre las dos bobinas es:  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$ ,

donde  $V_1$  y  $V_2$  son las amplitudes o valores rms de los voltajes terminales y  $N_2$  y  $N_1$  el número de vueltas de bobina para el secundario y primario.

**Ejemplo 1.** La placa en la parte posterior de una computadora personal indica que toma 2.7 A de una línea de 120 V y 60 Hz. ¿Cuáles son los valores de la corriente media, la media del cuadrado y la amplitud de la corriente?

**Solución**

**Datos:**

$$I_{rms} = 2,7 A \quad V_{rms} = 120V \quad f = 60Hz$$

**a) La corriente media**

La media de un seno o coseno es cero, como  $i = I \cos(\omega t)$ , por tanto,  $i_{med} = 0$ .

**b) La media del cuadrado de la corriente.**

El valor rms de la corriente ( $i_{rms} = 2,7 A$ ) es dado por  $I_{rms} = \sqrt{\overline{i^2}}$ , por lo que si nos piden la media del cuadrado de la corriente esto quiere decir que nos piden  $\overline{i^2}$  (la media del cuadrado de  $i$ ), por tanto,  $\overline{i^2} = 2,7^2 = 7,29 A^2$

**c) La amplitud de la corriente?**

Como  $I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}}$ , siendo  $I$  el valor máximo de la corriente, podemos obtener:

$$I = I_{rms} \sqrt{2} = 2,7 \sqrt{2} = 3,818 A$$

## Ejercicio 2

Suponga que se desea que la amplitud de la corriente en un inductor de un receptor de radio sea de  $250 \mu A$  cuando la amplitud del voltaje es de 3,60 V a una frecuencia de 1,60 MHz (correspondiente al extremo superior de la banda de transmisión de AM). a) ¿Cuál es la reactancia inductiva que se necesita? b) Si la amplitud del voltaje se mantiene constante, ¿cuál será la amplitud de la corriente a través de este inductor a 16.0 MHz? ¿Y a 160 kHz?

**Solución**

**Datos:**

$$I = 250 \mu A = 250 \times 10^{-6} A \quad V_L = 3,60V \quad f = 1,60 MHz = 1,60 \times 10^6 Hz$$

**a) La reactancia inductiva**

La reactancia inductiva está dada por  $X_L = \omega L$  y también  $V_L = I X_L$ , por tanto:

$$X_L = \frac{V_L}{I} = \frac{3,60V}{250 \times 10^{-6} A} = 14400 \Omega$$

**b) Amplitudes de corriente en 16MHz y 160KHz**

Como el voltaje se mantiene constante  $V_L = 3,60V$  y aplicamos la relación:  $V_L = I X_L$  de donde

despejamos  $I$ :  $I = \frac{V_L}{X_L} = \frac{V_L}{\omega L} = \frac{V_L}{2\pi f L}$ , en donde se conocen todos los valores excepto  $L$ .

Para calcular  $L$ , usamos el valor obtenido para la reactancia inductiva a la frecuencia de 1,60 MHz:  $X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi(1,60 \times 10^6) L = 14400 \Omega$ , de donde obtenemos  $L = 1,43 \times 10^{-3} H$

Hallando la amplitud de corriente a 16MHz:



$$I = \frac{V_L}{X_L} = \frac{V_L}{\omega L} = \frac{V_L}{2\pi f L} = \frac{3,60V}{2\pi(16 \times 10^6 \text{ Hz})(1,43 \times 10^{-3} \text{ H})} = 25 \times 10^{-6} \text{ A} = 25 \mu\text{A}$$

Hallando la amplitud de corriente a 160KHz:

$$I = \frac{V_L}{X_L} = \frac{V_L}{\omega L} = \frac{V_L}{2\pi f L} = \frac{3,60V}{2\pi(160 \times 10^3 \text{ Hz})(1,43 \times 10^{-3} \text{ H})} = 2504,2 \times 10^{-6} \text{ A} = 2504,2 \mu\text{A}$$

Como puede observarse a menor frecuencia la corriente es mayor, observándose la cualidad de filtro paso bajo de los inductores.

### Ejercicio 3

Un resistor de  $200 \Omega$  está conectado en serie con un capacitor de  $5.0 \mu\text{F}$ . El voltaje a través del resistor es  $v_R = 1,20 \cos(2500 \text{ rad/s})t$ . a) Obtenga una expresión para la corriente en el circuito. b) Determine la reactancia capacitiva del capacitor. c) Obtenga una expresión para el voltaje a través del capacitor.

#### Solución

**Datos:**  $R=200\Omega$   $C=5.0 \mu\text{F}$   $v_R = 1,20 \cos(2500 \text{ rad/s})t$  V

#### a) Expresión de la corriente en función del tiempo.

Como es un circuito en serie tenemos que la corriente es la misma por los elementos en serie, por tanto, la corriente en la resistencia es también la corriente en el condensador y también para el circuito.

