



Vive tu propósito

FÍSICA I

GUÍA DE TRABAJO

VISIÓN

Ser una de las 10 mejores universidades privadas del Perú al año 2020, reconocidos por nuestra excelencia académica y vocación de servicio, líderes en formación integral, con perspectiva global; promoviendo la competitividad del país.

MISIÓN

Somos una universidad privada, innovadora y comprometida con el desarrollo del Perú, que se dedica a formar personas competentes, íntegras y emprendedoras, con visión internacional; para que se conviertan en ciudadanos responsables e impulsen el desarrollo de sus comunidades, impartiendo experiencias de aprendizaje vivificantes e inspiradoras; y generando una alta valoración mutua entre todos los grupos de interés.

PRESENTACIÓN

Física I, es una asignatura diseñada para proporcionar al estudiante de ciencias e ingeniería, las herramientas indispensables para generar un aprendizaje autónomo, permanente y significativo del mundo que nos rodea. La Física, en general, es la ciencia que estudia los fenómenos que ocurren en la naturaleza y como tal exige rigurosidad en los cálculos numéricos, atendiendo las necesidades y características de las actividades globales, personales, académicas, extracurriculares y profesionales que pueda afrontar. En general, los contenidos propuestos en el material de trabajo, se basan en la Mecánica Clásica Newtoniana.

Este material es un complemento adaptado de: "FÍSICA UNIVERSITARIA" de Sears, Zemansky, Young y Freedman, Volumen I, contiene las guías de laboratorio y grupos de problemas que procuran un aprendizaje tomando en cuenta la experiencia como base y la realización de cálculos para fijar la información.

Se recomienda que el estudiante desarrolle un hábito permanente de estudio como también realice una lectura constante de la teoría, asimismo, sea minucioso en la investigación, ya sea vía Internet, uso de laboratorios virtuales, consulta a expertos a fin de consolidar los temas propuestos. El contenido del material se complementará, aparte de las clases presenciales, con el uso continuo del aula virtual de la UC, con el fin de desarrollar en forma más detallada y amplia la asignatura.

ÍNDICE

Contenido	Página
VISIÓN.....	2
MISIÓN.....	2
PRESENTACIÓN	3
ÍNDICE.....	4
Reglamento del Laboratorio de Física	5
Formato para informes de laboratorio	7
Guías de laboratorio de física	9
Laboratorio 1: Mediciones	10
Laboratorio 2: Xplorer GLX y DataStudio	12
Laboratorio 3: Movimiento unidimensional	16
Laboratorio 4: Fuerzas en equilibrio	18
Laboratorio 5: Ley de Hooke	21
Laboratorio 6: Trabajo y Energía Cinética	23
Laboratorio 7: Impulso y Cantidad de movimiento	25
Capítulo 1: Unidades, Cantidades Físicas y Vectores	30
Capítulo 2: Movimiento en Línea Recta	42
Capítulo 3: Movimiento en dos o tres dimensiones.....	50
Capítulo 4: Leyes del Movimiento de Newton	56
Capítulo 5: Aplicaciones de las Leyes de Newton	66
Capítulo 6: Trabajo y Energía Cinética.....	73
Capítulo 7: Energía Potencial y Conservación de la energía	79
Capítulo 8: Cantidad de Movimiento, Impulso y Colisiones.....	85
Capítulo 9: Rotación de Cuerpos Rígidos.....	91
Capítulo 10: Dinámica del movimiento de rotación.....	98
Capítulo 11: Equilibrio y elasticidad	105
Capítulo 12: Gravitación.....	113
Apéndices.....	115
Referencias bibliográficas	123

LABORATORIO DE FÍSICA

REGLAMENTO INTERNO DEL LABORATORIO DE FÍSICA

Capítulo I Disposiciones Generales

Artículo 1.- El Laboratorio de Física de la Universidad Continental, es un servicio no lucrativo, de carácter institucional, académico y de investigación, que tiene por objetivo satisfacer las necesidades e intereses de estudio, experimentación e investigación de los docentes, estudiantes, graduados, y administrativos de la Universidad, así como de usuarios externos autorizados por las autoridades universitarias.

Artículo 2.- Para cumplir con su objetivo con los estudiantes regulares de la facultad de ingeniería, El curso de Física ha organizado dos laboratorios de física que cada estudiante debe cursar paralelamente a la materia de física correspondiente:

NOMBRE DE LA MATERIA	CÓDIGO	LABORATORIO
Física I	UC0347	Laboratorio de Física I

Cuenta con los siguientes recursos disponibles:

- Programa analítico de prácticas de laboratorio
- Seguridad de laboratorios
- Guías de prácticas de laboratorio
- Trabajos de investigación sobre la teoría de la medida
- Libros de consulta
- Equipos de primera generación (material clásico de laboratorios operados 100% en forma manual)
- Equipos de segunda generación (material de laboratorio clásico analógico y digital operados 40% en forma manual y 60% automática)
- Equipos de tercera generación (material de laboratorio de última generación operados 100% en forma automática, donde la estructura de esta clase de equipos es la siguiente: Plataforma completa de experimentación, Sistema de Sensores, Sistema de Interfaces, Software interactivo de alto y bajo nivel, Ordenador (PC).

Artículo 3.- El Laboratorio de Física depende del Departamento Académico el que a su vez depende de la Decanato de la Facultad de Ingeniería

Capítulo II Del ingreso a los laboratorios de física

Artículo 4.- Todo estudiante al registrar formalmente su matrícula al curso de física, se le asignará un grupo y horario de laboratorio en el que debe asistir conforme lo establece el Reglamento Académico de la UCCI. Vistiendo obligatoriamente su guardapolvo e implementos de seguridad.

Artículo 5.- Está prohibido en laboratorio:

- Ingresar y consumir cualquier tipo de alimento o bebida
- Fumar
- Usar teléfono celular para conversar, jugar o escuchar música.
- Cometer desorden, bullicio o actos de indisciplina
- Utilizar o manipular cualquier instrumento, equipos y/o reactivos sin autorización del profesor guía de laboratorio

Capítulo III

Del uso del Laboratorio

- Artículo 6.- El usuario tiene la obligación de conocer las normas del presente Reglamento Interno de uso de laboratorio, para ejercer sus derechos y cumplir sus obligaciones y responsabilidad adecuadamente.
- Artículo 7.- Todo docente programado para dictar y realizar prácticas de laboratorio de física debe elevar lista detallada de requerimientos al responsable del Laboratorio de Física con 24 horas de anterioridad.
- Artículo 8.- Todo Docente programado para dictar y realizar prácticas de laboratorio de física, que requiera hacer uso del laboratorio en horario extraordinario debe elevar solicitud incluyendo lista de requerimientos al responsable del Laboratorio de Física con 24 horas de anterioridad
- Artículo 9.- El estudiante que sustraiga material del laboratorio será sancionado con la separación temporal y con una multa establecida por la Universidad además de ser bloqueado para trámites administrativos por deuda económica, hasta la devolución del material respectivo y el pago de la multa.
- Artículo 10.- El estudiante que dañe o extravíe material de laboratorio, deberá reemplazarlo en un plazo no mayor a diez días calendario, o, en caso de imposibilidad comprobada, devolver el valor establecido por una distribuidora reconocida, a la Universidad.

Capítulo IV

De los prácticas programadas

- Artículo 9.- Cada práctica de laboratorio de física consta de tres etapas secuenciales:
- Teoría de Laboratorio y Complemento teórico
 - Proceso de experimentación(registro de información experimental)
 - Reporte o informe general de la experiencia específica
- Artículo 10.- Todo estudiante en fecha determinada por el docente de laboratorio debe realizar en su grupo de laboratorio y en horario establecido las dos primeras etapas de una práctica específica y entregar el reporte o informe de la experiencia en la siguiente sesión de laboratorio.
- Artículo 11.- Se anula todo informe o reporte final de una práctica específica en el que el estudiante no ha realizado la experiencia.
- Artículo 12.- No procede la recuperación de prácticas de laboratorios de física.

Capítulo VI

De los prácticas de laboratorio y su valoración académica

- Artículo 13.- Las prácticas de laboratorio de física corresponden a la Nota de Control de Lectura cuya valoración es del veinte por ciento (20%) de la nota final.
- Artículo 14.- Todo informe o reporte de cada práctica de laboratorio debe ser entregado al docente en el horario y fecha establecida al grupo de laboratorio que pertenece el estudiante
- Artículo 15.- Cada práctica programada y realizada en laboratorio debe ser evaluado y calificado por el profesor de la materia

Capítulo VII Del Asistente de laboratorio

- Artículo 16.- El asistente de laboratorio debe mantener actualizado inventario de equipos, herramientas y material de mantenimiento
- Artículo 17.- El asistente de laboratorio en trabajo conjunto con la división de mantenimiento y actualización de software y hardware de la UCCI de debe mantener en condiciones operables las plataformas de experimentación en tiempo real del Área de Física
- Artículo 18.- En cumplimiento a los artículos 7 y 8 (del reglamento interno), el asistente de laboratorio de física básica facilitará al docente material de laboratorio, ensamblaje, ajuste y calibración de la plataforma de experimentación planificada.
- Artículo 19.- Es responsabilidad del docente supervisar y autorizar el uso de la plataforma de experimentación.
- Artículo 20.- No se autoriza al asistente de laboratorio de física a evaluar y calificar prácticos de laboratorio.
- Artículo 21.- En ningún caso el asistente sustituye al profesor.

FORMATO PARA LA ESCRITURA DE INFORMES DE LABORATORIO.

En Física es tan importante la realización del trabajo experimental, como la comunicación de los resultados obtenidos a través de él. Esa comunicación se realiza por medio del informe científico.

Comunicar los resultados de los trabajos experimentales es una labor que no puede eludirse al estudiar Física. Si bien alguien que está estudiando Física en la Universidad no es un científico, puede, de todos modos, comenzar a desarrollar destrezas inherentes al trabajo del que hace ciencia.

El informe es un documento escrito sobre un determinado tema en el que se comunica algo; esa comunicación, clara y precisa debe contener, como mínimo, los procedimientos seguidos y los resultados o conclusiones a los que se ha llegado. Es decir, para qué se hizo el trabajo, qué y cómo se hizo y a qué resultados se arribó.

En cuanto a su expresión gramatical, debe redactarse en forma impersonal y en tiempo pasado (sobre todo en la explicación de los procedimientos), dado que es la comunicación de algo ya ocurrido, por ejemplo: "...se construyó el dispositivo indicado en el esquema...", "...se introdujo el cuerpo en la probeta y se leyó en la escala el volumen indicado...", "...se midieron los valores de corriente eléctrica y diferencia de potencial...", "...las mediciones arrojaron los siguientes valores que se presentan en el cuadro ..."

A continuación se dan los pasos a seguir para la elaboración de informes de laboratorios de Física.

I. TÍTULO: En el título se debe utilizar las palabras que describan el experimento y la técnica usada.

II. PROPÓSITO: No debes incluir los detalles del procedimiento, sino una descripción general de lo que se busca. Si calculas un resultado numérico, éste debe estar incluido aquí y si tienes que compararlo con un valor estándar, debes hacerlo como una diferencia porcentual.

III. MARCO TEÓRICO: Es un resumen de lo que se intenta hacer tomando en cuenta los antecedentes, corresponde a una revisión bibliográfica, aquí se incluyen las definiciones, si

hay varias, aquí se detallan y se comparan. Aquí también se incluyen biografías y detalles históricos del tema a tratar.

IV. FÓRMULAS DE TRABAJO: Esta sección reemplaza a la sección normalmente llamada "Teoría" o "Fundamento Teórico". Como la mayoría de la teoría está incluida en la guía o en los o textos, no se pide que ésta se repita, por el contrario, se quiere el mayor énfasis en las fórmulas utilizadas en el experimento. También se pide que escribas el significado de cada símbolo.

Por ejemplo: Si escribes $F = ma$ debes indicar que ésta es la Segunda Ley de Movimiento de Newton y que F es la fuerza neta y constante, m es la masa del objeto, y a es la aceleración que experimenta.

V. MATERIALES, EQUIPOS y/o INSTRUMENTOS: En esta sección debes colocar los instrumentos o aparatos y materiales utilizados para el experimento sean dibujados, fotografías o imágenes.

VI. ANÁLISIS DE DATOS

- A. **DATOS:** En esta sección debes incluir las medidas hechas por ti o por el computador, así como sus errores. Recuerde que la data son medidas particulares y no valores calculados. Por ejemplo, si un transductor está midiendo una temperatura, ésta será un dato. Si se usa la temperatura para calcular algún otro valor, este será un resultado y no un dato.

También se debe incluir cualquier observación relevante. Escribir observaciones que no son cuantificables pudiera ser tan importante como la data numérica. En algunos experimentos la simple observación es lo que se requiere para cumplir unos objetivos.

No incluya data que no haya utilizado para la realización del experimento.

- B. **RESULTADOS:** El resultado consiste de tablas, gráficos y cualquier otra información calculada u observada. Es de extrema importancia que todos los resultados, y particularmente los gráficos y tablas deben tener leyendas detalladas para que el lector pueda interpretarlos sin dificultad.

Es indispensable que cualquier resultado numérico se reporte con su error. No incluya gráficos u otros resultados que no intente discutir más adelante.

- C. **DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS:** En esta sección se le debe dar sentido a la data y a los resultados obtenidos en función de los objetivos y propósitos del experimento. Debes considerar en esta sección todos los datos y resultados que hayas incluido en la sección DATOS y en la sección RESULTADOS, y comparar los resultados experimentales con la predicción teórica.

Debes ser lo más cuantitativo posible en tu discusión. No incluyas lo que no lo vayas a argumentar. Es importante que expliques las fuentes de error y como podrías disminuirlos. Si calculaste la misma cantidad por diferentes métodos, debes indicar cuál de ellos es el más conveniente. Reportar las diferencias porcentuales es otra buena manera de comparar resultados.

VII. CONCLUSIONES: Debes indicar si se lograron los objetivos del experimento, así como mejoras y también, las posibles ideas para perfeccionar el experimento.

VIII. BIBLIOGRAFÍA: Se consigna la bibliografía consultada y de utilidad en la elaboración del informe. La bibliografía de libros y/o artículos debe ajustarse a las normas establecidas internacionalmente (estilo Vancouver).

IX. ANEXOS: Debes adjuntar las imágenes, fotos y/o dibujos del procedimiento de la experiencia en donde se muestre el trabajo desarrollado por los integrantes del grupo.

Guías de Laboratorio de Física



LABORATORIO N° 1 MEDICIÓN Y TEORÍA DE ERRORES

I. OBJETIVOS

- Determinar la precisión de los instrumentos usados y la incertidumbre de las mediciones realizadas.
- Determinar longitudes utilizando correctamente el pie de rey.
- Determinar volúmenes de sólidos geométricos conocidos.
- Determinar densidad de sustancias conocidas.
- Realizar cálculos de propagación de las incertidumbres con los datos.

II. INTRODUCCIÓN

El curso de **Física 1** se ocupa del **estudio de la mecánica**, es decir, del estudio de las fuerzas y de los movimientos. Las **magnitudes físicas fundamentales** que entran en el análisis de las fuerzas y los movimientos son la **longitud, la masa, y el tiempo**.

En este capítulo, nuestro interés está focalizado en la medición de masas y de longitudes, particularmente, longitudes pequeñas. El aparato más común para la medición de longitud es la regla. Una regla normal tiene divisiones separadas en 1 mm, lo cual da una **precisión** de 1 mm y, normalmente, una **incertidumbre de lectura** $\pm 0,5$ mm. Supongamos que se quiere medir un objeto de una longitud aproximada de $l = 10$ cm = 100 mm. Una **incertidumbre absoluta** de 0,5 mm corresponde, en este caso, a una **incertidumbre relativa** de

$$\frac{\sigma_l}{l} = \frac{0,5 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} \times 100\% = 0,5\%$$

Esto es bastante aceptable, sin embargo, existen situaciones donde una **incertidumbre absoluta** de 0,5 mm sería excesiva. Por ejemplo, si medimos el diámetro de un alambre, puede ser que nuestro resultado sea

$$d = 1,0 \pm 0,5 \text{ mm.}$$

La **incertidumbre absoluta** es, como en el caso anterior, 0,5 mm, pero ahora la **incertidumbre relativa** es de

$$\frac{\sigma_d}{d} = \frac{0,5 \text{ mm}}{1,0 \text{ mm}} \times 100\% = 50\%$$

Por supuesto, una medición con una **incertidumbre relativa** de 50% no es muy útil.

En esta práctica se aprenderá el manejo de dos instrumentos para la medición de **longitudes, el pie de rey** el cual ofrece **incertidumbre de 20** veces menores que las que da una regla normal.

La otra **magnitud física** que veremos en este capítulo es la **masa**. Para medirla pueden utilizarse por ejemplo: la balanza de brazos iguales, la balanza de un brazo, la romana o balanza de resorte y la balanza electrónica (como las que se ven en los mercados). La balanza de brazos iguales no tiene una escala calibrada, sino que funciona por la comparación directa entre la masa a determinar y alguna masa conocida. Las demás sí tienen escalas que han sido calibradas por el fabricante. En realidad las balanzas comparan pesos, pero como el peso es simplemente la masa multiplicada por la aceleración de la gravedad (y la aceleración de la gravedad es una constante para dos masas que se encuentran en la misma localidad), podemos comparar indiferentemente masa o peso.

III. **EXPERIMENTOS**

Para los experimentos, anota los datos tanto en la hoja de tarea que se entregará al final de la práctica, como en las hojas de resultados. Tienes que hacer los cálculos de la propagación de las incertidumbres y entregar tus resultados en el próximo laboratorio.

INSTRUMENTOS y/o EQUIPOS

- * Balanza digital
- * Pie de rey o Calibrador Vernier
- * Regla o cinta métrica
- * Probeta graduada

MATERIALES

- * Alambre conductor
- * Cilindros metálicos pequeños
- * Arena gruesa lavada

Experimento 1

Determinación del diámetro de un alambre conductor.

- Se te proporciona una muestra. Tienes que realizar las mediciones solicitadas en la hoja de resultados.

Experimento 2

Determinación del volumen de un cilindro.

- Se te proporciona una muestra. Tienes que realizar las mediciones solicitadas en la hoja de resultados.

Experimento 3

Determinación la densidad de la arena gruesa.

- Se te proporciona una muestra. Tienes que realizar las mediciones solicitadas en la hoja de resultados.

NOTA: Es importante estimar las incertidumbres en todas las mediciones; para esto, cada integrante del grupo tendrá que repetir cada medición al menos dos veces, para luego calcular la media, la desviación estándar y la incertidumbre estándar. Al hacer las mediciones de un diámetro, por ejemplo, es necesario trabajar con zonas diferentes de la muestra para ver si existen variaciones en la pieza, las cuales producirían una incertidumbre de fluctuación.

IV. **CUESTIONARIO DE APLICACIÓN**

Será proporcionado el día de la práctica de laboratorio

V. **BIBLIOGRAFÍA**

- | | |
|-------------------------|---|
| ALVARENGA, Beatriz | "FÍSICA GENERAL" Edit. Harla, México D.F. 1981 |
| KRUGLAK K, H y MOORE J. | "MATEMÁTICAS APLICADAS A CIENCIA Y TECNOLOGÍA", Libros McGraw – Hill. Colombia 1972 |
| MEINERS, | "LABORATORY PHYSICS". John Wiley & Sons N.Y. |
| SERWAY, R.A. | "FÍSICA" Edit Interamericana, México D.F. 1985 |
| WILSON, J.D. | "FÍSICA CON APLICACIONES" Edit. Interamericana, México D.F. 1984 |

LABORATORIO N°2 CONOCIENDO EL DATA STUDIO Y EL GLX –XPLOER

I. OBJETIVOS

- Identificar las herramientas básicas del DataStudio (opciones de muestreo y presentación de datos).
- Aprender a calibrar y utilizar el sensor de movimiento.

II. INGRESO AL DATASTUDIO

- El DataStudio ofrece hasta 4 posibilidades de trabajar los datos a obtener. Selecciona la opción **Crear Experimento**, que será la que utilizamos en el laboratorio (Fig. 2.1). Progresivamente podrás ir explorando las otras opciones.

Ventana de bienvenida de DataStudio:

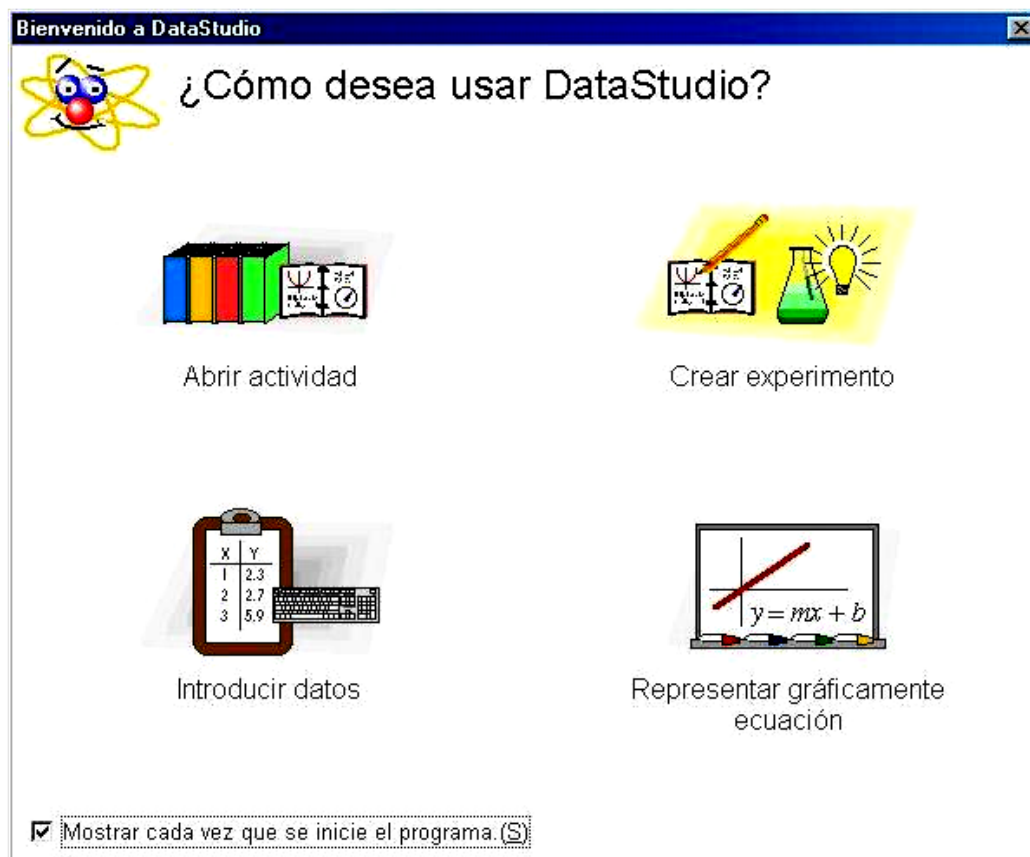


Fig 2.1 Creando un experimento en el DataStudio

Para realizar una experiencia nueva haga click con el mouse sobre el icono de fondo amarillo (Create Experiment).