Por ley de Ohm:  $v=Ri$ , tenemos:

$$i = \frac{v}{R} = \frac{1,2 \cos(2500t)}{200} = 6 \times 10^{-3} \cos(2500t) \text{ A}$$

#### b) Determinando la inductancia capacitiva

La inductancia capacitiva se puede determinar por:  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ .

Como  $\omega=2500 \text{ rad/s}$  y  $C=5.0 \mu\text{F}$ , por tanto,  $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2500(5 \times 10^{-6})} = 80\Omega$

#### c) Voltaje a través del condensador

Como el voltaje en el condensador se atrasa con respecto a la corriente, se había determinado

que el voltaje puede escribirse como:  $v_C = V_C \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$  donde  $V_C = X_C I = \frac{I}{\omega C}$ , por tanto:

$V_C = X_C I = 80\Omega(6 \times 10^{-3} \text{ A}) = 0,48 \text{ V}$ , por lo que:

$$v_C = 0,48 \cos(2500t - \frac{\pi}{2}) \text{ V}$$

### Ejercicio 4

Considere un circuito serie RLC alimentado por una fuente alterna donde  $R = 300\Omega$ ,  $L = 60 \text{ mH}$ ,  $C = 0.50 \mu\text{F}$ ,  $V = 50 \text{ V}$  y  $\omega = 10,000 \text{ rad/s}$ . Determine las reactancias  $X_L$  y  $X_C$ , la impedancia  $Z$ , la amplitud de corriente  $I$ , el ángulo de fase  $\phi$  y la amplitud de voltaje a través de cada elemento del circuito.

#### Solución

**Datos:** RLC en serie  $R = 300\Omega$   $L = 60 \text{ mH}$   $C = 0.50 \mu\text{F}$   $V = 50 \text{ V}$  y  $\omega = 10,000 \text{ rad/s}$

#### a) Determinando las reactancias $X_L$ , $X_C$ y la impedancia $Z$

Se tiene que  $X_L = \omega L = (10000 \text{ rad/s})(60 \times 10^{-3} \text{ H}) = 600\Omega$ , del mismo modo puede calcularse

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(10000 \text{ rad/s})(0,50 \times 10^{-6} \text{ F})} = 200\Omega$$

Por otro lado  $Z$  puede calcularse como sigue:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{300^2 + (600 - 200)^2} = 500\Omega$$

#### b) Calculando amplitud de corriente, fase.

De  $V=IZ$ , se tiene que  $V$  es amplitud del voltaje,  $I$  es amplitud de la corriente, por tanto:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{50 \text{ V}}{500} = 0,1 \text{ A}$$



La fase se puede calcular de  $\phi = \text{Arctg}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) = \text{Arctg}\left(\frac{600 - 200}{300}\right) = 53^\circ$

**c) Amplitud del voltaje a través de cada elemento.**

Como:

$$V_R = IR = 0,1A(300\Omega) = 30V \quad V_L = IX_L = 0,1A(600\Omega) = 60V \quad V_C = IX_C = 0,1A(200\Omega) = 20V$$

### Referencias bibliográficas

23. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
24. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.



**PRÁCTICA DIRIGIDA N° 12**  
**Tema: Corriente alterna**

Sección: .....

Docente: Escribir el nombre del docente

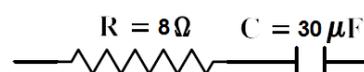
Fecha: ...../...../.....

Duración: .....

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

**INSTRUCCIONES:** Este balotario de problemas; está preparado para reforzar el aprendizaje de corriente alterna. Interprete el enunciado del problema y resuelva empleando la teoría del tema.

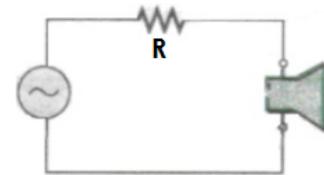
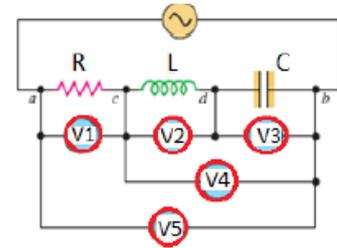
1. La placa en la parte posterior de cierto escáner de computadora indica que la unidad consume una corriente de 0,34 A de una línea de 120 V a 60 Hz. Determine a) la corriente eficaz (rms), b) la amplitud de corriente, c) la corriente media y d) el cuadrático medio de la corriente.
2. a) Calcule la reactancia de un inductor de 0,650 H a frecuencias de 60,0 Hz y 600 Hz. b) Calcule la reactancia de un capacitor de 2,50  $\mu\text{F}$  a las mismas frecuencias. c) ¿A qué frecuencia la reactancia de un inductor de 0,650 H es igual a la de un capacitor de 2,50  $\mu\text{F}$ ?
3. Un capacitor de 2,20  $\mu\text{F}$  está conectado a una fuente de ca cuya amplitud de voltaje se mantiene constante a 60,0 V, pero cuya frecuencia varía. Determine la amplitud de corriente cuando la frecuencia angular es de a) 100 rad/s; b) 1 000 rad/s; c) 10 000 rad/s. d) Muestre los resultados de los incisos a) a c) en una gráfica de log I en función de log v.
4. Una capacitancia C y una inductancia L se operan a la misma frecuencia angular. a) ¿A qué frecuencia angular tendrán la misma reactancia? b) Si L = 5,00 mH y C = 3,50 mF, ¿cuál es el valor numérico de la frecuencia angular del inciso a), y cuál es la reactancia de cada elemento?
5. Se desea que la amplitud de corriente a las terminales de un inductor de 0,650 mH (parte de los circuitos de un receptor de radio) sea de 3,60 mA cuando a través del inductor se aplica un voltaje sinusoidal con amplitud de 15,0 V. ¿Cuál es la frecuencia que se requiere?
6. Un resistor de 160  $\Omega$  está conectado en serie con un inductor de 0,350 H. El voltaje en las terminales del resistor es  $V_R = (3,80 \text{ V}) \cos [(820 \text{ rad/s})t]$ . a) Obtenga una expresión para la corriente de circuito. b) Determine la reactancia inductiva del inductor. c) Obtenga una expresión para el voltaje  $V_L$  en las terminales del inductor.
7. a) ¿Cuál es la reactancia de un inductor de 3,00 H a una frecuencia de 80,0 Hz? b) ¿Cuál es la inductancia de un inductor cuya reactancia es de 120  $\Omega$  a 80,0 Hz? c) ¿Cuál es la reactancia de un capacitor de 4,00 mF a una frecuencia de 80,0 Hz? d) ¿Cuál es la capacitancia de un capacitor cuya reactancia es de 120  $\Omega$  a 80,0 Hz?
8. Un resistor de 250  $\Omega$  está conectado en serie con un capacitor de 4,80  $\mu\text{F}$ . El voltaje en las terminales del capacitor es  $V_C = (7,60 \text{ V}) \sin [(120 \text{ rad/s})t]$ . a) Determine la reactancia capacitiva del capacitor. b) Obtenga una expresión para el voltaje  $V_R$  entre las terminales del resistor.
9. Un resistor de 150  $\Omega$  está conectado en serie con un inductor de 0,250 H. El voltaje en las terminales del resistor es  $V_R = (3,80 \text{ V}) \cos [(720 \text{ rad/s})t]$ . a) Obtenga una expresión para la corriente de circuito. b) Determine la reactancia inductiva del inductor. c) Obtenga una expresión para el voltaje  $V_L$  en las terminales del inductor.
10. Usted tiene un resistor de 200  $\Omega$ , un inductor de 0,400 H y un capacitor de 6,00  $\mu\text{F}$ . Suponga que toma el resistor y el inductor y construye un circuito en serie con una fuente de voltaje que tiene una amplitud de 30,0 V y una frecuencia angular de 250 rad/s. a) ¿Cuál es la impedancia del circuito? b) ¿Cuál es la amplitud de corriente? c) ¿Cuáles son las amplitudes de voltaje en las terminales del resistor y en las terminales del inductor? d) ¿Cuál es el ángulo de fase  $\phi$  del voltaje de fuente con respecto de la corriente? ¿La fuente de voltaje se adelanta o se atrasa en relación con la corriente? e) Construya el diagrama de fasores.
11. Un circuito serie se compone de una resistencia  $R = 8 \Omega$  y un condensador con una capacidad  $C = 30 \mu\text{F}$ . ¿A qué frecuencia la corriente adelanta un ángulo de  $30^\circ$  respecto de la tensión?



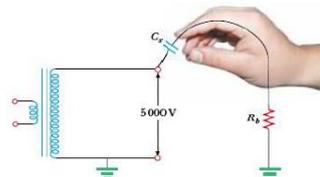
12. El ángulo de fase de la impedancia de un circuito serie R-C es de  $-45^\circ$  a una frecuencia  $f_1 = 500 \text{ Hz}$ . Hallar la frecuencia a la que el módulo de la impedancia es: (a) el doble que para el valor de  $f_1$ , (b) la mitad que para el valor de  $f_1$ .
13. La potencia de cierto reproductor de CD que opera a 120 V rms es de 20,0 W. Suponga que el reproductor de CD se comporta como una resistencia pura, y calcule a) la potencia instantánea máxima, b) la corriente eficaz (rms) y c) la resistencia del reproductor.