En el laboratorio se utilizará el Data Studio usando como interfase al GLX Xplorer. Generalmente el software reconoce automáticamente al conectar el GLX Xplorer a la PC mediante el cable USB, pero si esto no sucede debes seleccionar el modelo adecuado en la ventana de **Configuración del experimento** (Fig 2.2) con el botón **Elija una interface**.

- El modelo de interfaz podrás visualizarlo en la ventana de **Configuración del experimento**.
- Fuera del laboratorio no podrás tomar datos, pero sí ver y procesar tus datos guardados. Por ejemplo, al ingresar al programa desde tu computadora, puedes elegir la opción **Abrir actividad** (Fig. 2.1) para abrir un archivo que hayas creado en el laboratorio.
- Es aconsejable que traigas un **USB** para que puedas llevarte tus resultados a casa. Al guardar tus resultados se grabarán en un solo archivo todos los juegos de datos y todas las ventanas que hayas abierto.

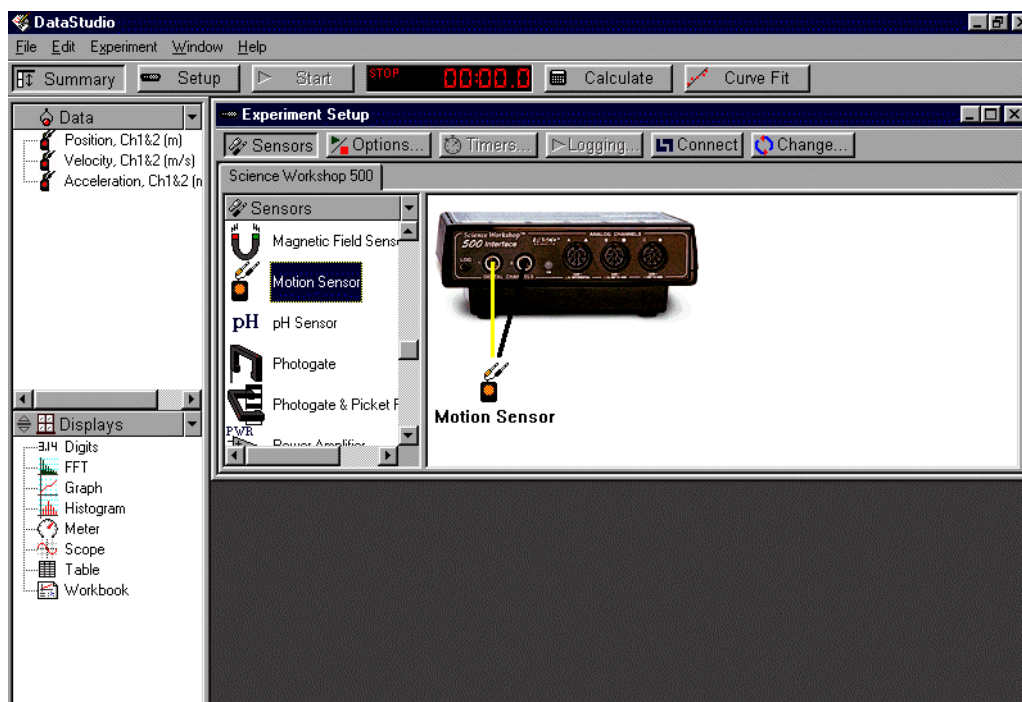


Fig 2.2 Ventanas principales del DataStudio

III. INGRESO AL GLX XPLORER

El Xplorer GLX es un equipo de adquisición de datos, gráficos y análisis diseñada para estudiantes y educadores de ciencias. El Xplorer GLX admite hasta cuatro sensores PASPORT simultáneamente, además de dos sensores de temperatura y un sensor de tensión conectadas directamente a los puertos correspondientes.

Opcionalmente, en los puertos USB del Xplorer GLX se puede conectar un ratón, un teclado o una impresora. El Xplorer GLX lleva un altavoz integrado para generar sonido y un puerto de salida de señal estéreo para conectar auriculares o altavoces amplificados.

El Xplorer GLX es un sistema informático de mano totalmente autónomo para las ciencias. También funciona como interfaz del sensor PASPORT cuando está conectado a un ordenador de sobremesa o portátil con software DataStudio.



Características principales

Toma datos directamente del medio a través de dispositivos electrónicos llamados sensores, lo cuales convierten parámetros medibles en variaciones de voltaje. Es capaz de registrar 250,000 datos por segundo, para cada sensor. Permite trabajar con 8 sensores simultáneamente. Cuenta con un teclado alfanumérico que permite editar los datos recogidos. Posee una memoria interna de almacenamiento de 11,5 MB, expandible mediante memoria USB externa. Posee un conjunto diversificado de herramientas computarizadas que facilitan el análisis de los datos recolectados. Puede conectarse a una PC, impresora, teclado y Mouse a través de un puerto USB. Posee una pantalla en escala de grises con resolución de 320 x 240.

Puesta en Marcha

El Xplorer GLX se encuentra dentro de un paquete completo (Kit de Xplorer GLX) que incluye la batería (F) y el adaptador de corriente a 220VCD, el cual debe ser conectado luego de haber instalado la batería en su interior, por ningún motivo debe conectarse a la red doméstica sin la batería.

Navegación

Antes de iniciar la navegación es necesario pulsar el botón de encendido que se encuentra en la parte inferior luego del teclado alfanumérico. La navegación se realiza a través de los botones de dirección, que permiten el desplazamiento por todas las opciones y pantallas que se muestran en el Xplorer GLX, el botón central se utiliza del mismo modo que la tecla Enter de una computadora y permite aceptar o rechazar cambios, seleccionar o deseleccionar, etc.

El Xplorer GLX tiene además un conjunto de botones de selección que permiten salir de pantalla, Sub pantalla o archivos, el botón Escape (ESC), borrar (X), tomar muestras de forma manual (Bandera), regresar a la pantalla principal (Casa) y una tecla central (PLAY) para iniciar y finalizar la toma de datos.

El Xplorer GLX posee también un teclado alfanumérico similar al de un teléfono celular que se emplea para introducir información textual como etiquetas o nombres para el guardado y cambio de nombre de archivos antes y durante la ejecución de los experimentos.

Operación del Xplorer GLX

Se inicializa mostrando una pantalla (Menú Principal) donde se observan todos los iconos necesarios para la configuración de experimentos y el análisis de fenómenos.

Para desplazarnos a través de las diferentes opciones de la pantalla se utilizan los botones de dirección.



IV. INSTALACIÓN Y CALIBRACIÓN DEL SENSOR DE MOVIMIENTO

El DataStudio/Xplorer GLX puede trabajar con sensores analógicos o digitales. En la pestaña **Añadir sensor o instrumento/Sensor** de la ventana de **Configuración del experimento**, puedes seleccionar la opción adecuada. También puedes hacer clic sobre la interfase en el canal apropiado.

La **CALIBRACIÓN** del sensor de movimiento consiste en hacer reflejar los pulsos de sonido sobre un objeto situado a una distancia conocida, llamada distancia de calibración (**distancia standard**, para el DataStudio). La computadora mide el tiempo de la ida y vuelta de los pulsos y, con la distancia de calibración dada, determina la velocidad del sonido.



Siguiendo las instrucciones de tu Docente se debe conseguir la calibración del sensor de movimiento.

LABORATORIO N°3 MOVIMIENTO UNIDIMENSIONAL

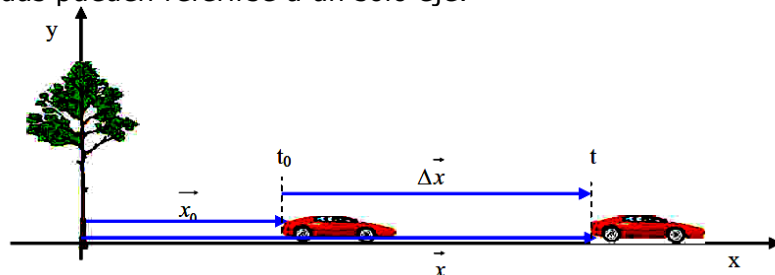
I. OBJETIVOS

- 1.1 Comprobar experimentalmente un movimiento unidimensional.
- 1.2 Determinar los valores de los parámetros involucrados en el movimiento a partir de la construcción de los gráficos correspondientes.

II. FUNDAMENTO TEORICO

Movimiento unidimensional:

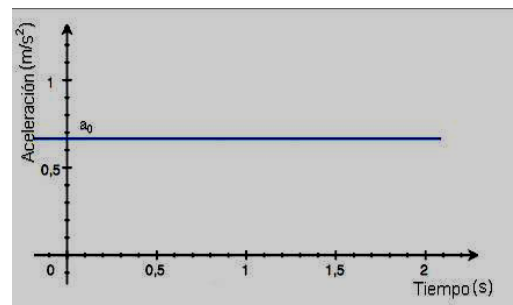
Tomemos el caso particular en el que el móvil viaja en trayectoria recta; en este caso, en todo momento los desplazamientos coincidirán con la trayectoria, y entonces las diferentes posiciones ocupadas pueden referirse a un solo eje.



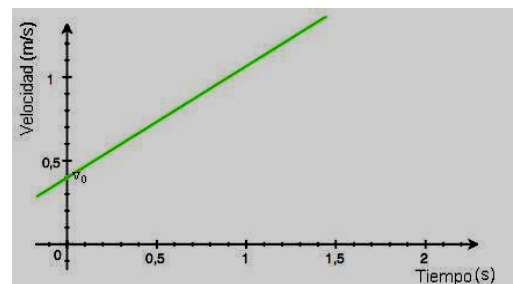
En este caso, los desplazamientos, las velocidades y las aceleraciones tendrán la misma dirección que el eje x , con sentido hacia el $+x$ o el $-x$, según sea. Podemos prescindir en la notación entonces de las flechas de vector, utilizando los signos algebraicos (+) y (-) para definir los sentidos.

MOVIMIENTO EN LÍNEA RECTA CON ACELERACIÓN CONSTANTE.

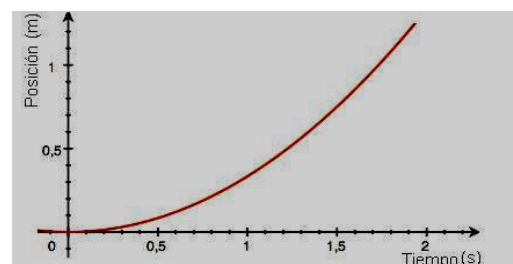
La aceleración del movimiento es constante. $a = cte$



La velocidad es directamente proporcional al tiempo empleado y a la aceleración



La posición está representada por una parábola



III. MATERIAL DIDÁCTICO

Para el desarrollo del tema, los alumnos utilizarán lo siguiente:

3.1 Instrumentos y/o equipos

PASPORT Xplorer GLX PS-2002

PASPORT Motion Sensor PS-2103 (regla de 1 m para su calibración)

3.2 MATERIALES

Carrito y carril

Balanza

Cuerda

Polea

Soporte universal

Portapesas, masas calibradas

IV. TÉCNICA OPERATORIA / PROCEDIMIENTO / RECOLECCIÓN DE DATOS / RESULTADOS

Ingresa al Data Studio y crea un experimento.

Conecta el sensor de movimiento a la interfase y calíbralo

Establece una **velocidad de muestreo** de 50 Hz para el sensor de movimiento.

Para este experimento estableceremos algunas **Opciones de muestreo**. Lo que buscamos es que la toma de datos se inicie cuando la distancia entre el sensor de movimiento y el móvil sea de 30 cm y que la grabación concluya cuando la distancia que separa a ambos objetos sea de 80 cm.

Encontrar las gráficas de:

- **posición versus tiempo** (x vs. t),
- **velocidad versus tiempo** (v vs. t) y
- **aceleración versus tiempo** (a vs. t).

Los tres gráficos no son independientes entre sí ya que la velocidad instantánea es la derivada de la posición y la aceleración instantánea es la derivada de la velocidad instantánea o la segunda derivada de la posición.

Recomendación: Para el informe de movimiento unidimensional no olvides guardar los resultados del experimento en tu disquete, es necesario e imprescindible contar con esos datos para la elaboración del informe



V. CUESTIONARIO DE APLICACIÓN

Será proporcionado el día de la práctica de laboratorio.

VI. BIBLIOGRAFÍA

ALVARENGA, Beatriz

KRUGLAK K, H y MOORE J.

MEINERS,

SERWAY, R.A.

WILSON, J.D.

"FÍSICA GENERAL" Edit. Harla, México D.F. 1981

"MATEMÁTICAS APLICADAS A CIENCIA Y TECNOLOGÍA",
Libros McGraw – Hill. Colombia 1972

"LABORATORY PHYSICS". John Wiley & Sons N.Y.

"FÍSICA" Edit Interamericana, México D.F. 1985

"FÍSICA CON APLICACIONES" Edit. Interamericana,
México D.F. 1984

LABORATORIO N°4 FUERZAS EN EQUILIBRIO

I. OBJETIVOS

- Verificar experimentalmente la primera condición de equilibrio.
- Determinar la masa de un objeto que está en equilibrio estático.

II. FUNDAMENTO TEÓRICO

Si un objeto está en reposo y la fuerza neta sobre el objeto es cero, el objeto está en equilibrio estático. Un ejemplo de equilibrio estático es un objeto en reposo sobre una mesa. La fuerza normal de la mesa equilibra la fuerza de la gravedad que tira hacia abajo sobre el objeto.

Un objeto colocado en un plano inclinado sin fricción aceleraría hacia abajo del plano debido a la componente de la fuerza de la gravedad que es paralela a la superficie del avión. La magnitud de la fuerza depende de la masa del objeto y el ángulo del plano inclinado.

Si el objeto es inmóvil en el plano inclinado debido a la tensión en una cadena, la tensión es igual a la magnitud de la fuerza que es paralela a la superficie del avión. Esta fuerza es $mg \sin \theta$.

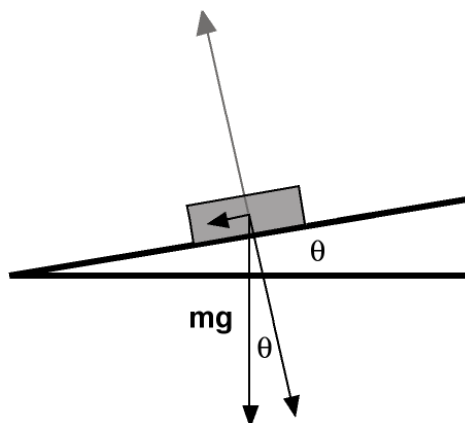


Fig. 1: Objeto inclinado

III. MATERIAL DIDÁCTICO

Para el desarrollo del tema, los alumnos utilizaran lo siguiente:

Equipos y Materiales	Código
PASPORT Xplorer GLX	PS-2002
Sensor de fuerza PASPORT	PS-2104
1,2 m PASCO track	
Gočár	ME-6951
Ampliación de la base y soporte de Rod	ME-9355
Soporte Universal con abrazadera de mesa	ME-9376B
Rod, 45 cm	ME-8736
Indicador del ángulo	ME-9495
Cadena trenzada Física	SE-8050

IV. TÉCNICA OPERATORIA / PROCEDIMIENTO / RECOLECCIÓN DE DATOS / RESULTADOS

Utilizar un sensor de fuerza para medir la tensión en una cuerda atada a la carreta que se encuentra en reposo sobre una pista inclinada. Utilice el Xplorer GLX para grabar y visualizar la tensión. Utilice la tensión y el ángulo de la pista para determinar la masa del carro.

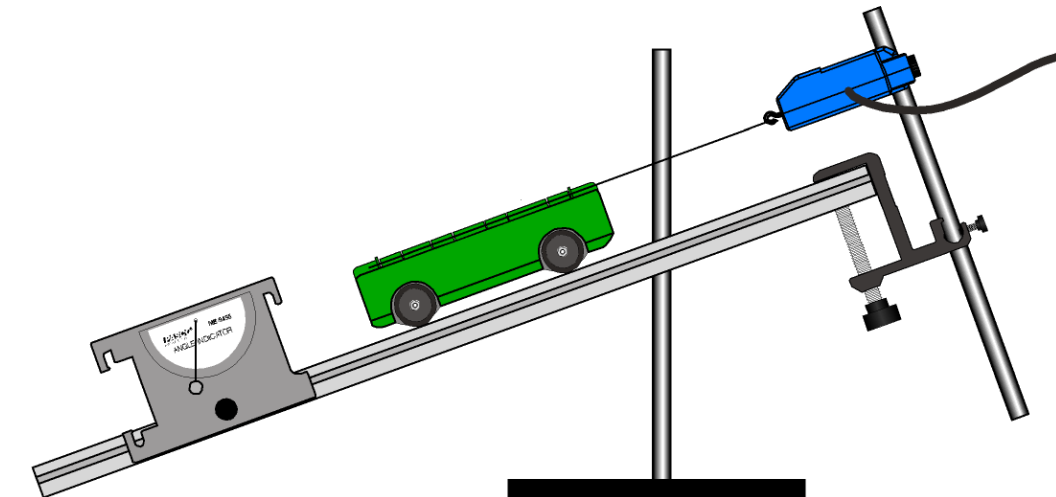





Fig. 2: Montaje del Equipo

1. Conectar el sensor de fuerza a un puerto del sensor en la parte superior de la GLX. Encienda el GLX.
 - La pantalla gráfica se abre con un gráfico de la fuerza en función del tiempo.
2. Establecer el sensor de fuerza para que envíe una señal positiva para un tirón. Pulse  para ir a la pantalla principal. Pulse F4 () para abrir la pantalla Sensores. Use las teclas de flecha del cursor para seleccionar 'Fuerza, empuje positivo'. Pulse Activar () para cambiar la selección de "visible" a "no visible". Mover a 'Fuerza, tiro positiva'. Pulse para cambiar la selección de "no visible" a "Visible". Pulse para volver a la pantalla principal.
3. Abra una información numérica. En la pantalla de inicio, seleccione el icono



de digital y presione  para activar su elección.

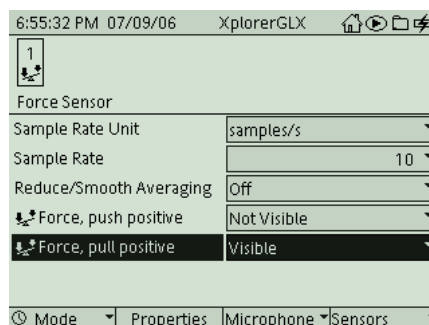




Fig. 3: Fuerza tiro positivo

- 4 Organizar la pista, el cuerpo, el sensor y el indicador de ángulo como se muestra en la figura.

V. **REGISTRO DE DATOS**

1. Con NO tensión en la cuerda, presione el botón ZERO en la parte superior del sensor de fuerza para poner a cero el sensor.
2. Registrar el ángulo de la pista.
3. Pulse Start () para iniciar la grabación de datos. Registrar la fuerza de la información numérica.
4. Después de grabar los datos, presione  para detener la grabación.

VI. **CUESTIONARIO DE APLICACIÓN**

Será proporcionado el día de la práctica de laboratorio

VII. **BIBLIOGRAFÍA**

- ALVARENGA, Beatriz "FÍSICA GENERAL" Edit. Harla, México D.F. 1981
- KRUGLAK K, H y MOORE J. "MATEMÁTICAS APLICADAS A CIENCIA Y TECNOLOGÍA", Libros McGraw – Hill. Colombia 1972
- MEINERS, "LABORATORY PHYSICS". John Wiley & Sons N.Y.
- SERWAY, R.A. "FÍSICA" Edit Interamericana, México D.F. 1985
- WILSON, J.D. "FÍSICA CON APLICACIONES" Edit. Interamericana, México D.F. 1984
- http://www.walter-fendt.de/ph6es/equilibriumforces_es.htm Animación acerca del equilibrio de un cuerpo apoyado
- <http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?topic=176.0> Simulación interactiva que muestra el comportamiento de un resorte sometido a deformaciones (en inglés).
- <https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/forces-1d> Página en español que contiene diversas simulaciones referidas a temas de física, entre ellas hay una sencilla que ilustra la Ley de Hooke.
- <https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/the-ramp> Apunte en formato pdf con explicaciones sobre un trabajo práctico aplicando la Ley de Hooke (en castellano).

LABORATORIO N°5 LEY DE HOOKE

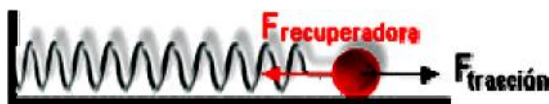
VIII. OBJETIVOS

- Verificar experimentalmente la ley de Hooke.
- Determinar la constante de elasticidad de un resorte aplicando dicha ley.

IX. FUNDAMENTO TEORICO

Si estiramos una bandita elástica, doblamos un fleje de acero o comprimimos un resorte con nuestras manos, sentiremos en cada uno de los casos una fuerza oponiéndose a nuestro movimiento, tanto mayor cuanto más grande sea la deformación provocada sobre el cuerpo, más, si insistimos en la compresión o estiramiento según sea el caso, las fuerzas con las que el cuerpo se opone resultarán vencidas y la deformación (o rotura) será permanente. Aquellos cuerpos que manifiestan este tipo de fuerzas, se denominan **cuerpos elásticos**, y su comportamiento obedece a la llamada **ley de Hooke**.

Supongamos que lo que tenemos es un resorte sujeto por uno de sus extremos, y tiramos por el otro cada vez con más fuerza; en oposición a nuestra fuerza F , aparecerá otra F' en sentido opuesto, ejercida por el resorte y llamada **fuerza elástica recuperadora**. Esta fuerza, propia del cuerpo, tiende a conservar la forma original; y equilibrará a F oponiéndose al estiramiento.



Si aumentamos el valor de F en el mismo sentido en que la estamos aplicando, el resorte se estirará un Δx , el valor de F' aumentará en consecuencia y se llegará a una nueva posición de equilibrio.

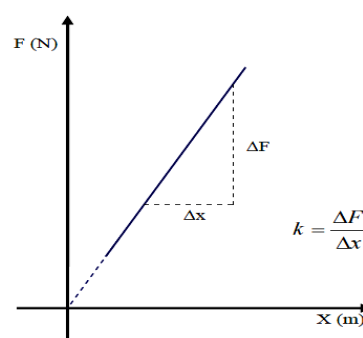
Se puede comprobar experimentalmente que, dentro de los límites elásticos del resorte, los valores de las fuerzas elásticas recuperadoras son directamente proporcionales a los estiramientos Δx .