14. Un circuito L-R-C en serie está conectado a una fuente de ca de 120 Hz que tiene  $V_{rms}=80,0$  V. El circuito tiene una resistencia de  $75,0$   $\Omega$  y una impedancia a esta frecuencia de  $105$   $\Omega$ . ¿Cuál es potencia media que la fuente entrega al circuito?
15. Cinco volfímetros de impedancia infinita, calibrados para leer valores rms, están conectados como se ilustra en la figura. Sea  $R= 200$   $\Omega$ ,  $L= 0,400$  H,  $C= 6,00$   $\mu$ F y  $V= 30,0$  V. ¿Cuál es la lectura de cada volfímetro si a)  $\omega= 200$  rad/s, y b)  $\omega=1 000$  rad/s?
16. Un circuito en serie de ca contiene un resistor de  $250$   $\Omega$ , un inductor de  $15$  mH, un capacitor de  $3,5$   $\mu$ F, y una fuente de potencia de ca con amplitud de voltaje de  $45$  V que opera a una frecuencia angular de  $360$  rad/s. a) ¿Cuál es el factor de potencia de este circuito? b) Calcule la potencia media entregada a todo el circuito. c) ¿Cuál es la potencia media aportada al resistor, al capacitor y al inductor?
17. Un amplificador de audio, representado por una fuente ca y un resistor, como se ve en la figura, entrega al altavoz voltaje alterno frecuencias de audio. Si el voltaje de fuente tiene una amplitud de  $15$ V,  $R=8,2$   $\Omega$  y el altavoz es equivalente a una resistencia de  $10,4$   $\Omega$ , ¿cuál es la potencia promediada en el tiempo transferida a ésta?
18. En un circuito L-R-C en serie,  $R=150$   $\Omega$ ,  $L=0,750$  H y  $C=0,0180$   $\mu$ F. La fuente tiene una amplitud de voltaje  $V=150$  V y una frecuencia igual frecuencia de resonancia del circuito. a) ¿Cuál es el factor de potencia? b) ¿Cuál es la potencia media que entrega la fuente? c) sustituye el capacitor por otro con  $C=0,0360$   $\mu$ F y se ajusta la frecuencia de la fuente al nuevo valor de resonancia. En esas condiciones, ¿cuál es la potencia media que entrega la fuente?
19. En un circuito L-R-C en serie,  $L =0,280$  H y  $C=4,00$   $\mu$ F. La amplitud de voltaje de la fuente es de  $120$  V. a) ¿Cuál es la frecuencia angular de resonancia del circuito? b) Cuando la fuente opera a la frecuencia angular de resonancia, la amplitud de corriente en el circuito es de  $1,70$  A. ¿Cuál es la resistencia R del resistor? c) A la frecuencia angular de resonancia, ¿cuáles son los máximos de voltaje entre las terminales del inductor, el capacitor y el resistor?
20. Una persona está trabajando cerca del secundario de un transformador, como se muestra en la figura. El voltaje primario es de  $120$  V en  $60$  Hz. La capacitancia  $C_s$ , que es la capacitancia de localizada entre la mano y el devanado secundario es  $20$  pF. Asumiendo que la persona tiene una resistencia corporal a tierra  $R_b=50$  k  $\Omega$ , determine el voltaje rms a través del cuerpo. (Sugerencia: Redibuje el circuito con el secundario del transformador como una simple fuente ac)



a la  
Se



### Referencias bibliográficas

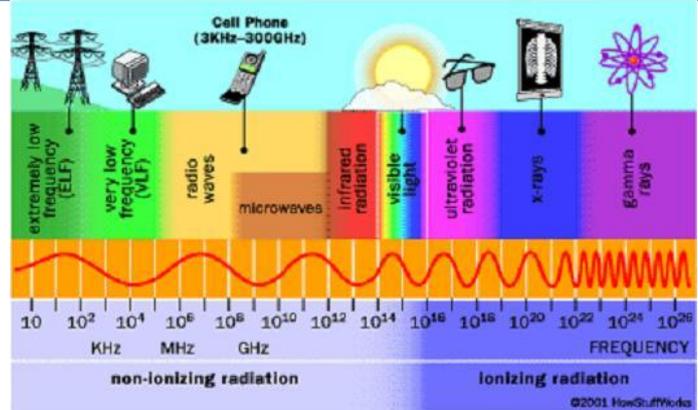
25. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
26. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.



TEMA 15

**ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS O.E.M.**

Las ondas de radio se emplean en la transmisión de señales para comunicaciones. Para las emisiones de radio y televisión se utilizan ondas de radio largas, que pueden reflejarse en la ionosfera y permiten detectar antenas situadas en lugares lejanos de la fuente emisora. Las ondas de radios medias, si bien sufren menos reflexión, también se utilizan para llegar a grandes distancias. Las ondas microondas se utilizan en radioastronomía, en las señales de los teléfonos celulares, aunque son más conocidas por la llegada de los hornos microondas a muchas casas. ¿Cómo funciona un microondas? Este tipo de ondas penetran en las moléculas de agua de los alimentos, las que vibran provocando fricción entre las moléculas, lo cual se traduce en un aumento de la energía interna de los alimentos que se calientan. Las radiaciones infrarrojas se utilizan para la construcción de alarmas, armas y cámaras de fotos que pueden detectar imágenes que no se observan con luz visible. La radiación ultravioleta se utiliza para la esterilización de instrumentos de cirugía. Los Rayos X, de alto poder de penetración se convirtieron en un valioso elemento de diagnóstico y prevención de enfermedades.



**Las ecuaciones de Maxwell** predicen la existencia de ondas electromagnéticas que se propagan en el vacío con la rapidez de la luz  $c$ . En una onda plana,  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  son uniformes en la totalidad de cualquier plano perpendicular a la dirección de propagación. La ley de Faraday y la ley de Ampere proporcionan relaciones entre las magnitudes de  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$ : la exigencia de que se satisfagan estas dos relaciones permite obtener una expresión de  $c$  en términos de  $\mu_0$  y  $\epsilon_0$ . Las ondas electromagnéticas son transversales: los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  son perpendiculares a la dirección de propagación y uno respecto al otro. La dirección de propagación es la dirección de  $\vec{E} \times \vec{B}$ .

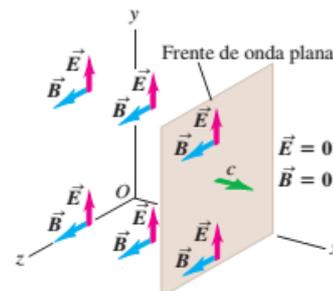
Ley de Gauss: 
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

Ley de gaus del Magnetismo: 
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

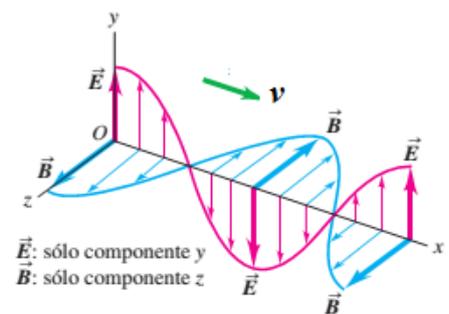
Ley de Ampere: 
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 (i_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt})$$

Lay de Faraday: 
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{L} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$E = cB \quad B = \epsilon_0 \mu_0 cE \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$



Las ondas electromagnéticas son transversales: los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  son perpendiculares a la dirección de propagación y uno respecto al otro. La dirección de propagación es la dirección de  $\vec{E} \times \vec{B}$ . Las ecuaciones describen una onda electromagnética plana sinusoidal que viaja en el vacío en la dirección  $+x$ .



1. La onda es transversal; tanto  $\vec{E}$  como  $\vec{B}$  son perpendiculares a la dirección de propagación de la onda. Los campos eléctrico y magnético también son perpendiculares entre sí. La dirección de propagación es la dirección del productovectorial  $\vec{E} \times \vec{B}$
2. Hay una razón definida entre las magnitudes de  $\vec{B}$  y  $\vec{E}$ :  $E = cB$ .
3. La onda viaja en el vacío con rapidez definida e invariable.
4. A diferencia de las ondas mecánicas, que necesitan de partículas oscilantes de un medio — como el agua o aire— para transmitirse, las ondas electromagnéticas no requieren un medio.



Lo que "ondula" en una onda electromagnética son los campos eléctricos y magnéticos.  $\vec{E}(x,t) = \hat{j}E_{max}\cos(kx - \omega t)$   $\vec{B}(x,t) = \hat{k}B_{max}\cos(kx - \omega t)$   $E_{max} = cB_{max}$

Cuando una onda electromagnética viaja a través de un dieléctrico, la rapidez de onda  $v$ ; es menor que la rapidez de la luz en un vacío  $c$ .