Expresado más rigurosamente: $F = -k\Delta x$; siendo k una constante propia de cada cuerpo a la que llamamos **constante de elasticidad**.

Supongamos que estiramos el resorte deformándolo una longitud Δx_1 y nos detenemos allí. Obviamente,

para esa situación de equilibrio la fuerza elástica recuperadora será igual en módulo y dirección que la que nosotros realizamos. Si en esa situación podemos medir la fuerza hecha, conoceremos el valor de la fuerza elástica producida en esa situación. Repitiendo esto para distintos estiramientos y graficamos $f = f(x)$ la función obtenida será directa, y la pendiente de esta recta estará dada por la constante de elasticidad k .

Verificaremos esto experimentalmente estirando un resorte y midiendo las fuerzas junto con las deformaciones.



Gráfica de la fuerza en función de la deformación obtenida. La pendiente de la recta se corresponde con la constante de elasticidad del resorte.

X. MATERIAL DIDÁCTICO

Para el desarrollo del tema, los alumnos utilizarán lo siguiente:

3.1 Instrumentos y/o equipos

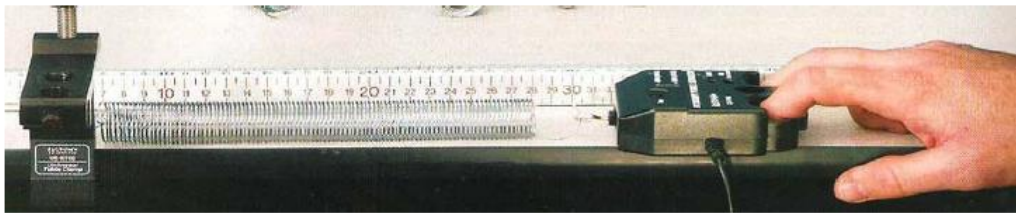
Xplorer GLX
Sensor Fuerza PS-2104

3.2 Materiales

- Resorte de expansión.
- Base Universal.
- Cinta métrica.

XI. TÉCNICA OPERATORIA / PROCEDIMIENTO / RECOLECCIÓN DE DATOS / RESULTADOS

- 1- Encontrará en su mesa de trabajo un equipo GLX conectado a un sensor de fuerza, un resorte de expansión y una cinta métrica. Proceda entonces a sujetar uno de los extremos del resorte al soporte fijo a la mesa, engancho del otro extremo el pitón abierto enroscado al GLX. Podrá tirar luego del sensor tal y como se muestra en la fotografía:



- 2- Procederemos ahora a configurar el GLX para tomar los valores uno a uno.
- 3- Mediante sucesivos estiramientos del resorte obtenga un total de diez valores en el gráfico.

XII. CUESTIONARIO DE APLICACIÓN

Será proporcionado el día de la práctica de laboratorio

XIII. BIBLIOGRAFÍA

- | | |
|-------------------------|---|
| ALVARENGA, Beatriz | "FÍSICA GENERAL" Edit. Harla, México D.F. 1981 |
| KRUGLAK K, H y MOORE J. | "MATEMÁTICAS APLICADAS A CIENCIA Y TECNOLOGÍA", Libros McGraw – Hill. Colombia 1972 |
| MEINERS, | "LABORATORY PHYSICS". John Wiley & Sons N.Y. |
| SERWAY, R.A. | "FÍSICA" Edit Interamericana, México D.F. 1985 |
| WILSON, J.D. | "FÍSICA CON APLICACIONES" Edit. Interamericana, México D.F. 1984 |

http://webphysics.davidson.edu/applets/animador4/demo_hook.html Animación acerca de la Ley de Hooke (en inglés).

<http://www.mhhe.com/physsci/physical/jones/ol14-1.htm> Simulación interactiva que muestra el comportamiento de un resorte sometido a deformaciones (en inglés).

http://ticat.ua.es/David-Harrison/index_spa.html Página en español que contiene diversas simulaciones referidas a temas de física, entre ellas hay una sencilla que ilustra la Ley de Hooke.

<http://www.FÍSICArecreativa.com/guias/hooke.pdf#search=%22ley%20de%20hooke%22> Apunte en formato pdf con explicaciones sobre un trabajo práctico aplicando la Ley de Hooke (en castellano).

LABORATORIO N°6 TRABAJO Y ENERGIA

I. OBJETIVOS

- Comparar el trabajo hecho en un carrito y su cambio en la energía cinética.
- Determinar la relación de trabajo y la variación en la energía

II. FUNDAMENTO TEORICO

Para un objeto con masa m , que experimenta una fuerza neta F_{net} en una distancia d es $W = F_{net}d$ paralela a la fuerza neta, la ecuación muestra el trabajo realizado, W .

Si el trabajo cambia la posición vertical del objeto, la energía potencial gravitatoria del objeto cambia. Sin embargo, si el trabajo sólo cambia la velocidad del objeto, la energía cinética del objeto, KE , cambia como se muestra en la segunda ecuación, donde W es el trabajo, v_f es la velocidad final del objeto y v_i es la velocidad inicial del objeto.

$$W = \Delta KE = KE_f - KE_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

III. MATERIAL DIDÁCTICO

3.1 Instrumentos y/o equipos

- Xplorer GLX
- Sensor Fuerza
- Sensor de Movimiento
- Carril de 1,2 m
- Carrito sin fricción

3.2 Materiales

- Balanza Digital.
- Cinta métrica.

IV. TÉCNICA OPERATORIA / PROCEDIMIENTO / RECOLECCIÓN DE DATOS / RESULTADOS

Use un sensor de fuerza para medir la fuerza aplicada a un carro por una cuerda atada a una masa descendente. Utilice el sensor de movimiento para medir el movimiento del carro, ya que es tirado por la cuerda. Utilice el Xplorer GLX para grabar y mostrar la fuerza y el movimiento. Determine el trabajo realizado en el sistema y la energía cinética final del sistema. Compare el trabajo realizado para la energía cinética final.

Procedimiento

1. Encienda el GLX y abra el archivo de configuración GLX titulado **work energy**. El archivo está configurado para medir la fuerza 50 veces por segundo (50 Hz) y medir el movimiento 20 veces por segundo (20 Hz). La pantalla de gráfico se abre con una gráfica de la posición (m) y tiempo (s). El archivo también tiene un segundo gráfico (Gráfico 2) de la Fuerza (N) frente a la posición (m).
2. Conecte el sensor de movimiento al sensor del puerto 1 en el GLX y conectar el sensor de fuerza al sensor de puerto 2.

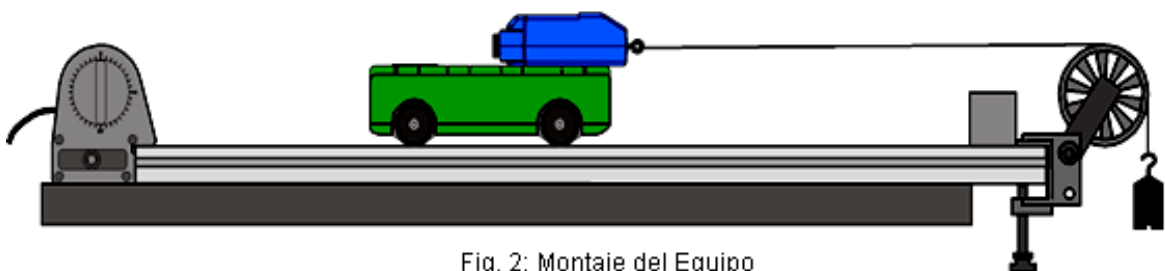




Fig. 2: Montaje del Equipo

Registro de Datos

- NOTA: El procedimiento es más fácil si todo el grupo participa en la experiencia tanto en el manejo de los equipos como de la toma de datos con el GLX - Xplorer.
- 3. Arrastrar el carro lejos de la polea hasta que la masa que cuelga esté justo debajo de la polea
- 4. De soporte del cable del sensor de Fuerza para que el carro pueda moverse libremente.
- 5. Pulse Inicio  para comenzar el registro de datos. Suelte el carro para que se mueva hacia la polea
- 6. Pulse  para detener la grabación de datos justo antes de que el carro llega a la polea
- NOTA: No permitas que el carro golpee la polea.

Análisis

Utilice la pantalla gráfica para examinar la Posición versus el tiempo y los datos de velocidad versus el tiempo. Utilice el segundo gráfico (Gráfico 2) para examinar la fuerza versus posición.

Registre sus resultados y responder a las preguntas en la sección Informe de Laboratorio

V. CUESTIONARIO DE APLICACIÓN

Será proporcionado el día de la práctica de laboratorio

VI. BIBLIOGRAFÍA

- ALVARENGA, Beatriz "FÍSICA GENERAL" Edit. Harla, México D.F. 1981
KRUGLAK K, H y MOORE J. "MATEMÁTICAS APLICADAS A CIENCIA Y TECNOLOGÍA", Libros McGraw - Hill. Colombia 1972
MEINERS, "LABORATORY PHYSICS". John Wiley & Sons N.Y.
SERWAY, R.A. "FÍSICA" Edit Interamericana, México D.F. 1985
WILSON, J.D. "FÍSICA CON APLICACIONES" Edit. Interamericana, México D.F. 1984

https://phet.colorado.edu/sims/html/energy-skate-park-basics/latest/energy-skate-park-basics_en.html

LABORATORIO N°7 CANTIDAD DE MOVIMIENTO E IMPULSO

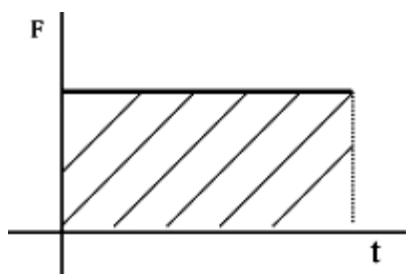
I. OBJETIVOS

- 1.1 Comprobar experimentalmente la cantidad de movimiento.
- 1.2 Determinar los valores de los parámetros indicados en el impulso y cantidad de movimiento a partir de la construcción de los gráficos correspondientes.

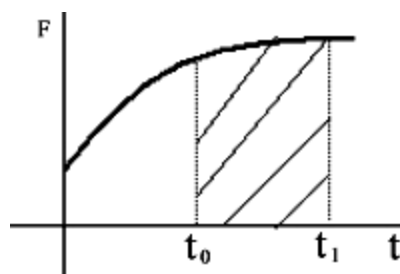
II. FUNDAMENTO TEORICO

Impulso

El impulso es el producto entre una fuerza y el tiempo durante el cual está aplicada. Es una magnitud vectorial. El módulo del impulso se representa como el área bajo la curva de la fuerza en el tiempo, por lo tanto si la fuerza es constante el impulso se calcula multiplicando la F por Δt , mientras que si no lo es se calcula integrando la fuerza entre los instantes de tiempo entre los que se quiera conocer el impulso.



$$J = \vec{F} \cdot \Delta t$$



$$J = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{(t)} \cdot dt$$

Cantidad de Movimiento

La cantidad de movimiento es el producto de la velocidad por la masa. La velocidad es un vector mientras que la masa es un escalar. Como resultado obtenemos un vector con la misma dirección y sentido que la velocidad. La cantidad de movimiento sirve, por ejemplo, para diferenciar dos cuerpos que tengan la misma velocidad, pero distinta masa. El de mayor masa, a la misma velocidad, tendrá mayor cantidad de movimiento.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

m = Masa

v = Velocidad (en forma vectorial)

p = Vector cantidad de movimiento

Relación entre Impulso y Cantidad de Movimiento

El impulso aplicado a un cuerpo es igual a la variación de la cantidad de movimiento, por lo cual el impulso también puede calcularse como:

$$J = \Delta p$$

Dado que el impulso es igual a la fuerza por el tiempo, una fuerza aplicada durante un tiempo provoca una determinada variación en la cantidad de movimiento, independientemente de su masa:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta p$$

III. MATERIAL DIDÁCTICO

Para el desarrollo del tema, los alumnos utilizarán lo siguiente:

3.1 Instrumentos y/o equipos

Equipo Requerido

Código

Sensor de fuerza	PS-2141
Sensor de movimiento	
Xplorer GLX	PS-2002
Resorte	

IV. TÉCNICA OPERATORIA Y ANÁLISIS DE DATOS

Procedimiento

1. instalar el impulse en el xplorer glx
2. verificar el funcionamiento de los sensores de fuerza y movimiento conectados
Establecer la frecuencia de muestreo la más alta posible.
3. proceder a realizar el experimento abandonando el carro sobre una pendiente y sobre el carril. La medición o toma de muestras solo funciona instantes antes del golpe e instantes después del mencionado golpe.

Análisis

1. Importar los datos con el DataStudio
2. Determinar en la tabla, las velocidades extremas y con ello calcular el cambio en la cantidad de movimiento.
3. Con el graficador del DataStudio halle el impulso definiendo el área bajo la gráfica
4. Compare los resultados, determine el porcentaje de error.

V. CUESTIONARIO DE APLICACIÓN

Será proporcionado el día de la práctica de laboratorio

VI. BIBLIOGRAFÍA

- ALVARENGA, Beatriz "FÍSICA GENERAL" Edit. Harla, México D.F. 1981
- KRUGLAK K, H y MOORE J. "MATEMÁTICAS APLICADAS A CIENCIA Y TECNOLOGÍA", Libros McGraw – Hill. Colombia 1972
- MEINERS, "LABORATORY PHYSICS". John Wiley & Sons N.Y.
- SERWAY, R.A. "FÍSICA" Edit Interamericana, México D.F. 1985
- WILSON, J.D. "FÍSICA CON APLICACIONES" Edit. Interamericana, México D.F. 1984.

www.pasco.com

UNIDADES, CANTIDADES FÍSICAS Y VECTORES

1



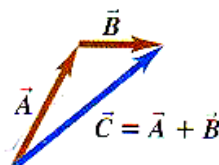
? Ser capaz de predecir la trayectoria de una tormenta eléctrica resulta esencial para reducir al mínimo los posibles daños a las propiedades y a las vidas humanas. Si la tormenta eléctrica se desplaza a 20 km/h en una dirección de 53° al noreste, ¿qué tan lejos hacia el norte se desplazará la tormenta eléctrica en una hora?

RESUMEN

Las cantidades físicas fundamentales de la mecánica son: masa, longitud y tiempo. Las unidades básicas correspondientes son el kilogramo, el metro y el segundo. Otras unidades para éstas cantidades, relacionadas por potencias de 10, se identifican agregando prefijos. Las unidades derivadas para otras cantidades físicas son productos o cocientes de las básicas. Las ecuaciones deben ser dimensionalmente congruentes. Sólo pueden sumarse dos términos si tienen las mismas unidades.

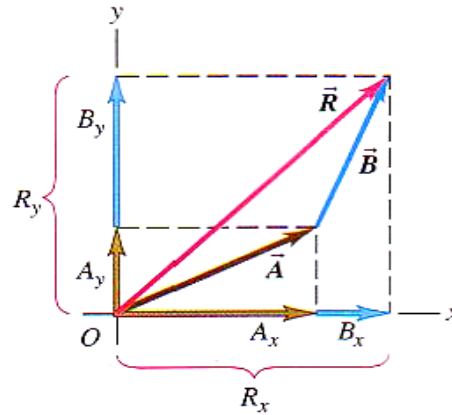
La exactitud de una medición puede indicarse con el número de cifras significativas o dando una incertidumbre. El resultado de un cálculo no suele tener más cifras significativas que los datos. Cuando solo disponemos de estimaciones burdas como datos, podemos estimar el orden de magnitud del resultado.

Las cantidades escalares son números y se componen con la aritmética usual. Las cantidades vectoriales tienen dirección y magnitud y se combinan según las reglas de la matemática vectorial. Gráficamente, dos vectores \vec{A} y \vec{B} se suman colocando la cola de \vec{B} en la punta de \vec{A} . El vector sumatoria $\vec{A} + \vec{B}$ se extiende desde la cola de \vec{A} hasta la punta de \vec{B} .



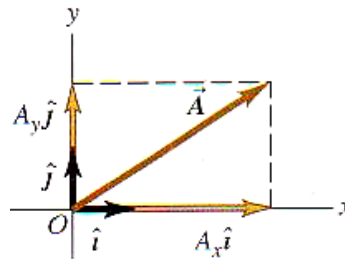
La suma vectorial puede efectuarse con componentes de vectores. La componente x del vector sumatoria $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ es la suma de las componentes x de \vec{A} y \vec{B} , las componentes y z se obtienen de forma análoga.

$$\begin{aligned} R_x &= A_x + B_x \\ R_y &= A_y + B_y \\ R_z &= A_z + B_z \\ R &= R_x + R_y + R_z \end{aligned}$$



Los vectores unitarios describen direcciones en el espacio y tienen magnitud de 1, sin unidades. Los vectores unitarios: $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, alineados con los ejes x, y y z de un sistema de coordenadas rectangular, tienen especial utilidad.

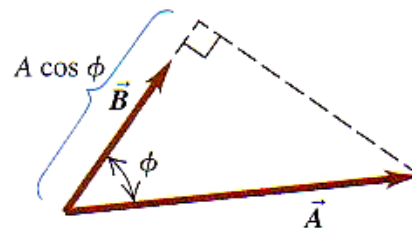
$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$



El producto escalar $C = \vec{A} \cdot \vec{B}$ de dos vectores \vec{A} y \vec{B} es una cantidad escalar, se puede expresar de dos maneras: en términos de las magnitudes de \vec{A} y \vec{B} y el ángulo ϕ que forman o en términos de las componentes de \vec{A} y \vec{B} . El producto escalar es conmutativo, para cualquier par de vectores \vec{A} y \vec{B} , $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$. El producto escalar de dos vectores perpendiculares es cero.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \phi$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$



El producto vectorial $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ de dos vectores \vec{A} y \vec{B} es otro vector \vec{C} , cuya magnitud depende de las magnitudes de \vec{A} y \vec{B} y el ángulo ϕ entre los dos vectores. La dirección de $\vec{A} \times \vec{B}$ es perpendicular al plano de los dos vectores multiplicados, según la regla de la mano derecha. Las componentes de $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ se pueden expresar en términos de las componentes de \vec{A} y \vec{B} . El producto vectorial no es conmutativo; el producto vectorial no es conmutativo; para cualquier par de vectores \vec{A} y \vec{B} , $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$. El producto vectorial de dos vectores paralelos o antiparalelos es cero.

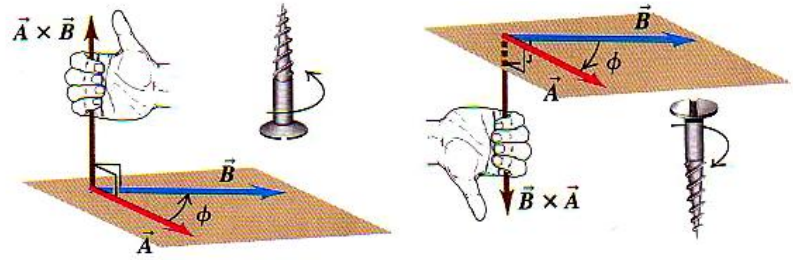


$$C = AB\sin\phi$$

$$C_x = A_y B_z - A_z B_y$$

$$C_y = A_z B_x - A_x B_z$$

$$C_z = A_x B_y - A_y B_x$$



CAPÍTULO 1

UNIDADES, CANTIDADES FÍSICAS Y VECTORES

1.1. CONSISTENCIA Y CONVERSIÓN DE UNIDADES

Usamos ecuaciones para expresar las relaciones entre cantidades físicas representadas por símbolos algebraicos. Cada símbolo denota siempre un número y una unidad. Por ejemplo, d podría representar una distancia de 10 m, t un tiempo de 5 s y v una rapidez de 2 m/s.

Toda ecuación debe ser dimensionalmente consistente. No podemos sumar manzanas y automóviles; sólo podemos sumar o igualar dos términos si tienen las mismas unidades.

La conversión de unidades es importante, pero también lo es saber cuándo se requiere. En general, lo mejor es usar las unidades SI fundamentales dentro de un problema, Si la respuesta se debe dar en otras unidades, espere hasta el final para efectuar la conversión.

1. Partiendo de la definición $1 \text{ pulg} = 2,54 \text{ cm}$, averigüe cuántos kilómetros hay en 1,00 milla.
2. Según la etiqueta de un frasco de aderezo para ensalada, el volumen del contenido es 0,473 litros (L) Use solo las conversiones $1 \text{ L} = 1 \text{ 000 cm}^3$ y $1 \text{ pulg} = 2,54 \text{ cm}$ para expresar dicho volumen en pulgadas cúbicas.
3. ¿Cuántos nanosegundos tarda la luz en viajar 1,00 km en el vacío?
4. La densidad del plomo es $11,3 \text{ g/cm}^3$. ¿Cuánto es esto en kilogramos por metro cúbico?
5. El Concorde es el avión comercial más rápido, con una velocidad de crucero de 1 450 mi/h (unas dos veces la velocidad del sonido, o Mach 2. a) Expresar la velocidad de crucero del Concorde en km/h. b) Exprésela en m/s.
6. La densidad del aceite es $0,92 \text{ g/cm}^3$. a) ¿Cuánto es esto en kg/m^3 ? b) ¿Cuánto es en lb/cm^3 ?
7. El consumo de gasolina de un automóvil es 15 km/L. ¿Cuánto es esto en mi/gal?
8. Un terreno rectangular mide 35,6 m por 24,2 m. a) Determine el área del terreno en pies cuadrados. b) ¿Cuál es el área en pulgadas cuadradas?
9. Se sabe que la rapidez del sonido en el aire es aproximadamente 340 m/s. a) ¿Cuánto es esto en km/h? b) ¿En pie/s?
10. La rapidez máxima un avión es de 2400 mi/h. a) ¿Cuál es la rapidez máxima en km/h? b) ¿En m/s?
11. ¿Cuántos microsegundos tarda la luz en viajar 1,00 m en el vacío?
12. Partiendo de la definición de $1 \text{ in} = 2,54 \text{ cm}$, averigüe cuántas millas hay en 1,00 km.
13. Una piscina rectangular de 10 m de ancho, 25 m de largo y 2 m de profundidad contiene agua hasta los tres cuartos de su volumen. a) ¿Cuántos litros son

necesarios para que la piscina esté completamente llena? b) ¿A cuántos galones equivalen la cantidad de agua que contiene la piscina?

14. Un salón de clases mide 40,0 m x 20,0 m x 12,0 m. ¿Cuál es el volumen del salón de clase en pies cúbicos?
15. Sobre una plancha metálica cuadrada de 200 cm² de área, se colocan 300 kg de una columna de mezcla de arena y cemento. Considerando que la aceleración de la gravedad es 9,8 m/s², calcule la presión que ejerce la mezcla en N/m², en lb/pie² y en atmósferas.

1.2. INCERTIDUMBRE Y CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Las mediciones siempre tienen incertidumbre. La incertidumbre también se llama error, porque indica la máxima diferencia probable entre el valor medido y el real. La incertidumbre o error de un valor medido depende de la técnica empleada.

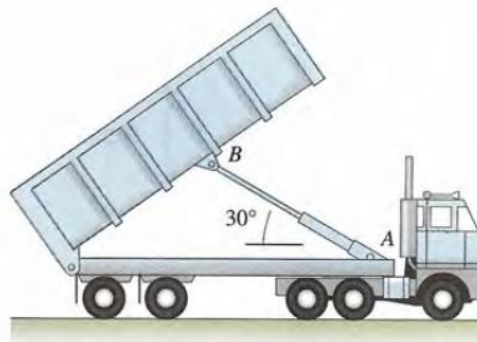
A menudo indicamos la exactitud de un valor medido escribiendo el número, el símbolo \pm y un segundo número que indica la incertidumbre (56,47 \pm 0,02 mm).

También podemos expresar la exactitud en términos del **error fraccionario o porcentaje de error** máximo probable (47 $\Omega \pm 10\%$)

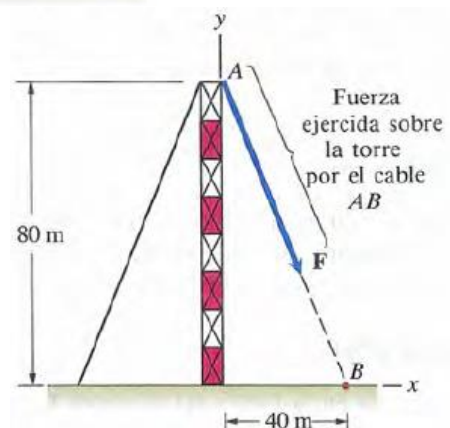
1.3. VECTORES Y SUMA DE VECTORES

1.3.1. COMPONENTES DE VECTORES Y RESULTANTE DE UN SISTEMA DE VECTORES EN DOS DIMENSIONES

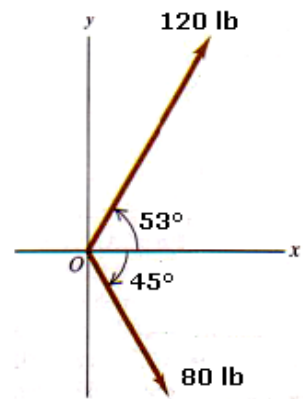
1. Muchos dispositivos mecánicos utilizan cilindros hidráulicos para transmitir fuerzas. La fuerza es ejercida por un líquido a presión (fluido hidráulico) que empuja un émbolo dentro del cilindro. El cilindro hidráulico AB de la figura ejerce una fuerza F de 2000 N sobre la caja del camión de volteo, en el punto B. Exprese F en términos de componentes.



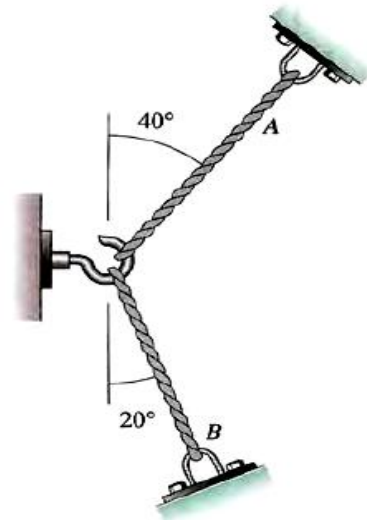
2. El cable entre los puntos A y B ejerce una fuerza F de 400 N sobre la parte superior de la torre de televisión mostrada. Separe F en sus componentes usando el sistema coordenado que se indica.



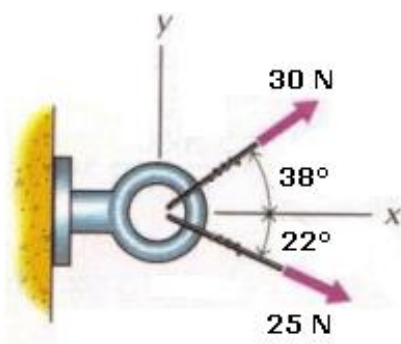
3. El vector \vec{A} tiene un módulo de 120 lb y está 53° sobre el eje x en el primer cuadrante. Del vector \vec{B} su módulo es 80 lb y está 45° bajo el eje x en el cuarto cuadrante. Obtenga la magnitud y dirección de:
- $\vec{A} + \vec{B}$
 - $\vec{A} - \vec{B}$
 - $\vec{B} - \vec{A}$
 - $2\vec{A} - 3\vec{B}$.



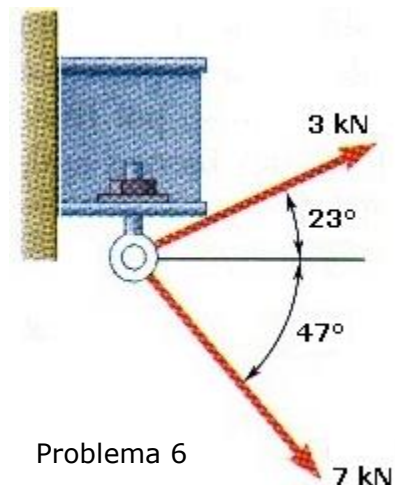
4. Los cables A y B de la figura ejercen fuerzas F_A y F_B sobre el gancho. La magnitud de F_A es de 100 N. La tensión en el cable B se ha ajustado para que la fuerza total $F_A + F_B$ sea perpendicular a la pared a la que está unido el gancho.
- ¿Cuál es la magnitud de F_B ?
 - ¿Cuál es la magnitud de la fuerza total ejercida por los dos cables sobre el gancho?



5. Determine el módulo de la resultante y el ángulo que forman la recta soporte de la resultante con el eje x

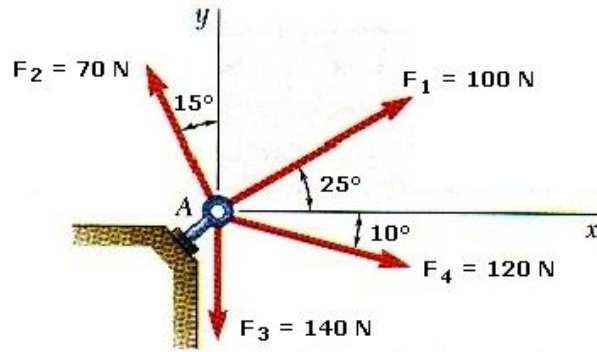


Problema 5

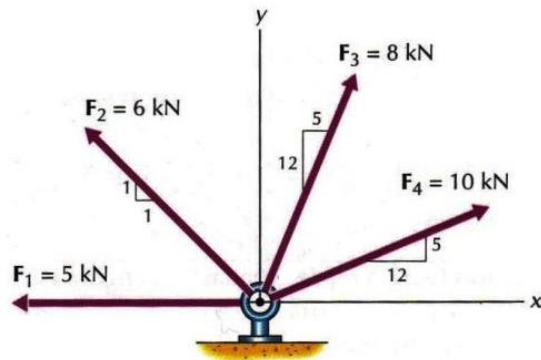


Problema 6

6. Dos fuerzas son aplicadas a una armella sujeta a una viga. Determine la magnitud y la dirección de su resultante.
7. Cuatro fuerzas actúan sobre un perno A como se muestra en la figura. Determine la resultante de las fuerzas sobre el perno.

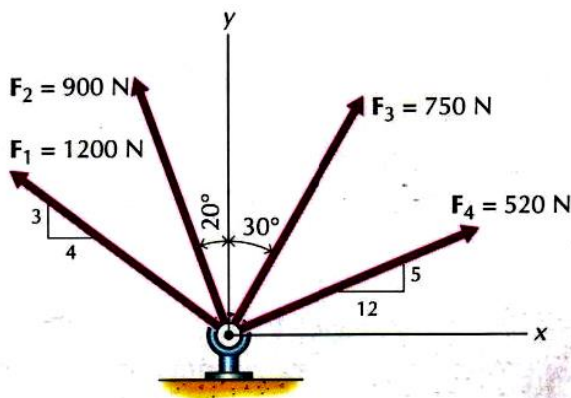


8. Determine la resultante de las cuatro fuerzas que se muestran en la figura, su magnitud y dirección.

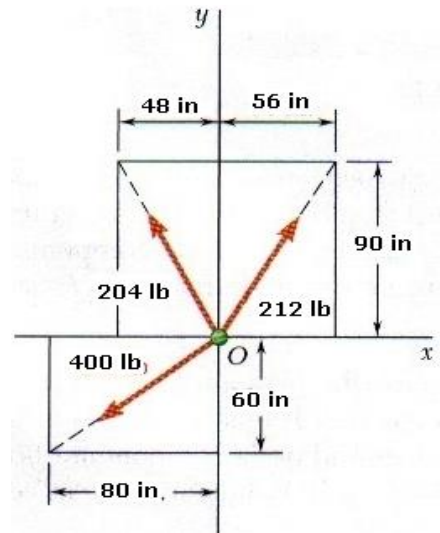


9. Determine la suma vectorial de las cuatro fuerzas, módulo y la dirección con el semieje x positivo

10. Determine la resultante y su dirección con el semieje x positivo.



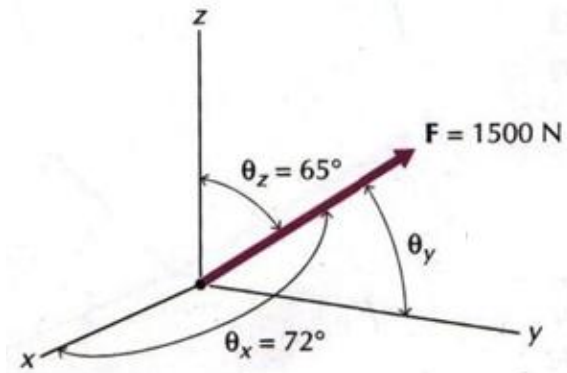
Problema 9



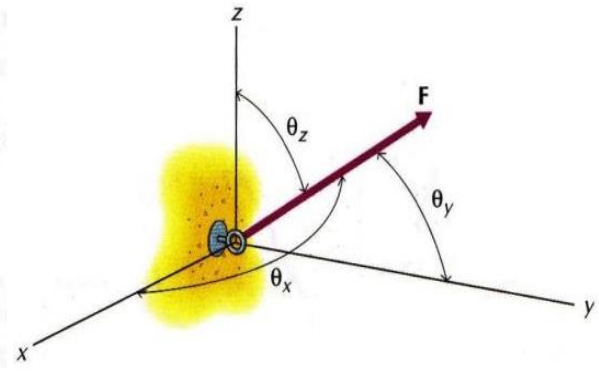
Problema 10

1.3.2. COMPONENTES DE VECTORES Y RESULTANTE DE UN SISTEMA DE VECTORES EN TRES DIMENSIONES

11. Se aplica una fuerza F a un punto de un cuerpo, tal como se indica en la figura. Determine las componentes escalares F_x , F_y , F_z de la fuerza y exprese la fuerza en forma vectorial cartesiana.



Problema 11

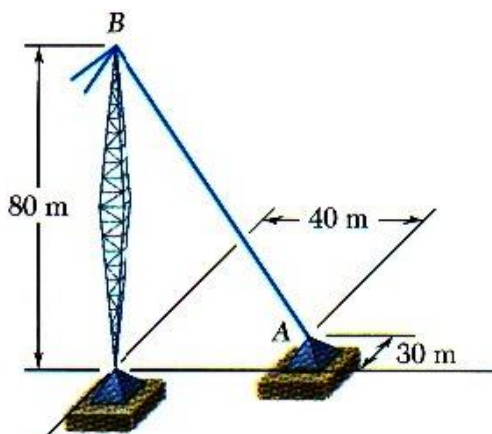


Problema 12

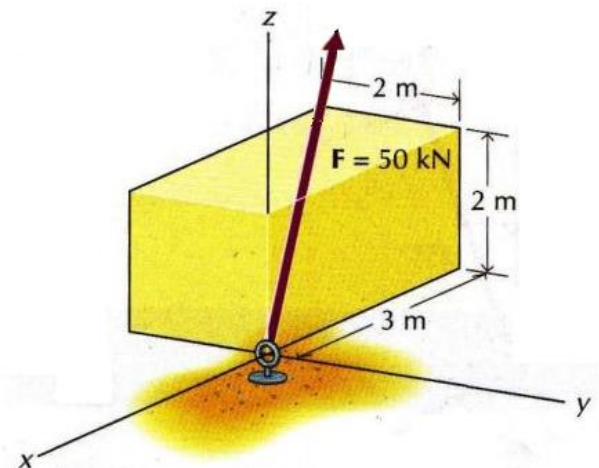
12. Se aplica una fuerza a un anclaje tal como se indica en la figura. Si $F = 10$ kN, $\theta_x = 60^\circ$, $\theta_z = 70^\circ$. Determine las componentes x , y y z de la fuerza. Exprese la fuerza en forma vectorial cartesiana.

13. El alambre de una torre está anclado en A por medio de un perno. La tensión en el alambre es de 2 500 N. Determine a) las componentes F_x , F_y y F_z de la fuerza que actúa sobre el perno y b) los ángulos θ_x , θ_y , θ_z que definen la dirección de la fuerza.

14. Se aplica una fuerza F a un punto de un cuerpo en la forma indicada en la figura. Determine: a) Los ángulos θ_x , θ_y , θ_z . b) Las componentes escalares x , y , z de la fuerza.

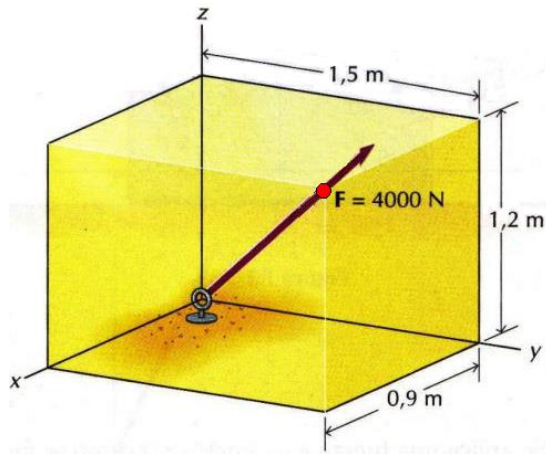


Problema 13

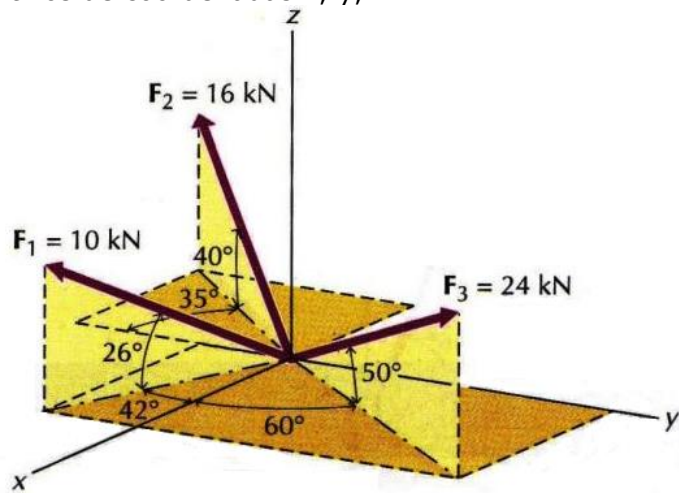


Problema 14

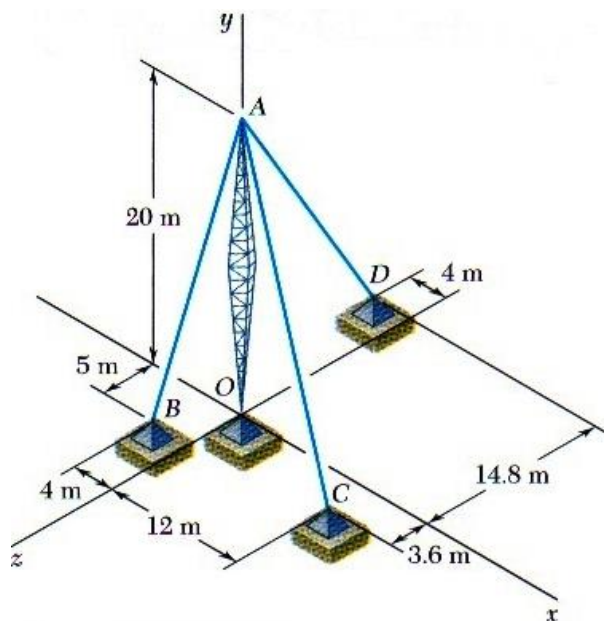
15. Se aplica una fuerza F a un punto de un cuerpo en la forma indicada en la figura. Determine: a) Los ángulos θ_x , θ_y , θ_z . b) Las componentes escalares x , y , z de la fuerza



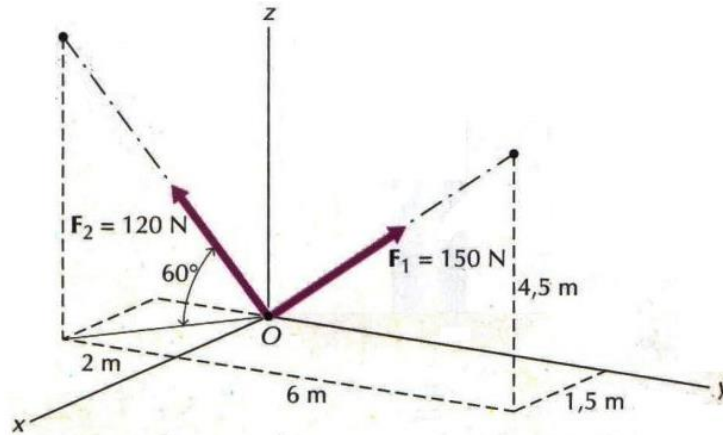
16. Determine el módulo R de la resultante de las tres fuerzas representadas en la figura y los ángulos θ_x , θ_y , θ_z que forma la recta soporte de la resultante con los semiejes positivos de coordenadas x , y , z .



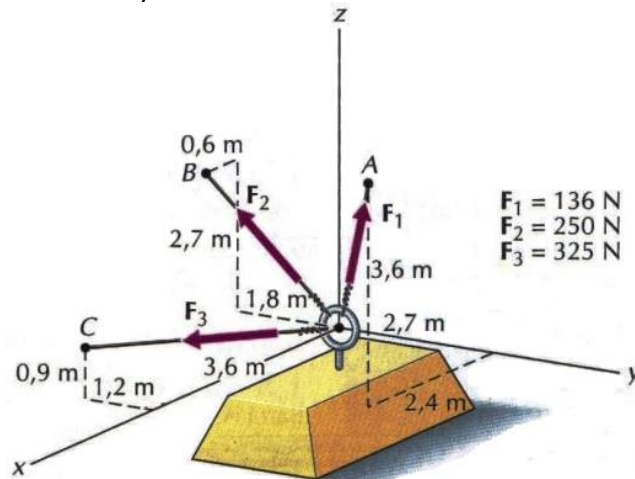
17. La tensión en las cuerdas $AB = 120 \text{ N}$; $AC = 240 \text{ N}$ y $AD = 160 \text{ N}$, obtenga la resultante de las tres fuerzas que actúan en el punto A y su dirección con cada eje coordenado.



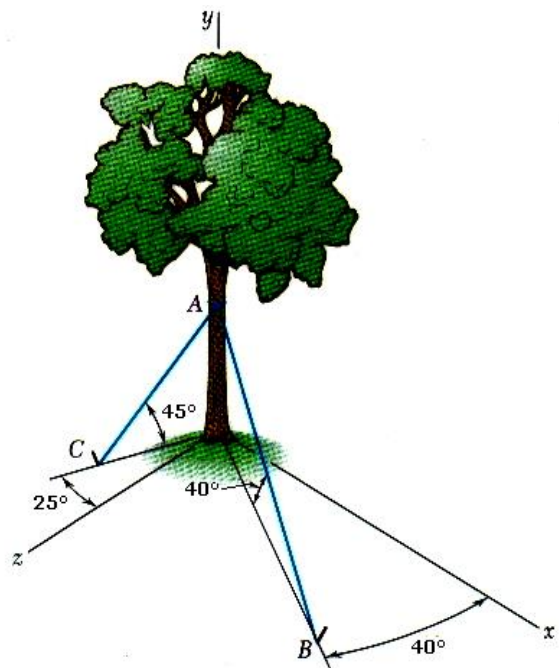
18. A un punto de un cuerpo se aplican dos fuerzas en la forma que se indica en la figura. Determinar el módulo, dirección y sentido (ángulos θ_x , θ_y , θ_z) de la resultante R de las dos fuerzas.



19. Al bloque de anclaje de la figura se aplican tres fuerzas mediante cables. Determine el módulo y dirección de la resultante de las tres fuerzas.

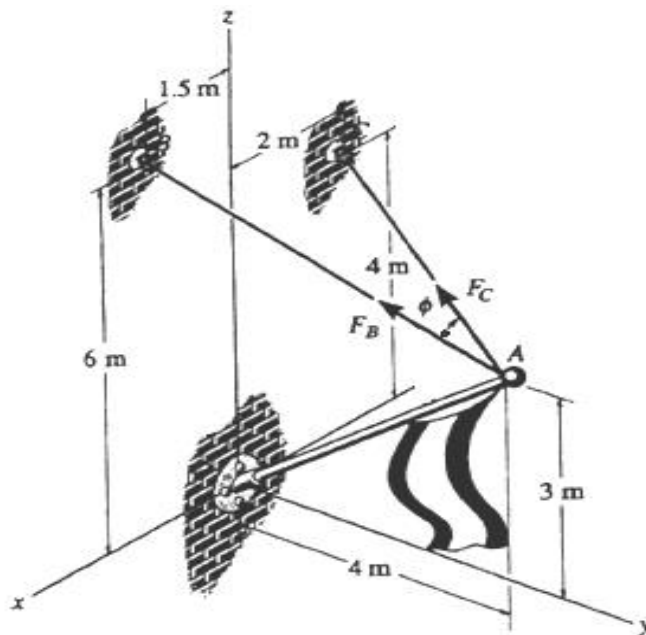


20. Para estabilizar un árbol arrancado parcialmente durante una tormenta, se le amarran los cables AB y AC a la parte alta del tronco y después se fijan a barras de acero clavadas en el suelo. Si la tensión en el cable AB es 950 lb, determine: a) las componentes de la fuerza ejercida por este cable sobre el árbol. b) Los ángulos directores que forma la fuerza con los ejes paralelos a los ejes coordenados. Si la tensión en el cable AC es 810 lb, determine c) las componentes de la fuerza ejercida por este cable sobre el árbol. d) Los ángulos directores que forma la fuerza con los ejes paralelos a los ejes coordenados. e) Encuentre la resultante suma de ambos vectores y su dirección con cada eje paralelo a los ejes coordenados.