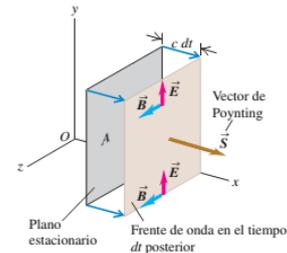
$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{K K_m}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{K K_m}}$$

El vector de Poynting  $\vec{S}$  proporciona la rapidez de flujo de energía (energía por unidad de área) de una onda electromagnética en un vacío. La magnitud del valor promediado en el tiempo del vector de Poynting es la intensidad  $I$  de la onda. Las ondas electromagnéticas también transportan cantidad de movimiento. Cuando una onda electromagnética incide en una superficie, ejerce una presión de radiación  $p_{rad}$ . Si la superficie es perpendicular a la dirección de propagación de la onda y es totalmente absorbente.  $P_{rad} = I/c$ ; si la superficie es un reflector perfecto,  $P_{rad} = 2I/c$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

$$I = S_{prom} = \frac{E_{max}B_{max}}{2\mu_0} = \frac{E_{max}^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{max}^2$$

$$\frac{1}{A} \frac{dp}{dt} = \frac{S}{c} = \frac{EB}{\mu_0 c}$$



(rapidez de flujo de cantidad de movimiento electromagnética)

### problemas resueltos

- Una onda electromagnética en el vacío tiene una amplitud de campo eléctrico de 230 V/m. Calcule la amplitud del campo magnético correspondiente.

$$\frac{E}{B} = c \quad \text{ó} \quad \frac{230}{B} = 3.00 \times 10^8 \quad \text{Entonces } B = 7.66 \times 10^{-7} \text{ T} = 766 \text{ nT}$$

- Una onda electromagnética sinusoidal, que tiene un campo magnético de amplitud 1.20  $\mu\text{T}$  y longitud de onda de 435 nm, viaja en la dirección (+x) a través del espacio vacío. a) ¿Cuál es la frecuencia de esta onda? b) ¿Cuál es la amplitud del campo eléctrico asociado?

$$C = f\lambda, E_{max} = cB_{max}, k = \frac{2\pi}{\lambda}, \omega = 2\pi f \quad C = 3.00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{a) } f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{435 \times 10^{-9} \text{ m}} = 6.89 \times 10^{14} \text{ Hz} \quad E_{max} = cB_{max} = (3.00 \times 10^8 \text{ m/s})(1.20 \times 10^{-6} \text{ T}) = 360 \text{ V/m}$$

- a) La distancia a la estrella, Dubhe, es aproximadamente  $11.7 \times 10^{17} \text{ m}$ . Si Dubhe se apagara hoy: a) ¿en qué año la veríamos desaparecer? b) ¿Cuánto tarda la luz solar en llegar a la Tierra? (Distancia Tierra-Sol:  $1.496 \times 10^{11} \text{ m}$ ) c) ¿Cuánto tarda en llegar la luz de un relámpago a 20 km de distancia?

Solución:

$$\text{a) } \text{La luz desde la estrella Dubhe viaja a } 3.00 \times 10^8 \text{ m/s. El último haz de luz llegará a la Tierra en } \Delta t = \frac{\Delta x}{c} = \frac{11.7 \times 10^{17} \text{ m}}{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 390 \times 10^8 \text{ s} = 123.6 \text{ años.}$$

Luego, la estrella Dubhe desaparecería en el año  $2016 + 123 = 2139 \text{ D.C.}$   
La estrella está a 123.6 años luz de la Tierra.

$$\text{b) } \text{Distancia de la Tierra al Sol: } 1.496 \times 10^{11} \text{ m. luego: } \Delta t = \frac{\Delta x}{c} = \frac{1.496 \times 10^{11} \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 499 \text{ s} = 8.31 \text{ min.}$$

c) Distancia del relámpago:  $20 \times 10^3 \text{ m}$ . Entonces:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c} = \frac{20 \times 10^3 \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 6.66 \times 10^{-5} \text{ s. Donde } c = \text{velocidad de la luz.}$$

- Un campo eléctrico de una onda electromagnética sinusoidal obedece la ecuación  $E = 380 \text{ sen}[5.86 \times 10^{15} t + 1.99 \times 10^7 x]$  V/m,  $t$  en segundos y  $x$  en metros:

a) ¿Cuáles son las amplitudes de los campos eléctricos y magnéticos de esta onda?

b) ¿Cuáles son la frecuencia, la longitud de onda y el periodo de la onda?

\*La dirección de la onda electromagnética se propaga en la dirección negativa de  $(x)$ .  $E = E_{max} \cos(kx + \omega t)$ ,  $\omega = 2\pi f$  y  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $T = \frac{1}{f}$ ,  $E_{max} = cB_{max}$

\* Del problema  $E = -E_{max} \text{ sen}(kx + \omega t)$ ,  $E_{max} = 380 \text{ V/m}$ ,  $k = 1.99 \times 10^7 \text{ rad/m}$  y  $\omega = 5.86 \times 10^{15} \text{ rad/s}$

$$\text{a) } B_{max} = \frac{E_{max}}{c} = 1.26 \mu\text{T}$$

$$\text{b) } f = \frac{\omega}{2\pi} = 9.32 \times 10^{14} \text{ Hz}, \lambda = \frac{2\pi}{k} = 3.16 \times 10^{-7} \text{ m} = 316 \text{ nm}, T = \frac{1}{f} = 1.07 \times 10^{-15} \text{ s}$$



5. Si la densidad de la luz solar directa en cierto punto sobre la superficie de la Tierra es de  $0.78 \text{ kW/m}^2$ , calcule:
- La densidad de cantidad de movimiento media (cantidad de movimiento por unidad de volumen) de la luz solar
  - la tasa de flujo media de la cantidad de movimiento de la luz solar.