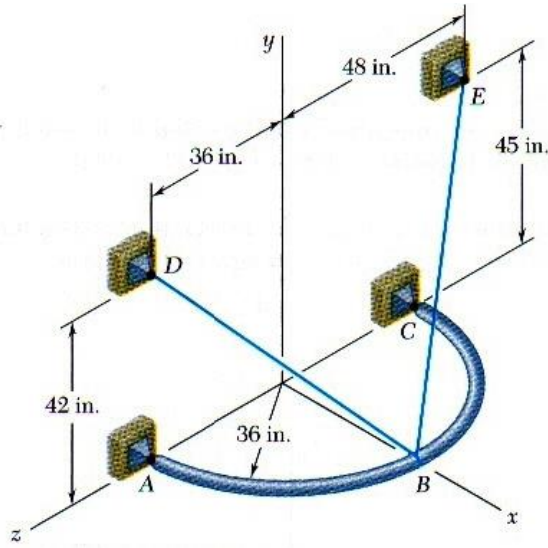


1.3.3. PRODUCTOS DE VECTORES

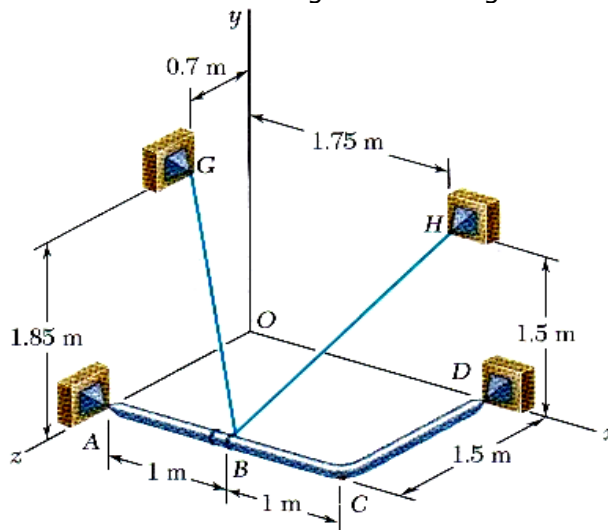
- 21.** Dado los vectores: $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$; $\vec{b} = 5\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ y \vec{c} vector que une $P_1(3; 4; 5)$ con $P_2(3; 3; 6)$. Determine a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; b) $\vec{b} \cdot \vec{c}$; c) $\vec{c} \cdot \vec{a}$
- 22.** Sean los vectores: $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$; $\vec{b} = -2\hat{i} - 2\hat{j} + n\hat{k}$ determine el valor de n de tal forma que los dos vectores sean ortogonales.
- 23.** Dos vectores \vec{A} y \vec{B} tienen magnitudes $A = 3$ y $B = 3$. Su producto cruz es $\vec{A} \times \vec{B} = 2\hat{i} - 5\hat{k}$. ¿Qué ángulo forman \vec{A} y \vec{B} ?
- 24.** Halle el vector unitario perpendicular a los vectores $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ y $\vec{b} = -\hat{i} - 2\hat{k}$.
- 25.** Siendo $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$ y $\vec{c} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$, determine:
- | | | |
|---|--|---|
| a) $\vec{a} \times \vec{b}$ | b) $\vec{b} \times \vec{c}$ | c) $\vec{c} \times \vec{a}$ |
| d) $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})$ | e) $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ | f) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ |
| g) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ | h) $\vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$ | i) $\vec{c} \times (\vec{a} - \vec{b})$ |
- 26.** Dados los vectores $\vec{A} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ y $\vec{B} = 3\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$. Determine el ángulo que forman ambos vectores aplicando: el producto escalar y luego aplicando el producto vectorial.
- 27.** En la figura mostrada determine la magnitud del ángulo que forman F_B y F_C .



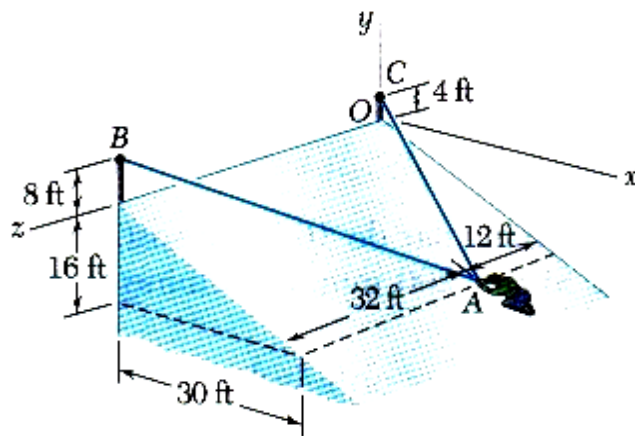
28. En la figura mostrada determine la magnitud del ángulo DBE



29. En la figura mostrada determine la magnitud del ángulo GBH



30. En la figura mostrada determine la magnitud del ángulo BAC.



MOVIMIENTO RECTILÍNEO

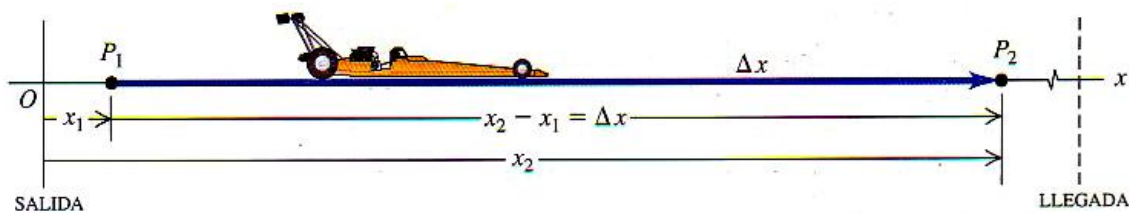
2



? Un saltador de *bungee* acelera durante la primera parte de su caída, luego se detiene lentamente conforme la cuerda del *bungee* se estira y se pone tensa. ¿Es correcto decir que el saltador está *acelerando* conforme reduce su velocidad durante la parte final de su caída?

RESUMEN

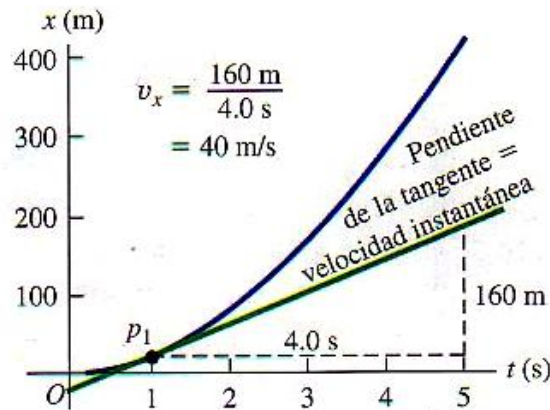
Cuando una partícula se mueve en línea recta, describimos su posición respecto al origen O mediante una coordenada como x . La velocidad media de la partícula, V , durante un intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$, es igual a su desplazamiento $\Delta x = x_2 - x_1$ dividido entre Δt .



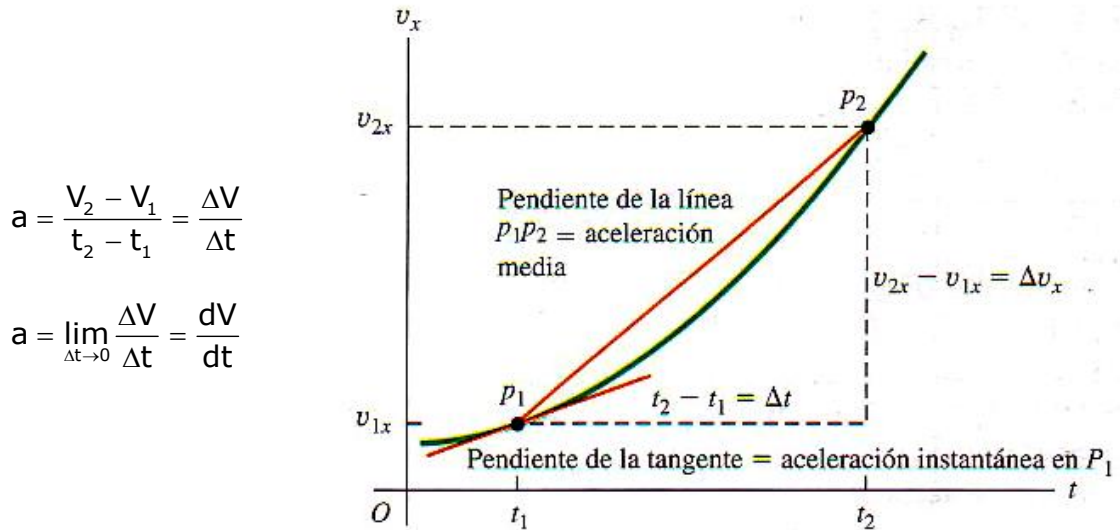
$$V = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La velocidad instantánea V en cualquier instante t es igual a la velocidad media en el intervalo de tiempo de t a $t + \Delta t$ en el límite cuando Δt se aproxima a cero. De manera equivalente v es la derivada de la función de la posición respecto al tiempo.

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$



La aceleración media a durante un intervalo Δt es igual al cambio de velocidad $\Delta V = V_2 - V_1$ durante ese lapso dividido entre Δt . La aceleración instantánea a es el límite de a media cuando Δt se aproxima a cero, o la derivada de v respecto a t .



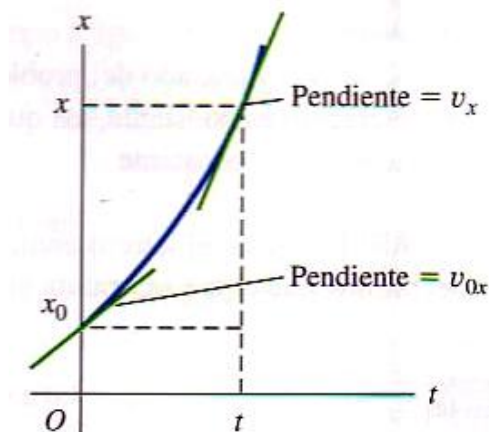
Cuando la aceleración es constante, cuatro ecuaciones relacionan la posición x y la velocidad v en cualquier instante t con la posición inicial x_0 , la velocidad inicial v_0 (ambas en $t = 0$) y la aceleración a .

$$V_f = V_o + a\Delta t$$

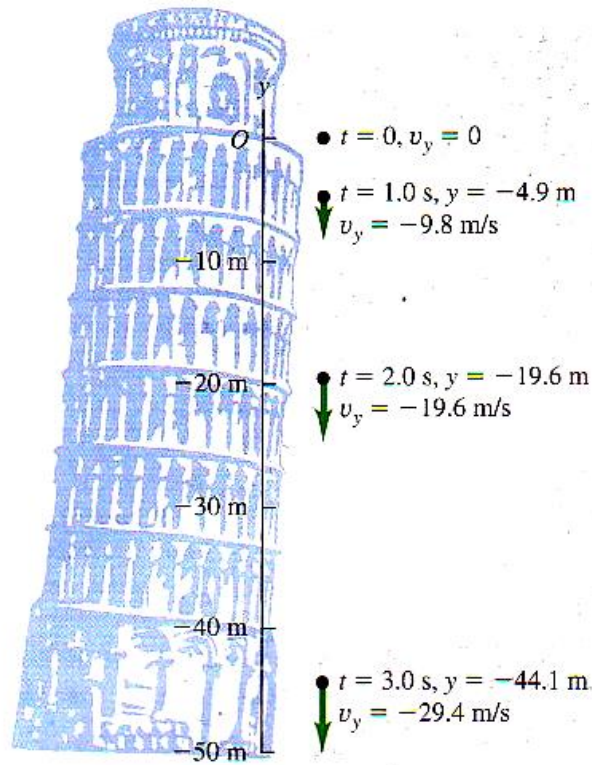
$$x_f = x_o + V_o\Delta t + \frac{1}{2} a\Delta t^2$$

$$V_f^2 = V_o^2 + 2a\Delta x$$

$$\Delta x = \left(\frac{V_f + V_o}{2} \right) \Delta t$$



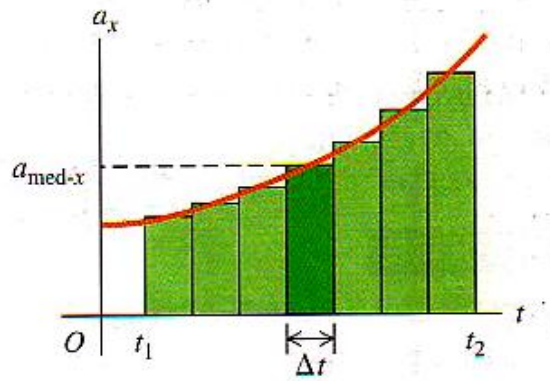
La caída libre es un caso del movimiento con aceleración constante. La magnitud de la aceleración debido a la gravedad es una cantidad positiva g . La aceleración de un cuerpo en caída libre siempre es hacia abajo.



Cuando la aceleración no es constante, sino una función conocida del tiempo, podemos obtener la posición y la velocidad en función del tiempo integrando la función de la aceleración.

$$V_f = V_o + \int_0^t a dt$$

$$x_f = x_o + \int_0^t v dt$$



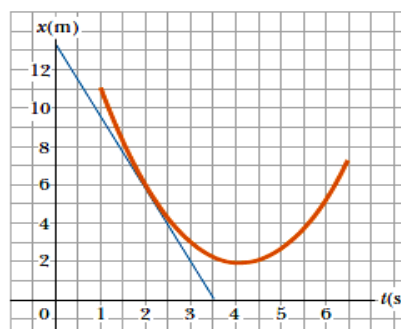
CAPÍTULO 2 MOVIMIENTO EN LÍNEA RECTA

2.1 DESPLAZAMIENTO, TIEMPO Y VELOCIDAD MEDIA

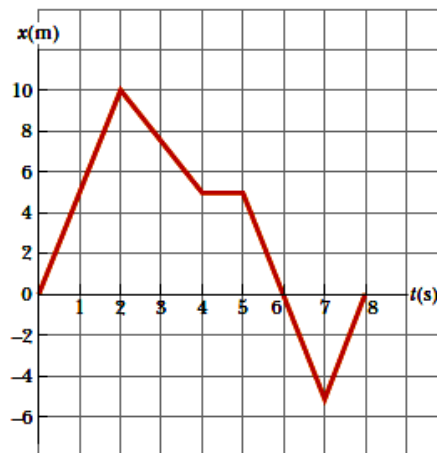
1. Suponga que normalmente conduce por la autopista que va de Huancayo y Jauja con rapidez media de 105 km/h y el viaje le toma 2 h y 20 min. Sin embargo, un viernes en la tarde el tráfico le obliga a conducir la misma distancia con una rapidez media de solo 70 km/h. ¿cuánto tiempo más tardará el viaje?
2. Los sismos producen varios tipos de ondas de choque. Las más conocidas son las ondas P (primarias o de presión) y las ondas S (secundarias o de corte). En la corteza terrestre, las ondas P viajan a cerca de 6,5 km/s mientras que las S lo hacen a unos 3,5 km/s. Las rapidezces reales varían dependiendo del tipo de material que atraviesan. La diferencia de tiempo entre la llegada de estos dos tipos de ondas en una estación de registro sísmico revela a los geólogos la distancia a la que se produjo el sismo. Si el retraso es de 33 s. ¿A qué distancia de la estación sísmica se produjo el sismo?
3. Un Honda Civic viaja en línea recta en carretera. Su distancia x de un letrero de alto está dada en función de t por: $x(t) = at^2 - \beta t^3$, donde $a = 1,50 \text{ m/s}^2$ y $\beta = 0,05 \text{ m/s}^3$. Calcule la velocidad media del auto para los intervalos:
 - a) $t = 0$ a $t = 2 \text{ s}$
 - b) $t = 1 \text{ s}$ a $t = 5 \text{ s}$
 - c) $t = 2 \text{ s}$ a $t = 4 \text{ s}$.

2.2 VELOCIDAD INSTANTÁNEA

4. Un auto está parado ante un semáforo. Después viaja en línea recta y su distancia respecto al semáforo está dada por $x(t) = bt^2 - ct^3$, Donde $b = 2,40 \text{ m/s}^2$ y $c = 0,120 \text{ m/s}^3$,
 - a) Calcule la velocidad instantánea en: i) $t = 0$; ii) $t = 5 \text{ s}$; iii) $t = 10,0 \text{ s}$.
 - b) ¿Cuánto tiempo después de arrancar vuelve a estar parado el auto?
5. La posición de una partícula que se mueve a lo largo del eje x varía en el tiempo de acuerdo a la expresión $x = 3t^2$, donde x está en metros y t en segundos. Evalúe su velocidad en $t = 3 \text{ s}$
6. En la figura se ilustra una gráfica de posición-tiempo para una partícula que se mueve a lo largo del eje x .
 - a) Encuentre la velocidad promedio en el intervalo $t = 1,50 \text{ s}$ a $t = 4,00 \text{ s}$.
 - b) Determine la velocidad instantánea en $t = 2 \text{ s}$ al medir la pendiente de la tangente que se ve en la gráfica.
 - c) ¿En qué valor de t es cero la velocidad?



7. Encuentre la velocidad instantánea de la partícula descrita en la figura, en los siguientes tiempos: a) $t = 1$ s; b) $t = 3$ s; c) $t = 4,5$ s y d) $t = 7,5$ s.

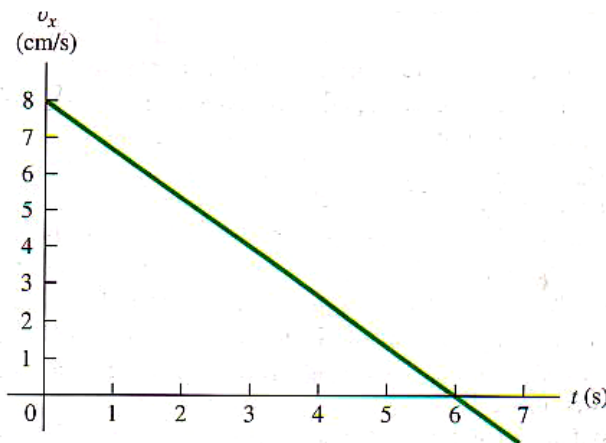


2.3 ACELERACIÓN MEDIA E INSTANTÁNEA

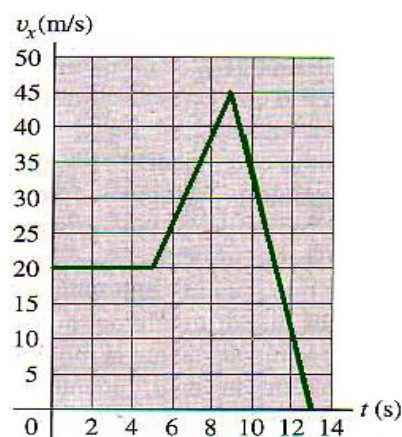
8. Una persona que se asoma por la ventana de un edificio alto de oficinas observa lo que sospecha es un OVNI. La persona registra la posición del objeto en función del tiempo y determina que está dada por $\vec{r}(t) = -(5,0 \text{ m/s})t\hat{i} + (10,0 \text{ m/s})t\hat{j} + [(7,0 \text{ m/s})t - (3,0 \text{ m/s}^2)t^2]\hat{k}$.
- Obtenga los vectores de: desplazamiento, velocidad y aceleración del objeto en $t = 5,0$ s
 - ¿Hay algún tiempo en que la velocidad del objeto sea cero?
 - ¿La aceleración del objeto es constante o cambia con el tiempo?
9. La velocidad de un auto en función del tiempo está dada por $v_x(t) = \alpha + \beta t$, donde $\alpha = 3,00$ m/s y $\beta = 0,10$ m/s.
- Calcule la aceleración media entre $t = 0$ y $t = 5$ s
 - Calcule la aceleración instantánea en $t = 0$ y $t = 5$ s
10. La posición del frente de un auto de pruebas controlado por microprocesador está dada por: $x(t) = 2,17 \text{ m} + (4,80 \text{ m/s}^2)t^2 - (0,100 \text{ m/s}^6)t^6$. Obtenga su posición y aceleración en los instantes en que tiene velocidad cero
11. La posición de una partícula que se mueve sobre el eje OX de un sistema de coordenadas está dada por: $x(t) = 1 + 8t - 2t^2$, donde la posición está en metros y el tiempo en segundos. Determine
- La velocidad en $t = 5$ s.
 - La aceleración en $t = 2$ s.
 - El instante en que la partícula cambia su sentido de movimiento.
 - El desplazamiento de la partícula entre $t = 0$ y $t = 4$ s.
 - El espacio recorrido entre $t = 0$ y $t = 4$ s.
12. Una partícula se mueve a lo largo del eje OX de un sistema de coordenadas con aceleración constante. En el instante inicial pasa por la posición $x(0) = -10$ m con una velocidad $v_{(0)} = -20 \text{ ms}^{-1}$ y en $t = 3$ s su posición es $x_{(3)} = -52$ m. Determine:
- La posición de la partícula en función del tiempo $x(t)$.
 - El espacio recorrido por la partícula entre $t = 3$ s y $t = 6$ s.
 - La velocidad media entre $t = 4$ s y $t = 7$ s.
 - Los intervalos de tiempo en que la partícula se aleja del origen.

2.4 MOVIMIENTO CON ACELERACIÓN CONSTANTE

- 13.** La catapulta del portaaviones *USS Abraham Lincoln* acelera un *Jet* de combate F/A – 18 Hornet desde el reposo a una rapidez de despegue de 173 mi/h en una distancia de 307 ft .Suponga aceleración constante.
- Calcule la aceleración del avión en m/s^2 .
 - Calcule el tiempo necesario para acelerar el avión hasta la rapidez de despegue.
- 14.** Un gato camina en línea recta en lo que llamaremos eje x con la dirección positiva a la derecha. Usted que es un físico observador, efectúa mediciones del movimiento del gato y construye una gráfica de la velocidad del felino en función del tiempo.
- Determine la velocidad del gato en $t = 4 \text{ s}$ y en $t = 7 \text{ s}$.
 - ¿Qué aceleración tiene un gato en $t = 3 \text{ s}$? ¿En $t = 6 \text{ s}$? ¿En $t = 7 \text{ s}$?
 - ¿Qué distancia cubre el gato durante los primeros 4,5 s? ¿Entre $t = 0$ y $t = 7,5 \text{ s}$?



- 15.** La gráfica muestra la velocidad de un policía en motocicleta en función del tiempo. Calcule la aceleración instantánea en $t = 3 \text{ s}$, $t = 7 \text{ s}$ y $t = 11 \text{ s}$ ¿Qué distancia cubre el policía en los primeros 5 s; en los primeros 9 s y en los primeros 13 s?



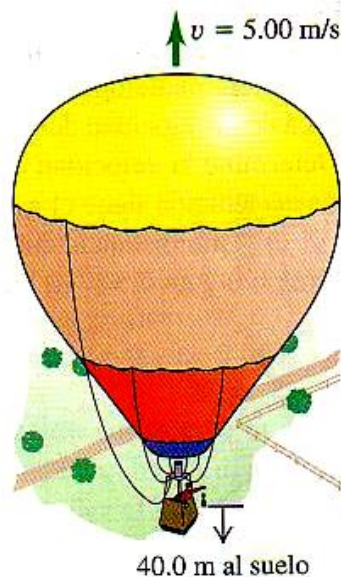
- 16.** Un tren subterráneo en reposo parte de una estación y acelera a $1,6 \text{ m/s}^2$ durante 14 s, viaja con rapidez constante 70 s y frena a $3,5 \text{ m/s}^2$ hasta parar en la siguiente estación. Calcule la distancia total cubierta.
- 17.** En el instante en que un semáforo se pone en luz verde, un auto que esperaba en el cruce arranca con aceleración constante de $3,20 \text{ m/s}^2$. En el mismo

instante, un camión que viaja con rapidez constante de 20 m/s alcanza y pasa el auto.

- ¿A qué distancia de su punto de partida el auto alcanza al camión?
- ¿Qué rapidez tiene el auto en ese momento?

2.5 CUERPOS EN CAIDA LIBRE

- Si una pulga puede saltar 0,44 m hacia arriba ¿Qué rapidez tiene al separarse del suelo? ¿Cuánto tiempo está en el aire?
- Se deja caer un ladrillo desde la azotea de un edificio. El ladrillo choca con el piso en 2,5 s. Se puede despreciar la resistencia del aire, así que el ladrillo está en caída libre.
 - ¿Qué altura (en m) tiene el edificio?
 - ¿Qué magnitud tiene la velocidad del ladrillo justo antes de llegar al suelo?
- El tripulante de un globo aerostático, que sube verticalmente con velocidad constante de magnitud de 5 m/s, suelta un saco de arena cuando el globo está 40 m sobre el suelo. El saco está en caída libre.
 - Calcule la posición y la velocidad del saco a 0,25 s y 1 s después de soltarse.
 - ¿Cuánto tardara el saco en chocar con el suelo?
 - ¿Con qué rapidez chocara?
 - ¿Qué altura máxima alcanzará el saco sobre el suelo?

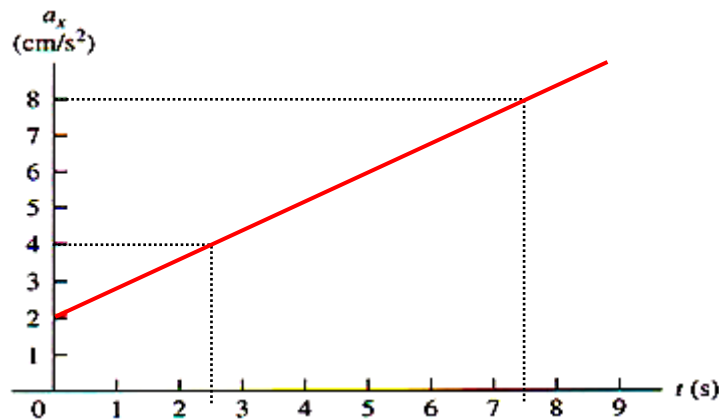


- Se lanza un huevo casi verticalmente hacia arriba desde un punto cerca de la cornisa de un edificio alto; al bajar, apenas libra la cornisa y pasa por un punto 50 m bajo un punto de partida 5 s después de abandonar la mano que lo lanzó. Puede despreciarse la resistencia del aire.
 - ¿Qué rapidez inicial tiene el huevo?
 - ¿Qué altura alcanza sobre el punto de lanzamiento?
 - ¿Qué magnitud tiene su velocidad en el punto más alto?
 - ¿Qué magnitud y que dirección tiene su aceleración en el punto más alto?
- Un peñasco es expulsado verticalmente hacia arriba por un volcán, con una rapidez inicial de 40 m/s. Puede despreciarse la resistencia del aire.
 - ¿En qué instante después de ser expulsado el peñasco está subiendo a 20 m/s?
 - ¿En qué instante está bajando a 20 m/s?
 - ¿Cuándo es cero el desplazamiento respecto a la posición inicial?

- d) ¿Cuándo es cero la velocidad del peñasco?
 e) ¿Qué magnitud y dirección tiene la aceleración cuando el peñasco esta: i) subiendo? ii) ¿bajando? iii) ¿en el punto más alto?

2.6 VELOCIDAD Y ACELERACIÓN POR INTEGRACIÓN

- 23.** La aceleración de un camión está dada por: $a_x(t) = at$, donde $a = 1,2 \text{ m/s}^3$.
 a) Si la velocidad del camión en $t = 1 \text{ s}$ es 5 m/s , ¿cuál será en $t = 2 \text{ s}$?
 b) Si la posición del camión en $t = 1 \text{ s}$ es 6 m ¿Cuánto será en $t = 2 \text{ s}$?
- 24.** La aceleración de una motocicleta está dada por $a_x(t) = At - Bt^2$, con $A = 1,50 \text{ m/s}^3$ y $B = 0,120 \text{ m/s}^4$. La moto esta en reposo en el origen en $t = 0$.
 a) Obtenga la velocidad en función de t .
 b) Calcule la velocidad máxima que alcanzará.
- 25.** La gráfica de la figura describe, en función del tiempo la aceleración de una piedra que baja rodando por una ladera, habiendo partido del reposo:
 a) Determine el cambio de velocidad de la piedra entre $t = 2,5 \text{ s}$ y $t = 7,5 \text{ s}$.
 b) Dibuje una gráfica de la velocidad de la piedra en función del tiempo



- 26.** La aceleración de un objeto es $a(t) = a - \beta t^2$, donde $a = 4 \text{ m/s}^2$ y $\beta = 6 \text{ m/s}^3$. En $t=0$ el objeto está en $x=0$ y su velocidad es cero. Calcule la posición del objeto en $t=3 \text{ s}$.
- 27.** La velocidad de una partícula que se mueve a lo largo del eje Y se expresa como $V = 6t^2 - 24$, para $t = 0$ se cumple: $y = 6 \text{ m}$. Calcule el desplazamiento durante los primeros 5 segundos.
- 28.** La aceleración de una motocicleta está dada por $a_x(t) = (2t - 3t^2) \text{ m/s}^2$. La motocicleta está en reposo en el origen en $t= 0$
 a) Obtenga la velocidad en función de t
 b) Calcule la velocidad máxima que alcanzará

MOVIMIENTO EN DOS O EN TRES DIMENSIONES

3

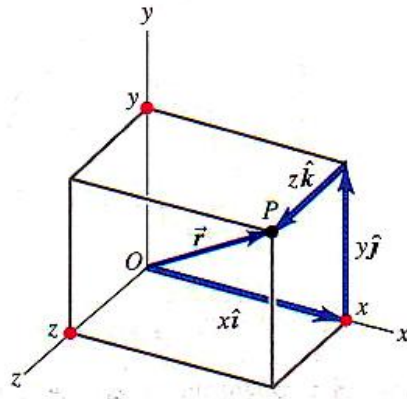


? Si un ciclista recorre una curva con rapidez constante, ¿está acelerando? Si es así, ¿en qué dirección acelera?

RESUMEN

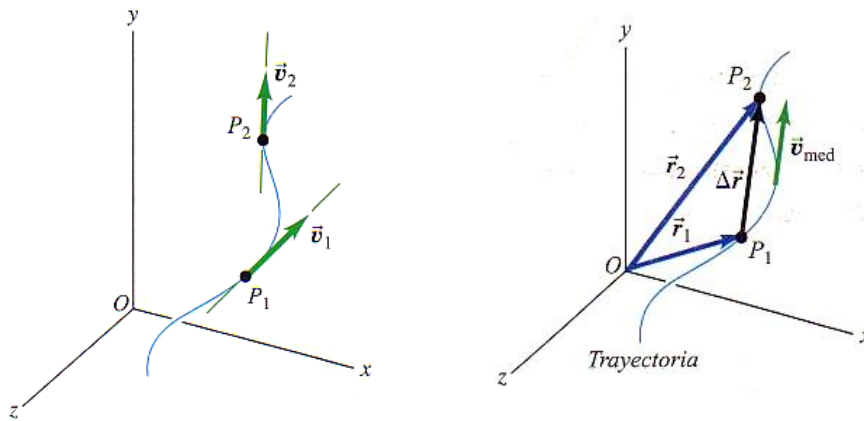
El vector de posición \vec{r} de un punto P en el espacio es el vector del origen a P. Sus componentes son las coordenadas x, y y z.

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$



El vector velocidad media \vec{V} durante el intervalo Δt es el desplazamiento $\Delta\vec{r}$ (el cambio del vector de posición \vec{r}) dividido entre Δt . El vector velocidad instantánea \vec{V} es la derivada respecto al tiempo de \vec{r} , y sus componentes son las derivadas de x, y y z respecto al tiempo. La rapidez instantánea es la magnitud de \vec{V} . La validez \vec{V} de una partícula siempre es tangente al camino de la partícula.

$$\vec{V} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}; \quad \vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}; \quad v_x = \frac{dx}{dt}; \quad v_y = \frac{dy}{dt}; \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

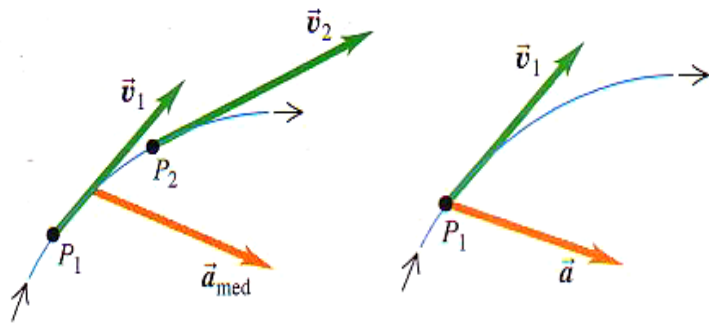


El vector aceleración media \vec{a} durante el intervalo de tiempo Δt es igual a $\Delta \vec{V}$ (el cambio en el vector velocidad \vec{V}) dividido entre Δt . El vector aceleración instantánea \vec{a} es la derivada de \vec{V} , respecto al tiempo, y sus componentes son las derivadas de V_x , V_y y V_z , respecto al tiempo.

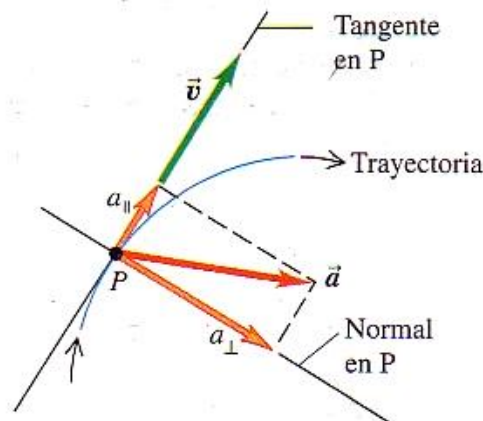
$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$a_x = \frac{dV_x}{dt}; \quad a_y = \frac{dV_y}{dt}; \quad a_z = \frac{dV_z}{dt}$$

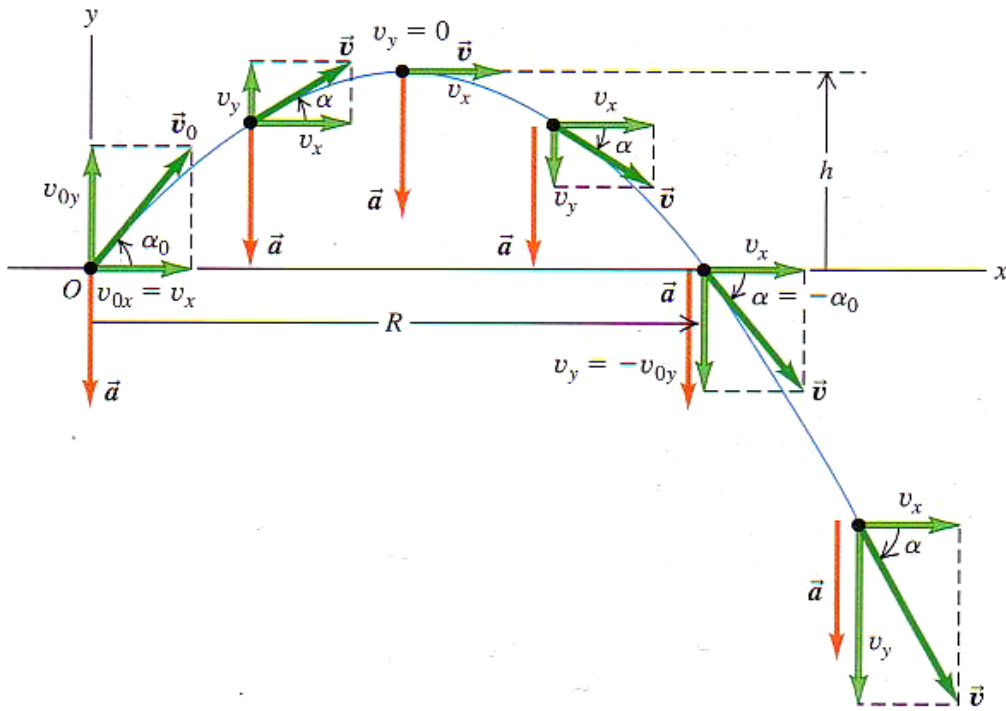


La aceleración también puede representarse en términos de sus componentes paralela y perpendicular a la dirección de la velocidad instantánea. La componente paralela a_{\parallel} afecta la rapidez, mientras que la componente perpendicular a_{\perp} afecta la dirección del movimiento.



En el movimiento de proyectiles sin resistencias del aire, $a_x = 0$ y $a_y = -g$. Las coordenadas y componentes de la velocidad son funciones sencillas del tiempo, y la forma

de la trayectoria siempre es una parábola. Por convención, colocamos el origen en la posición inicial del proyectil.



$$x = (V_0 \cos \alpha_0) \Delta t$$

$$y = (V_0 \sin \alpha_0) \Delta t - \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

$$V_x = V_0 \cos \alpha_0$$

$$V_{iy} = V_0 \sin \alpha_0 - g \Delta t$$

CAPÍTULO 3 MOVIMIENTO EN DOS Y TRES DIMENSIONES

3.1 VECTORES DE POSICIÓN Y VELOCIDAD

1. Una ardilla tiene coordenadas x/y (1,1 m; 3,4 m) en $t_1 = 0$ y (5,3 m; -0,5 m) en $t_2 = 3$ s. Para este intervalo obtenga:
 - a) las componentes de la velocidad media.
 - b) la magnitud y la dirección de esa velocidad.
2. Un rinoceronte está en el origen $t_1 = 0$. Para el intervalo de $t_1 = 0$ a $t_2 = 12$ s, la velocidad media del animal tiene componente x de -3,8 m/s y componente y de 4,9 m/s
 - a) ¿Qué coordenadas x y y tiene el rinoceronte?
 - b) ¿Qué tan lejos del origen?
3. Un diseñador de páginas Web crea una animación en la que un punto en la pantalla de computadora tiene posición $\vec{r} = [4 \text{ cm} + (2,5 \text{ cm} / \text{s}^2)t^2] \hat{i} + (5 \text{ cm} / \text{s})t \hat{j}$.
 - a) determine la magnitud y dirección de la velocidad media del punto entre $t_1 = 0$ a $t_2 = 2$ s.
 - b) Determine la magnitud y dirección de la velocidad instantánea en $t = 0$, en $t = 1$ s y en $t = 2$ s.

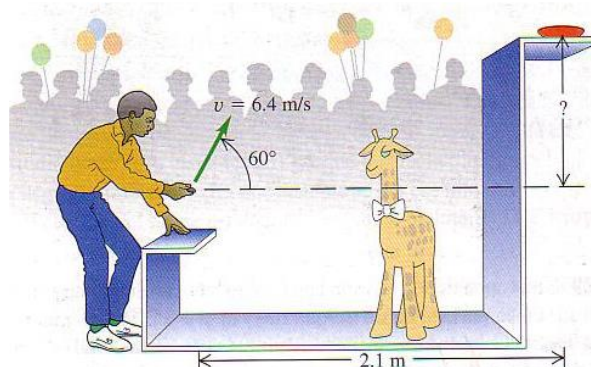
3.2 EL VECTOR ACELERACIÓN

4. Un jet vuela a altitud constante. En el instante $t_1 = 0$, tiene componentes de velocidad $V_x = 90$ m/s, $V_y = 110$ m/s. En $t_2 = 30$ s las componentes son $V_x = 170$ m/s, $V_y = 40$ m/s. Para este intervalo, calcule:
 - a) los componentes de la aceleración media
 - b) la magnitud y dirección de esta aceleración.
5. un perro que corre en un campo tiene componentes de velocidad $V_x = 2,6$ m/s, $V_y = -1,8$ m/s en $t_1 = 10$ s. Para el intervalo de $t_1 = 10$ s a $t_2 = 20$ s, la aceleración del perro tiene magnitud $0,45$ m/s² y dirección de 31° medida del eje $+x$ al eje $+y$. En $t_2 = 20$ s
 - a) ¿Qué componentes x e y tiene la velocidad del perro?
 - b) ¿Qué magnitudes y dirección tiene esa velocidad?
6. Las coordenadas del ave que vuela en el plano xy están dadas por $x(t) = \alpha t$ y $y(t) = 3,0 - \beta t^2$, donde $\alpha = 2,4$ m/s y $\beta = 1,2$ m/s².
 - a) Calcule los vectores de velocidad y aceleración en función de t .
 - b) Calcule la magnitud y dirección de la velocidad y aceleración del ave en $t = 2$ s.

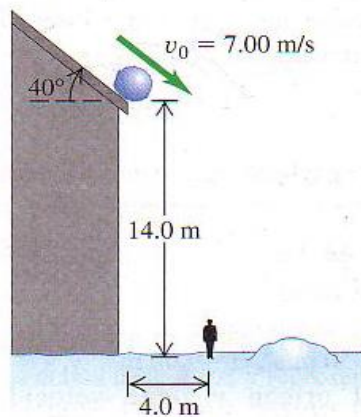
3.3 MOVIMIENTO DE PROYECTILES

7. Un libro de física que se desliza sobre una mesa a $1,10$ m/s cae al piso en $0,35$ s. Haga caso omiso de la resistencia del aire. Calcule
 - a) la altura de la mesa.
 - b) la distancia horizontal del borde de la mesa al punto en el que cae el libro.
 - c) las componentes horizontal, vertical, la magnitud y dirección de la velocidad del libro justo antes de tocar el piso.

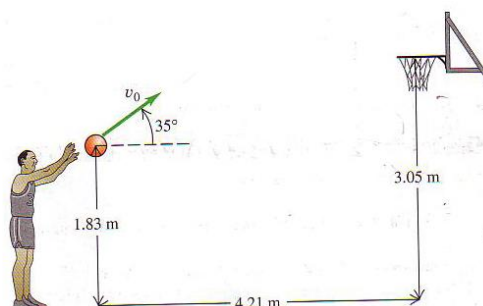
- 8.** Un helicóptero militar en una misión de entrenamiento vuela horizontalmente con una rapidez de 60 m/s y accidentalmente suelta una bomba (por suerte no armada) a una altitud de 300 m. Puede despreciarse la resistencia del aire.
- ¿Qué tiempo tarda la bomba en llegar a tierra?
 - ¿Qué distancia horizontal viaja mientras cae?
 - Obtenga las componentes horizontal y vertical de su velocidad justo antes de tocar tierra
 - ¿Dónde está el helicóptero cuando la bomba toca tierra si la rapidez del helicóptero se mantuvo constante?
- 9.** Un automóvil de 10 000 N llega a un puente durante una tormenta y el conductor descubre que las aguas se lo han llevado. El conductor, que pesa 650 N, debe llegar al otro lado, así que decide tratar de saltar la brecha con su auto. La orilla en la que se encuentra esta 21,3 m arriba del río, mientras que la orilla opuesta esta solo 1,8 m sobre las aguas. El río es un torrente embravecido con una anchura de 61 m.
- ¿Con que rapidez se deberá estar moviendo el auto cuando llegue a la orilla para saltar el río y llegar a salvo al otro lado?
 - ¿Qué rapidez tendrá el auto justo antes de que toque tierra en la otra orilla?
- 10.** Una pistola que dispara una luz bengala le imprime una rapidez inicial de 120 m/s
- si la bengala se dispara 55° sobre la horizontal, ¿Qué alcance horizontal tiene? Haga caso omiso de la resistencia del aire.
 - Si la bengala se dispara con el mismo ángulo en el mar de la Tranquilidad en la luna, donde $g = 1,6 \text{ m/s}^2$, ¿Qué alcance tiene?
- 11.** Un pelotero de grandes ligas batea una pelota de modo que sale con una rapidez de 30 m/s y un ángulo de 40° sobre la horizontal. Puede despreciarse la resistencia del aire.
- ¿Encuentre los dos instantes en que estuvo la bola 10 m sobre el punto en que se separó del bate?
 - Calcule las componentes horizontal y vertical de la velocidad de la bola en esos dos instantes.
 - ¿Qué magnitud y dirección tenía la velocidad de la bola al regresar al nivel en que se bateó?
- 12.** En una feria, se gana una jirafa de peluche lanzando una moneda a un platito, el cual está en una repisa más arriba del punto en que la moneda abandona la mano y a una distancia horizontal de 2,1 m de ese punto. Si lanza la moneda con velocidad de 6,4 m/s, 60° sobre la horizontal, caerá en el platito. Puede despreciarse la resistencia del aire.
- ¿A qué altura está la repisa sobre el punto de partida de la moneda?
 - ¿Qué componente vertical tiene la velocidad de la moneda justo antes de caer en el platito?