Solución:

- a) La densidad de movimiento media está dada por

$$\frac{dp}{dV} = \frac{S_{av}}{c} = \frac{I}{c^2}$$

Entonces:  $\frac{dp}{dV} = \frac{0.78 \times 10^3 \text{ W/m}^2}{(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})^2} = 8.7 \times 10^{-15} \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$ .

- b) La tasa de flujo media de la cantidad de movimiento de la luz solar por unidad de área es:  $\frac{S_{av}}{c} = \frac{I}{c} =$

$$\frac{0.78 \times 10^3 \text{ W/m}^2}{2.998 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2.6 \times 10^{-6} \text{ Pa}.$$

### Referencias bibliográficas

- Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
- Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.



**PRÁCTICA DIRIGIDA N° 13**  
**Tema: Ondas electromagnéticas**

Sección: .....

Docente: Escribir el nombre del docente

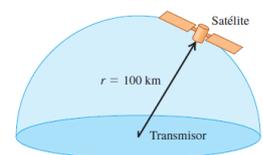
Fecha: ...../...../.....

Duración: .....

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

**INSTRUCCIONES:** Este balotario de problemas; está preparado para reforzar el aprendizaje de ondas electromagnéticas. Interprete el enunciado del problema y resuelva empleando la teoría del tema.

- Para una onda electromagnética que se propaga en el aire, determine su frecuencia si tiene una longitud de onda de a) 5.0 km; b) 5.0 m; c) 5.0 mm; d) 5.0 nm.
- a) ¿Cuánto tiempo le toma a la luz viajar de la Luna a la Tierra, una distancia de 384,000 km? b) La luz de la estrella Sirio tarda 8.61 años para llegar a la Tierra. ¿Cuál es la distancia, en kilómetros, de la estrella Sirio a la Tierra?
- En unidades del SI, el campo eléctrico de una onda electromagnética se describe por  $E_y = 150 \sin(1.00 \times 10^7 x - \omega t)$ . Determine: a) la amplitud de las oscilaciones del campo magnético correspondiente. b) la longitud de onda c) la frecuencia  $f$ .
- Una onda electromagnética sinusoidal, que tiene un campo magnético de amplitud  $1.20 \mu\text{T}$  y longitud de onda de 435 nm, viaja en la dirección (+x) a través del espacio vacío. a) ¿Cuál es la frecuencia de esta onda? b) ¿Cuál es la amplitud del campo eléctrico asociado?
- Una onda electromagnética con longitud de onda  $530 \text{ nm}$  viaja en el espacio en la dirección  $-z$ . El campo eléctrico tiene una amplitud de  $3.20 \times 10^{-3} \frac{\text{V}}{\text{m}}$  y es paralela al eje x. Calcular: a) La frecuencia b) La amplitud del campo magnético c) Escriba las ecuaciones vectoriales para  $\vec{E}(z, t)$  y  $\vec{B}(z, t)$ .
- Una onda electromagnética sinusoidal con frecuencia de  $8.20 \times 10^{14} \text{ Hz}$  viaja en el vacío en la dirección +z. El campo B es paralelo al eje y y tiene amplitud de  $6.50 \times 10^{-4} \text{ T}$ . Escriba las ecuaciones vectoriales para  $\vec{E}(z, t)$  y  $\vec{B}(z, t)$ .
- Una onda electromagnética tiene un campo eléctrico dado por  $\vec{E}(y, t) = -3.2 \times 10^5 \text{ sen}(ky - 12.65 \times 10^{12} t) \hat{k}$ . a) ¿En qué dirección viaja la onda? b) ¿Cuál es su longitud de onda? c) Escriba la ecuación vectorial para  $B(y, t)$ .
- Un campo eléctrico de una onda electromagnética sinusoidal obedece la ecuación  $E(x, t) = 1.5 \times 10^6 \text{ sen}(5.93 \times 10^5 x + (1.78 \times 10^{14} t) \text{ V/m})$ . a) ¿Cuáles son las amplitudes de los campos eléctricos y magnéticos de esta onda? b) ¿Cuáles son la frecuencia, la longitud de onda y el periodo de la onda?
- Un láser neón-helio de 15.0 mW ( $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ) emite un haz de sección transversal circular con un diámetro de 2.00 mm. a) Determine el campo eléctrico máximo en el haz. b) ¿Cuál es la energía total contenida en una longitud de 1.00 m del haz? c) Determine la cantidad de movimiento que tiene un tramo de 1.00 m de longitud del haz.