- 13.** Los bomberos están lanzando un chorro de agua a un edificio en llamas utilizando una manguera de alta presión que imprime al agua una rapidez de 25 m/s al salir por la boquilla. Una vez que sale de la manguera, el agua se mueve con movimiento de proyectil. Los bomberos ajustan el ángulo de elevación α de la manguera hasta que el agua tarda 3 s en llegar a un edificio que está a 45 m de distancia. Haga caso omiso de la resistencia del aire suponga que la boquilla de la manguera está a nivel del suelo.
- Calcule el ángulo α .
 - Determine la rapidez y aceleración del agua en el punto más alto de su trayectoria.
 - ¿A qué altura sobre el suelo incide el agua sobre el edificio, y con qué rapidez lo hace?
- 14.** Una bola de nieve rueda del techo de un granero con inclinación hacia abajo de 40° . El borde del techo está a 14 m del suelo y la bola tiene una rapidez de 7 m/s al dejar el techo. Puede despreciarse la resistencia del aire.
- ¿A qué distancia del borde del granero golpea la bola el piso si no golpea otra cosa al caer?
 - Un hombre de 1,9 m de estatura está parado a 4 m del granero. ¿Lo golpeará la bola?



- 15.** Un jugador de baloncesto recibe una falta y se le conceden 2 tiros libres. El centro de la canasta está a una distancia horizontal de 4,21 m de la línea de falta y a una altura de 3,05 m sobre el piso. En el primer intento, el jugador lanza el balón a 35° sobre la horizontal con rapidez $v_0 = 4,88$ m/s. El balón se suelta 1,83 m sobre el piso. El tiro falla por mucho. Haga caso omiso a la resistencia de aire.
- ¿Qué altura máxima alcanza el balón?
 - ¿A qué distancia de la línea de falta toca el piso el balón?
 - En el segundo tiro, el balón pasa por el centro de la canasta. El ángulo y el punto de lanzamiento son los mismos. ¿Qué rapidez inicial imparte el jugador al balón esta vez?
 - En el segundo tiro, ¿qué altura máxima alcanza el balón? En este punto, ¿a qué distancia horizontal está de la canasta?



4

LEYES DEL MOVIMIENTO DE NEWTON



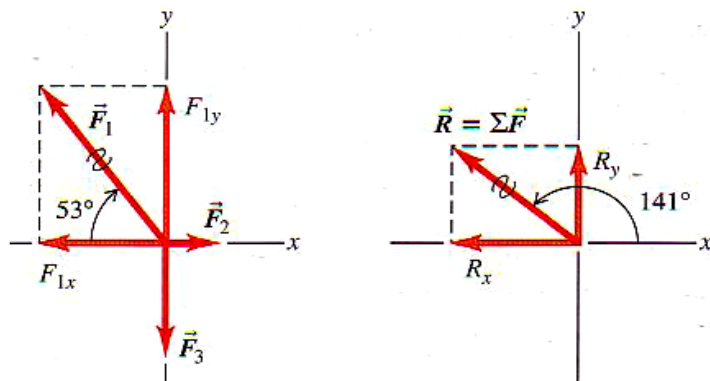
? Este miembro del equipo de una escudería empuja hacia adelante un automóvil de carreras. ¿El automóvil lo empuja hacia atrás? Si es así, ¿lo empuja hacia atrás con la misma magnitud de fuerza, o con una magnitud diferente?

RESUMEN

La fuerza es una medida cuantitativa de la interacción de dos cuerpos. Es una cantidad vectorial. Si varias fuerzas actúan sobre un cuerpo, el efecto sobre su movimiento es igual al que se da cuando una sola fuerza, igual a la suma vectorial (resultante) de las fuerzas, actúa sobre el cuerpo.

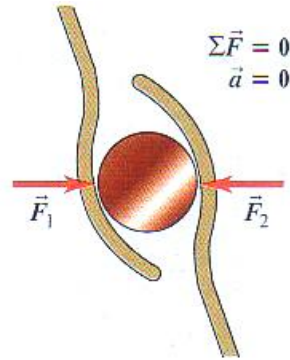
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$$

$$\vec{R} = \sum \vec{F}$$



La primera ley de Newton dice que, si la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo (la fuerza neta) es cero, el cuerpo está en equilibrio. Si el cuerpo está en reposo, permanece en reposo, si está en movimiento, sigue moviéndose con velocidad constante. Esta ley sólo es válida en marcos de referencia inercial.

$$\sum \vec{F} = 0$$



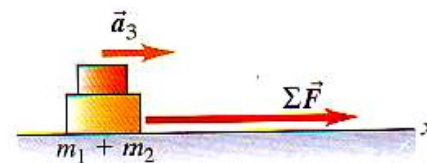
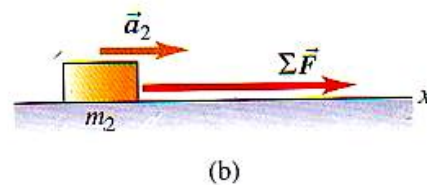
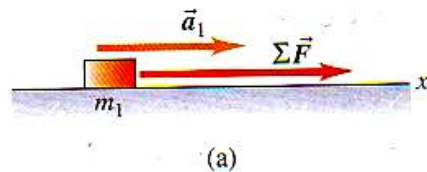
Las propiedades inerciales de un cuerpo se caracterizan por su masa. La aceleración de un cuerpo bajo la acción de un grupo de fuerzas dado es directamente proporcional a la suma vectorial de las fuerzas (la fuerza neta) e inversamente proporcional a la masa del cuerpo. Esta relación es la segunda ley de Newton. Al igual que la primera ley, ésta sólo es válida en marcos de referencia inerciales.

$$\sum \vec{F} = ma$$

$$\sum \vec{F}_x = ma_x$$

$$\sum \vec{F}_y = ma_y$$

$$\sum \vec{F}_z = ma_z$$

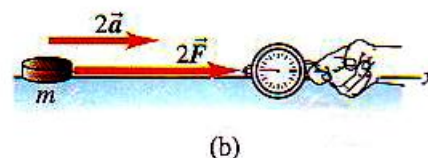
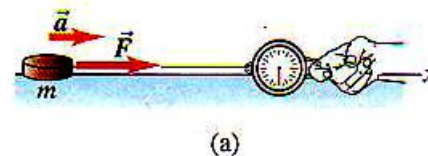


La unidad de fuerza se define en términos de las unidades de masa y aceleración. En el SI, la unidad de fuerza es el newton (N), igual a $1 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$.

$$F \rightarrow ma$$

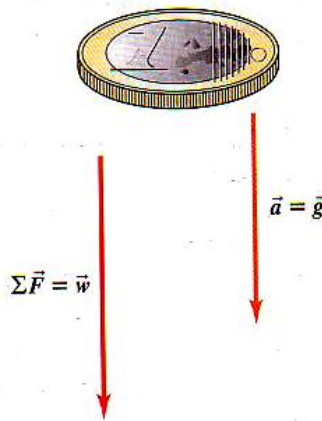
$$F \rightarrow 1\text{kg}\cdot\text{1m} / \text{s}^2$$

$$F \rightarrow 1\text{Newton}$$



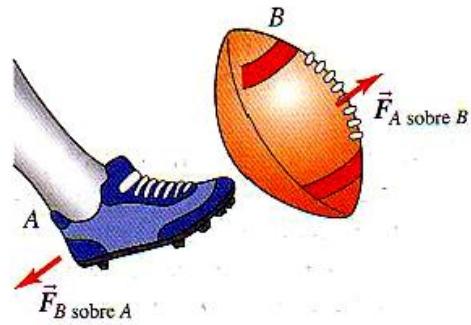
El peso de un cuerpo es la fuerza gravitacional ejercida sobre él por la Tierra (u otro cuerpo que ejerza esa fuerza). El peso es una fuerza y, por lo tanto, una cantidad vectorial. La magnitud del peso de un cuerpo en un lugar dado es igual al producto de su masa m y la magnitud de la aceleración debida a la gravedad g en ese lugar. El peso de un cuerpo depende de su ubicación, pero la masa es independiente de la ubicación.

$$w = mg$$



La tercera ley de Newton dice que "acción es igual a reacción"; es decir, cuando dos cuerpos interactúan, se ejercen mutuamente fuerzas que en todo instante son iguales en magnitud y opuesta en sentido. Cada fuerza de un par acción-reacción actúa solo sobre uno de los dos cuerpos; las fuerzas de acción y reacción nunca actúan sobre el mismo cuerpo.

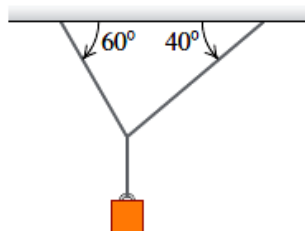
$$\vec{F}_{A \text{ sobre } B} = -\vec{F}_{B \text{ sobre } A}$$



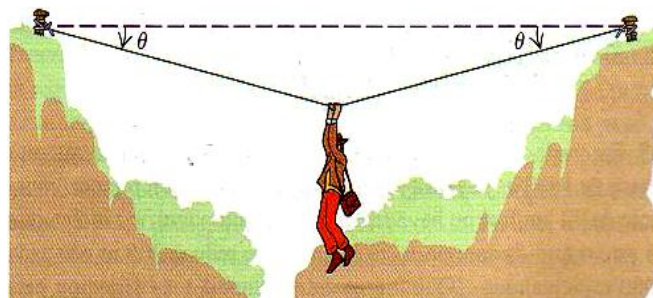
CAPÍTULO 4 LEYES DE MOVIMIENTO DE NEWTON

4.1 EQUILIBRIO, FUERZAS E INTERACCIONES

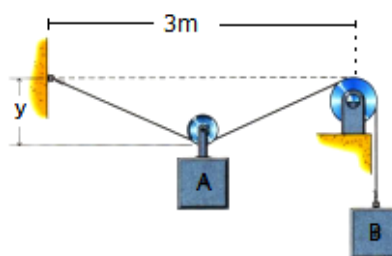
1. Dos cuerdas están unidas a un cable de acero que sostiene un peso colgante, como se muestra en la figura:
 - a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre que muestre todas las cuerdas que actúan sobre el nudo que une las dos cuerdas al cable de acero. Con base en su diagrama de fuerzas, ¿cuál cuerda estará sometida a mayor tensión?
 - b) Si la tensión máxima que una cuerda resiste sin romperse es de 5 000 N, determine el valor máximo del peso colgante que las cuerdas pueden sostener sin riesgo. Puede despreciarse el peso de las cuerdas y del cable de acero.



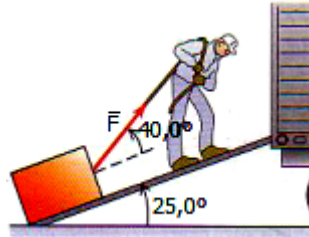
2. Un cuadro colgado en una pared pende de dos alambres sujetos a sus esquinas superiores. Si los alambres forman el mismo ángulo con la vertical, ¿cuánto medirá el ángulo si la tensión en los alambres es igual a 0,75 del peso del cuadro? (Ignore la fricción entre la pared y el cuadro)
3. Un arqueólogo audaz cruza de un risco a otro colgado de una cuerda estirada entre los riscos. Se detiene a la mitad para descansar. La cuerda se rompe si su tensión excede $2,5 \times 10^4$ N, y la masa de nuestro héroe es de 90 kg.
 - a) Si el ángulo θ es 10° , calcule la tensión en la cuerda.
 - b) ¿Qué valor mínimo puede tener θ sin que se rompa la cuerda?



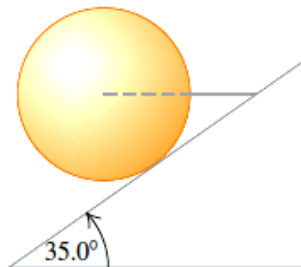
4. Se utiliza un cable continuo para soportar los bloques A y B según se indica en la figura. El bloque A pende de una ruedita que puede girar libremente sobre el cable. Determine el desplazamiento "y" del bloque A en equilibrio si los pesos de los bloques A y B son 250 N y 375 N, respectivamente.



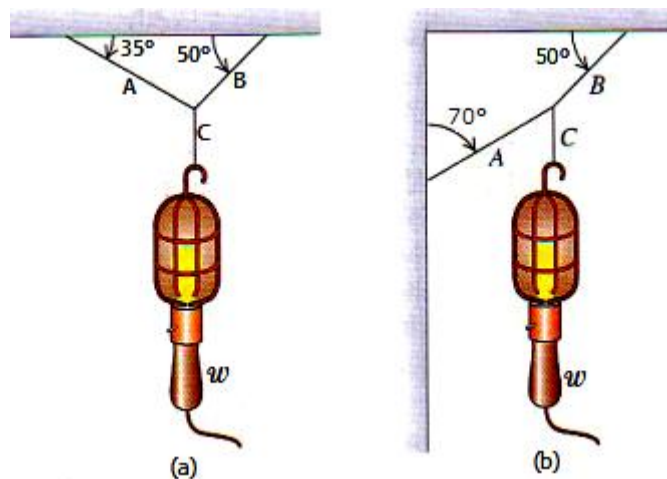
5. Un hombre arrastra un baúl por la rampa de un camión de mudanzas. La rampa está inclinada $25,0^\circ$ y el hombre tira con una fuerza \vec{F} cuya dirección forma un ángulo de 40° con la rampa.
- a) ¿Qué \vec{F} se necesita para que la componente F_x paralela a la rampa sea 80 N?
 b) ¿Qué magnitud tendrá entonces la componente F_y perpendicular a la rampa?



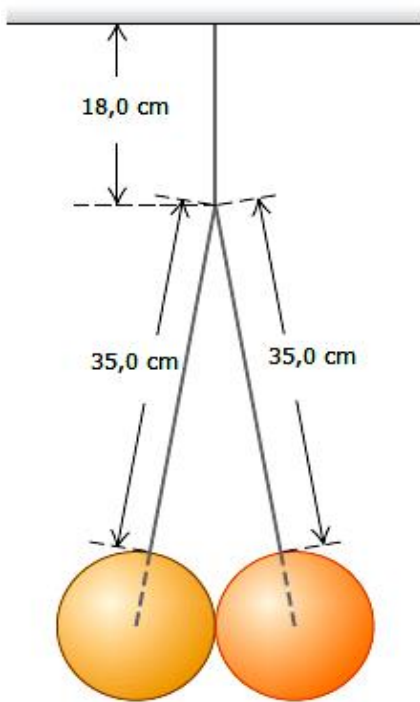
6. Un alambre horizontal sostiene una esfera uniforme sólida de masa m , sobre una rampa inclinada que se eleva $35,0^\circ$ por arriba de la horizontal. La superficie de la rampa es perfectamente lisa, y el alambre se coloca en el centro de la esfera, como se indica en la figura.
- a) Elabore el diagrama de cuerpo libre para la esfera.
 b) ¿Qué tan fuerte la superficie de la rampa empuja a la esfera?
 c) ¿Cuál es la tensión en el alambre?



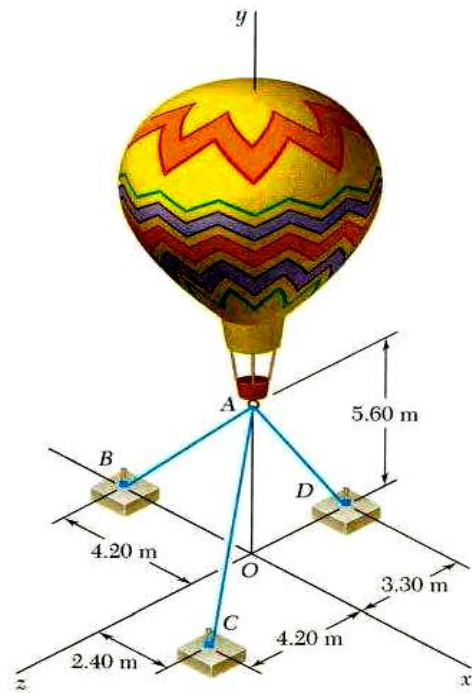
7. Calcule la tensión en cada cordel de la figura, si el peso del objeto suspendido es $w = 80$ N.



8. Dos esferas idénticas de 15,0 kg y de 25,0 cm de diámetro están suspendidas de dos cables de 35,0 cm, como se indica en la figura. El sistema completo está unido a un solo cable de 18,0 cm y las superficies de las esferas son perfectamente lisas.
- a) Obtenga la tensión en cada uno de tres los cables.
 b) ¿Qué tanto empuja cada esfera sobre la otra?



Problema 8

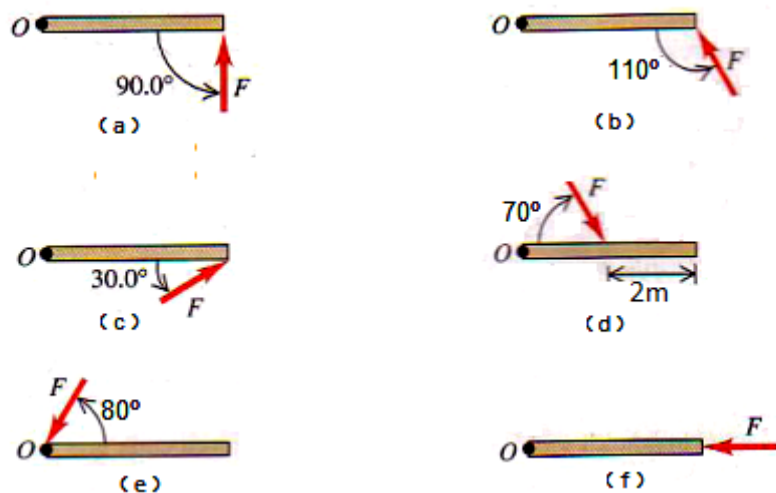


Problema 9

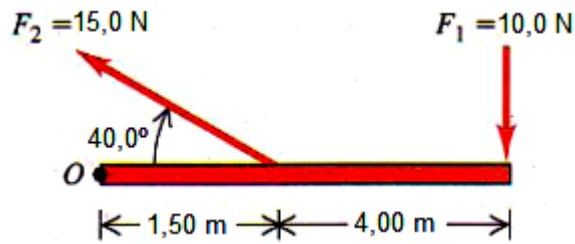
9. Se usan tres cables para amarrar el globo que se muestra en la figura. Si se sabe que el globo ejerce una fuerza vertical de 800 N en A, determine la tensión en cada cable.

4.2 SEGUNDA CONDICIÓN PARA EL EQUILIBRIO

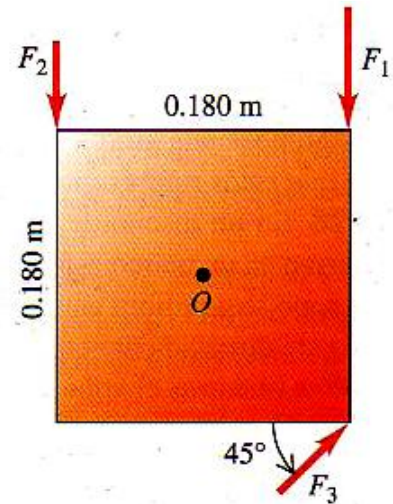
10. Calcule el momento de torsión (magnitud y dirección) alrededor del punto O debido a la fuerza F en cada una de las situaciones mostradas en la figura. En todos los casos, la fuerza y la varilla están en el plano de la página, la varilla mide 4,00 m de largo y la fuerza tiene magnitud $F = 50$ N.



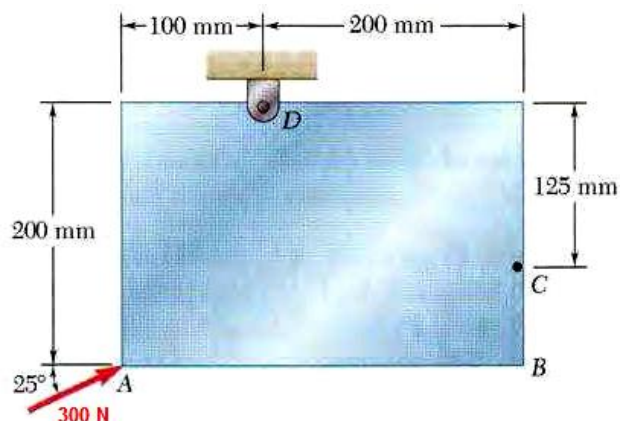
11. Calcule el momento de torsión neto alrededor del punto O para las dos fuerzas aplicadas como en la figura. La varilla y las dos fuerzas están en el plano de la página.



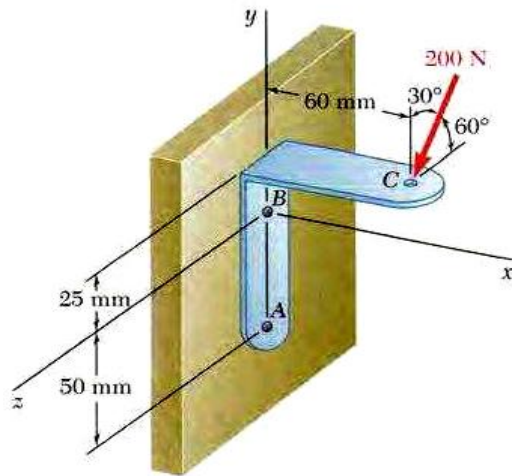
12. Una placa metálica cuadrada de 0,180 m por lado, pivotea sobre un eje que pasa por el punto O en su centro y es perpendicular a la placa. Calcule el momento de torsión neto alrededor de este eje debido a las tres fuerzas mostradas en la figura si sus magnitudes son $F_1 = 18\text{ N}$, $F_2 = 26\text{ N}$ y $F_3 = 14\text{ N}$. La placa y todas las fuerzas están en el plano de la página.



13. Una fuerza que actúa sobre una pieza mecánica es $F = (-5,00\text{ N})i + (4,00\text{ N})j$. Y el vector del origen al punto de aplicación de fuerza es $r = (-0,45\text{ m})i + (0,15\text{ m})j$.
- Haga un dibujo que muestre r , F y el origen.
 - Use la regla de la mano derecha para determinar la dirección del momento de torsión.
 - Calcule el vector momento de torsión producido por la fuerza. Verifique que la dirección del momento de torsión sea la misma que obtuvo en (b).
14. Una fuerza $F = (8i + 5j - 3k)\text{ N}$ se aplica a un objeto que está articulado alrededor de un eje fijo. Si la fuerza se aplica en la posición $r = (-4i - 5j + 2k)\text{ m}$, calcule:
- el vector torque
 - la magnitud del torque.
15. Una fuerza de 300 N se aplica en A como se muestra en la figura. Determine:
- el momento de la fuerza de 300 N alrededor de D
 - la fuerza mínima aplicada en B que produce el mismo momento alrededor de D



16. Se aplica una fuerza de 200 N sobre la ménsula ABC, como se muestra en la figura. Determine el momento de la fuerza alrededor de A.