- Un protón se mueve a través de un campo eléctrico uniforme conocido por  $\mathbf{E} = 60.0 \text{ j V/m}$  y un campo magnético uniforme  $\mathbf{B} = (0.20 \mathbf{i} + 0.30 \mathbf{j} + 0.40 \mathbf{k}) \text{ T}$  Determine la aceleración del protón cuando tiene una velocidad  $\mathbf{v} = 220 \mathbf{i} \text{ m/s}$ .
- Un electrón se mueve a través de un campo eléctrico uniforme  $\mathbf{E} = 2.80 \mathbf{i} + 5.40 \mathbf{j} \text{ V/m}$  y un campo magnético uniforme  $\mathbf{B} = 500 \mathbf{k} \text{ T}$ . Determine la aceleración del electrón cuando tiene una velocidad  $\mathbf{v} = 12.0 \mathbf{i} \text{ m/s}$ .
- La amplitud del campo eléctrico cerca de cierto transmisor de radio es de  $4.25 \times 10^{-3} \text{ V/m}$ . ¿Cuál es la amplitud de  $\vec{B}$ ? ¿Cómo se compara esta magnitud con la del campo terrestre?
- Una estación de radio en la superficie terrestre emite una onda sinusoidal con una potencia total media de 60 kW. Suponiendo que el transmisor irradia por igual en todas direcciones sobre el terreno (lo que es improbable en situaciones reales), calcule las amplitudes  $E_{\text{máx}}$  y  $B_{\text{máx}}$  detectadas por un satélite ubicado a 100 km de la antena.
- Una estación de radio AM difunde isotrópicamente (de manera uniforme en todas direcciones) con una potencia promedio de 4.20 kW. Un dipolo receptor de 60.0 cm de largo está a 6500 m del transmisor. Calcule la amplitud de la fem inducida por esta señal de un extremo a otro de la antena receptora.
- Un láser neón-helio de 15.0 mW ( $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ) emite un haz de sección transversal circular con un diámetro de 2.00 mm. a) Determine el campo eléctrico máximo en el haz. b) ¿Cuál es la energía total contenida en una longitud de 1.00 m del haz? c) Determine la cantidad de movimiento que tiene un tramo de 1.00 m de longitud del haz.
- Una onda electromagnética sinusoidal de una estación de radio pasa en forma perpendicular a través de una ventana abierta con área de  $0.520 \text{ m}^2$ . En la ventana, el campo eléctrico de la onda tiene un valor  $rms$  (eficaz) de  $0.02250 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ . ¿cuánta energía transporta esta onda a través de la ventana durante un comercial de 30 s?
- Con respecto a la onda electromagnética representada por la ecuación  $E_y(x, t) = E_{\text{max}} \cos(kx + \omega t)$ ,  $B_z(x, t) = -B_{\text{max}} \cos(kx + \omega t)$ , demuestre que el vector de Poynting a) tiene la misma dirección que la propagación de la onda, y b) tiene una magnitud media dada por la ecuación  $S_{\text{av}} = \frac{E_{\text{max}} B_{\text{max}}}{2\mu}$ .





18. En alguna ubicación de la Tierra, el valor rms del campo magnético causado por la radiación solar es de  $1.80 \mu\text{T}$ . A partir de este valor, calcule: a) el campo eléctrico rms debido a radiación solar b) la densidad de energía promedio del componente solar de la radiación electromagnética en esta ubicación c) la magnitud promedio del vector de Poynting para la radiación del Sol.
19. Se ha propuesto colocar satélites que recolecten energía solar en la órbita terrestre. La energía así obtenida se enviaría a la Tierra en forma de un haz de radiación de microondas. En el caso de un haz de microondas con área de sección transversal de  $36.0 \text{ m}^2$  y una potencia total de  $2.80 \text{ kW}$  en la superficie terrestre, ¿cuál es la amplitud del campo eléctrico del haz en la superficie del planeta?
20. Un rayo láser pequeño de helio-neón emite luz roja visible con potencia de  $3.20 \text{ mW}$  en un rayo cuyo diámetro es de  $2.50 \text{ mm}$  a) ¿Cuáles son las amplitudes de los campos eléctrico y magnético de la luz? B) ¿Cuál es la energía total contenida en un tramo del haz de  $1 \text{ m}$  de longitud?

### Referencias bibliográficas

29. Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. **Física Universitaria**. Vol 2. XII Edición Pearson Education; México; 2006.
30. Raymond A. Serway y John W. Jevett. **Física para Ciencias e Ingenierías**. Vol 2. VII Edición. Editorial Thomson; 2002.