17. Un poste de peso despreciable se encuentra pivotado en el origen "O" del sistema de coordenadas mostrado.

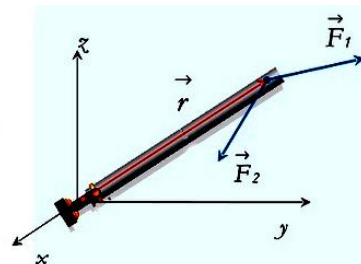
Si:

$$\mathbf{r} = (3,0\mathbf{i} - 6,0\mathbf{j} + 4,0\mathbf{k}) \text{ m}$$

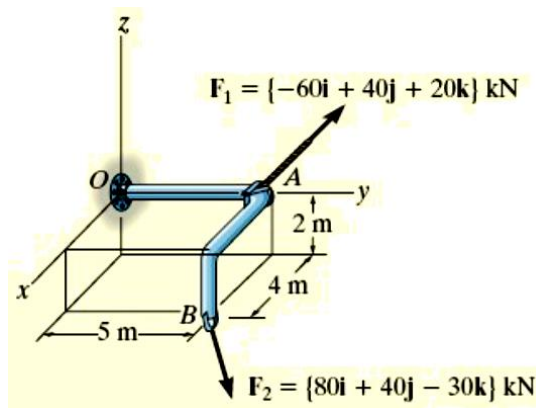
$$\mathbf{F}_1 = (20,0\mathbf{i} - 10,0\mathbf{j} + 5,0\mathbf{k}) \text{ N}$$

$$\mathbf{F}_2 = (-10,0\mathbf{i} + 15,0\mathbf{j} + 14,0\mathbf{k}) \text{ N}$$

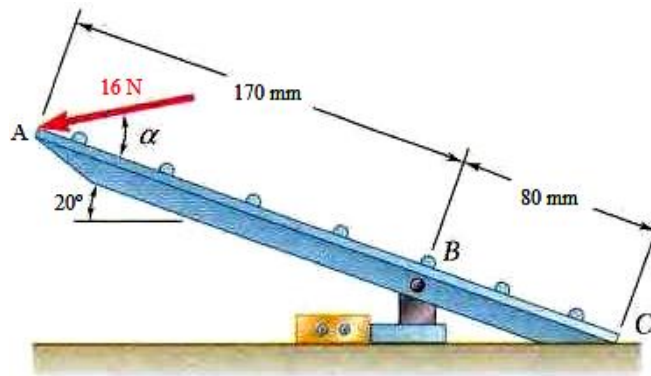
Halle el torque total aplicado sobre el poste



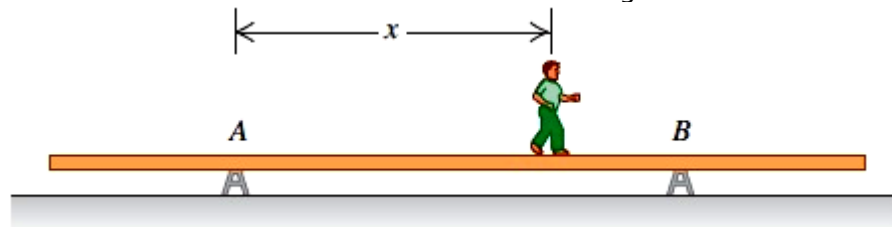
18. Dos fuerzas actúan sobre la barra. Determine el momento resultante que sobre la barra se ejerce en O. exprese el resultado como un vector cartesiano.



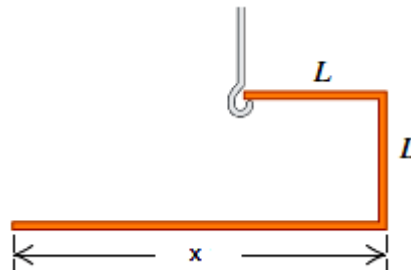
19. El pedal para un sistema neumático se articula en B. Determine el momento de la fuerza de 16 N alrededor del punto B. ($\alpha = 32^\circ$)



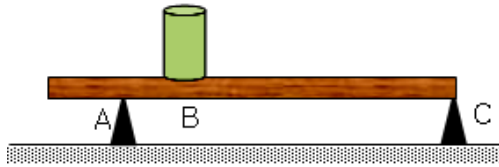
- 20.** Una viga uniforme de aluminio de 9,00 m de longitud pesa 300 N y descansa simétricamente en dos apoyos separados 5,00 m. Un niño que pesa 600 N parte de A y camina hacia la derecha.
- ¿qué tanto después de B puede estar el niño sin que se incline la viga?
 - ¿A qué distancia del extremo derecho de la viga debe estar B para que el niño pueda caminar hasta el extremo sin inclinar la viga?



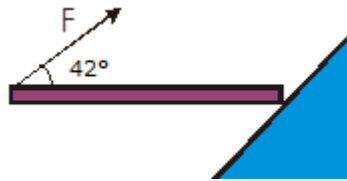
- 21.** Una barra uniforme de 1,50 m y 350 N está suspendida horizontalmente con dos cables verticales en cada extremo. El cable A puede soportar una tensión máxima de 500,0 N sin romperse, y el cable B puede soportar hasta 400,0 N. Usted quiere colocar un peso pequeño sobre esta barra.
- ¿Cuál es el peso máximo que usted puede colocar sobre ella sin romper ningún cable?
 - ¿Dónde debería colocar este peso?
- 22.** Una varilla de metal delgada y uniforme se dobla para formar tres segmentos perpendiculares, dos de los cuales tienen longitud L . Usted quiere determinar cuál debería ser la longitud del tercer segmento, de manera que la unidad quede colgando con dos segmentos horizontales cuando se apoye en un gancho, como se indica en la figura. Calcule x en términos de L .



- 23.** Determine la normal en A si la barra es uniforme, de 4 m y de 20 kg. El bloque es de 10 kg. $AC = 3$ m; $AB = 0,5$ m. El sistema está en equilibrio. Si el bloque se desplaza 1 m hacia la derecha, ¿cuál es la nueva normal en A?



24. Determine el valor de la fuerza F que se aplica sobre la barra homogénea de 12 kg para que ésta se mantenga horizontal.



5

APLICACIÓN DE LAS LEYES DE NEWTON



? Este paracaidista va en descenso en un paracaídas a velocidad constante. En esta situación, ¿qué fuerza tiene mayor magnitud: la de gravedad o la fuerza hacia arriba que ejerce el aire sobre el paracaidista?

RESUMEN

Cuando un cuerpo está en equilibrio en un marco de referencia inercial, la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre él debe ser cero. Los diagramas de cuerpo libre son indispensables para identificar las fuerzas que actúan sobre el cuerpo considerado. La tercera ley de Newton también suele necesitarse en problemas de equilibrio. Las dos fuerzas de un par acción-reacción nunca actúa sobre el mismo cuerpo.

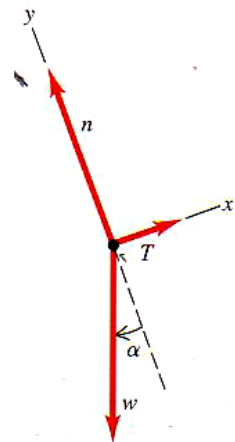
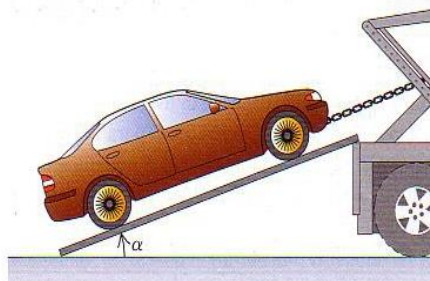
Forma vectorial

$$\sum \vec{F} = 0$$

Forma de componentes

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$\sum \vec{F}_y = 0$$



Si la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo no es cero, el cuerpo tiene una aceleración determinada por la segunda ley de Newton. Al igual que en los problemas de equilibrio, los diagramas de cuerpo libre son indispensables para resolver problemas en los que interviene la segunda ley de Newton.

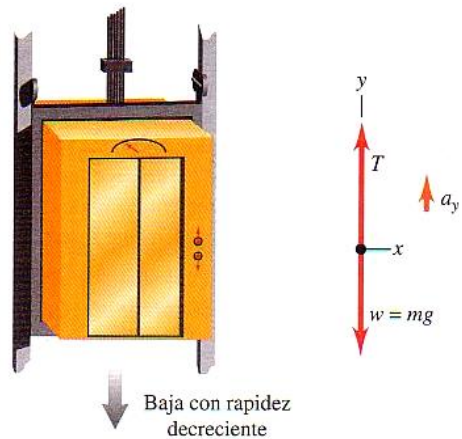
Forma vectorial

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

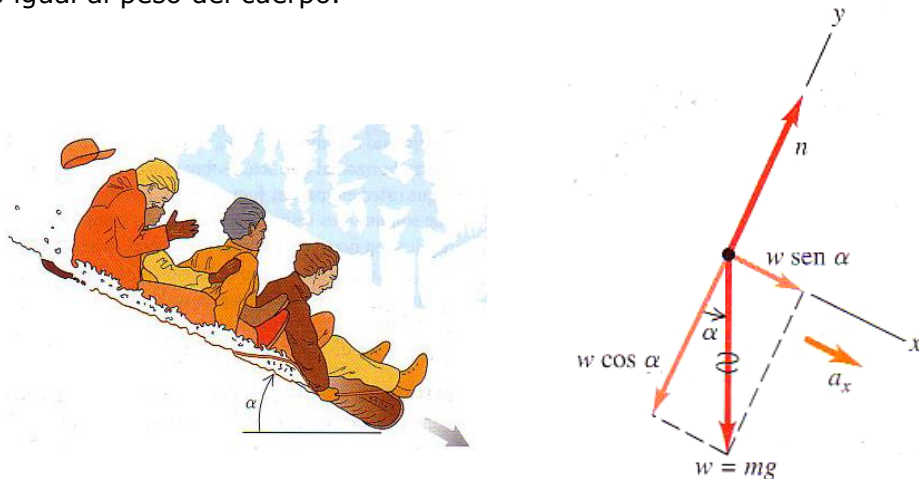
Forma de componentes

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x$$

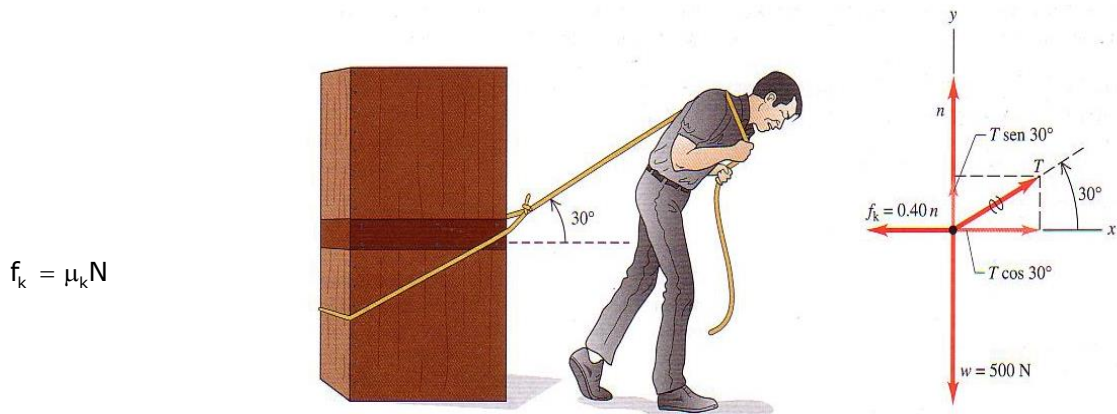
$$\sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y$$



La fuerza de contacto entre dos cuerpos siempre puede representarse en términos de una fuerza normal \vec{N} perpendicular a la superficie de interacción y una fuerza de fricción \vec{f} paralela a la superficie. La fuerza normal ejercida por una superficie sobre un cuerpo no siempre es igual al peso del cuerpo.



Cuando un cuerpo se desliza sobre una superficie, la fuerza de fricción se denomina fricción cinética. Su magnitud f_k es aproximadamente proporcional a la magnitud de la fuerza normal N multiplicada por μ_k , el coeficiente de fricción cinética.



Si un cuerpo no se mueve relativo a la superficie, la fuerza de fricción se denomina fricción estática. La fuerza de fricción se denomina fricción estática. La fuerza de fricción estática máxima posible es aproximadamente igual a la magnitud N fuerza normal

multiplicada por μ_s , el coeficiente de fricción estática. La fuerza de fricción estática real puede variar entre cero y ese valor máximo, dependiendo de la situación μ_s suele ser mayor que μ_k para un par de superficies dado.

$$f_s = \mu_s N$$



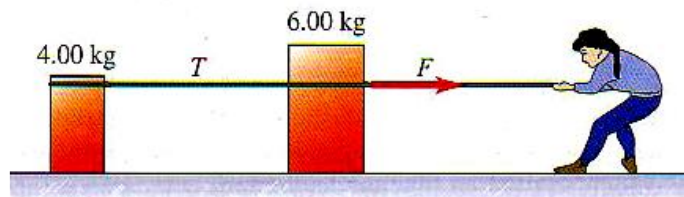
CAPÍTULO 5

APLICACIÓN DE LAS LEYES DE NEWTON

5.1 SEGUNDA LEY DE NEWTON

1. ¿Qué fuerza neta se requiere para impartir a un refrigerador de 135 kg una aceleración de $1,4 \text{ m/s}^2$?
2. Un estibador aplica una fuerza horizontal constante de 80 N a un bloque de hielo en reposo sobre un piso horizontal en el que la fricción es despreciable. El bloque parte del reposo se mueve 11 m en 5 s.
 - a) ¿Qué masa tiene?
 - b) Si el trabajador deja de empujar a los 5 s, qué distancia recorre el bloque en los siguientes 5 s
3. Un electrón (masa = $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$) sale de un extremo de un cinescopio con rapidez inicial cero y viaja en línea recta hacia la rejilla aceleradora, a 1,80 cm de distancia, llegando a ella con rapidez de $3 \times 10^6 \text{ m/s}$. Si la fuerza aceleradora es constante, calcule:
 - a) la aceleración;
 - b) el tiempo para llegar a la rejilla,
 - c) la fuerza neta en Newton. (Puede hacerse caso omiso de la fuerza gravitacional sobre el electrón)
4. Una bala de rifle calibre 22 que viaja a 350 m/s golpea un bloque de madera, penetrando a una profundidad de 0,13 m. El bloque está fijo en su lugar y no se mueve. La masa de la bala es de 1,8 g. Suponga una fuerza de retardo constante:
 - a) ¿Cuánto tarda la bala en detenerse?
 - b) ¿Qué fuerza (en N) ejerce la madera sobre la bala?
5. Una cubeta de 4,8 kg llena de agua, se acelera hacia arriba con un cordel de masa despreciable cuya resistencia a la ruptura es de 75 N.
 - a) Dibuje el diagrama de cuerpo libre de la cubeta. En términos de las fuerzas de su diagrama, ¿qué fuerza neta actúa sobre la cubeta?
 - b) Aplique la segunda ley de Newton a la cubeta y determine la aceleración máxima hacia arriba que puede imprimirse a la cubeta sin romper el cordel.
6. Un paracaidista confía en que la resistencia del aire (principalmente sobre su paracaídas) reducirá su velocidad hacia abajo. El y su paracaídas tienen una masa total de 85 kg y la resistencia del aire ejerce una fuerza total hacia arriba de 620 N sobre él y el paracaídas.
 - a) ¿Cuánto pesa el conjunto?
 - b) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para el paracaidista y úselo para calcular la fuerza neta que actúa sobre él. ¿Esa fuerza es hacia arriba o hacia abajo?
 - c) ¿Qué aceleración (magnitud y dirección) tiene el sistema?
7. Dos cajas, una de 4 kg y la otra de 6 kg, descansan en la superficie horizontal sin fricción de un estanque congelado, unidas por una cuerda ligera. Una mujer (con zapatos de golf que le dan tracción) aplica una fuerza horizontal F a la caja de 6 kg y le imparte una aceleración de $2,50 \text{ m/s}^2$.
 - a) ¿Qué aceleración tiene la caja de 4 kg?
 - b) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para la caja de 4 kg y úselo junto con la segunda ley de Newton para calcular la tensión T en la cuerda que une a las dos cajas,

- c) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para la caja de 6 kg. ¿Qué dirección tiene la fuerza neta sobre esa caja? ¿Cuál tiene mayor magnitud, la fuerza T o la fuerza F?
- d) Use la parte (c) y la segunda ley de Newton para calcular la magnitud de F.



5.2 MASA Y PESO

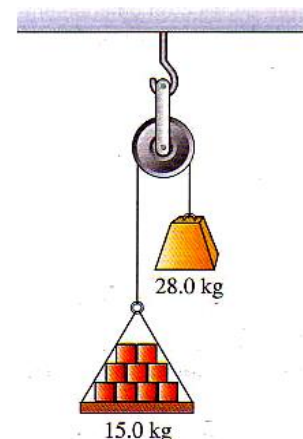
8. Superman lanza un peñasco de 2 400 N a un adversario. ¿Qué fuerza horizontal debe aplicar al peñasco para darle una aceleración horizontal de 12 m/s²?
9. Una bola de bolos pesa 71,2 N. El jugador aplica una fuerza horizontal de 160 N a la bola. ¿Qué magnitud tiene la aceleración horizontal de la bola?
10. En la superficie de Io, una luna de Júpiter, la aceleración debida a la gravedad es $g = 1,81 \text{ m/s}^2$. Una sandía pesa 44 N en la superficie terrestre
- ¿Qué masa tiene en la superficie terrestre?
 - ¿Qué masa y peso tiene en la superficie de Io?

5.3 TERCERA LEY DE NEWTON

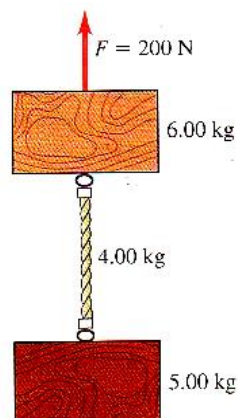
11. Una velocista olímpica puede arrancar con una aceleración casi horizontal de magnitud 15 m/s². ¿Qué fuerza horizontal debe aplicar una corredora de 55 kg a los bloques de salida para producir esta aceleración? ¿Qué cuerpo ejerce la fuerza que impulsa a la corredora: los bloques o ella misma?
12. La fuerza normal hacia arriba que el piso de un elevador ejerce sobre un pasajero que pesa 650 N es de 620 N. ¿Cuáles son las reacciones a estas fuerzas? ¿Está acelerando el pasajero? ¿En qué dirección y qué magnitud tiene ésta aceleración?
13. Una estudiante de 45 kg se lanza de un trampolín alto. Tomando $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ como masa de la Tierra, calcule la aceleración de la Tierra hacia ella si la de ella es 9,8 m/s² hacia la Tierra, Suponga que la fuerza neta sobre la Tierra es la de gravedad que ella ejerce.

5.4 EMPLEO DE LA SEGUNDA LEY DE NEWTON: DINÁMICA DE PARTICULAS

14. Máquina de Atwood. Una carga de 15 kg de tabiques pende de una cuerda que pasa por una polea pequeña sin fricción y tiene un contrapeso de 28 kg en el otro extremo. El sistema se libera del reposo.
- Dibuje un diagrama de cuerpo libre para la carga y otro para el contrapeso.
 - ¿Qué magnitud tiene la aceleración hacia arriba de la carga de tabiques?
 - ¿Qué tensión hay en la cuerda mientras la carga se mueve? Compare esa tensión con el peso de la carga y con el del contrapeso.



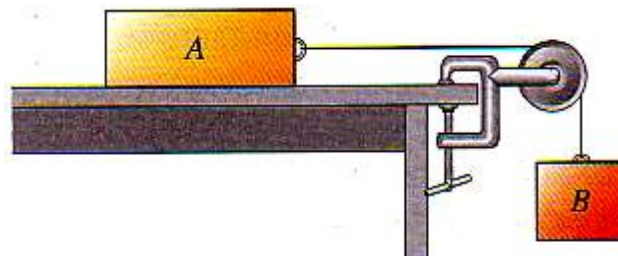
- 15.** Un bloque de hielo de 8 kg, liberado del reposo en la parte superior de una rampa sin fricción de 1,50 m de longitud, alcanza una rapidez de 2,50 m/s en la base de la rampa. ¿Qué ángulo forma la rampa con la horizontal?
- 16.** Un avión de carga despega de un campo horizontal remolcando dos planeadores de 700 kg cada uno, en fila. Podemos suponer que la resistencia total (arrastre más fricción con la pista) que actúa sobre cada uno es constante e igual a 2 500 N. La tensión en la cuerda entre el avión y el primer planeador no debe exceder de 12 000 N
- Si se requiere de una rapidez de 40 m/s para despegar, ¿Qué longitud mínima debe tener la pista?
 - ¿Qué tensión hay en la cuerda entre los dos planeadores durante la aceleración para el despegue?
- 17.** Un estudiante de Física de 550 N se para en una báscula dentro de un elevador. Al comenzar a moverse el elevador, la báscula marca 450 N
- Determine la aceleración del elevador (magnitud y dirección)
 - Repita con una lectura de 670 N.
- 18.** Una estudiante de Física que juega con una mesa de hockey de aire (sin fricción) observa que, si imparte al disco una velocidad de 3,8 m/s a lo largo de la mesa, de 1,75 m, al llegar el disco al otro lado se ha desviado 2,50 cm a la derecha pero aún tiene una componente de velocidad longitudinal de 3,8 m/s. Ella concluye, atinadamente, que la mesa no está nivelada y calcula correctamente su inclinación a partir de la información mencionada. ¿Cuál es el ángulo de inclinación?
- 19.** Los dos bloques de la figura están unidos por una cuerda gruesa uniforme de 4 kg. Se aplica una fuerza de 200 N hacia arriba como se muestra
- Dibuje un diagrama de cuerpo libre para el bloque de 6 kg, uno para la cuerda y uno para el bloque de 5 kg. Para cada fuerza, indique qué cuerpo la ejerce.
 - ¿Qué aceleración tiene el sistema?
 - ¿Qué tensión hay en la parte superior de la cuerda?
 - ¿Y en su parte media?



5.5 FUERZAS DE FRICCIÓN

- 20.** Un trabajador de bodega empuja una caja de 11,20 kg en una superficie horizontal con rapidez constante de 3,50 m/s. El coeficiente de fricción cinética entre la caja y la superficie es de 0,2
- ¿Qué fuerza horizontal debe aplicar el trabajador para mantener el movimiento?
 - Si se elimina esa fuerza ¿qué distancia se desliza la caja antes de parar?

- 21.** En un experimento de laboratorio de física, una caja de 6 kg es empujada en una mesa plana por una fuerza horizontal F .
- Si la caja se mueve a 0,35 m/s (constante) y el coeficiente de fricción cinética es de 0,12, ¿qué magnitud tiene F ?
 - ¿Cuál es la magnitud de F si la caja tiene una aceleración constante de 0,18 m/s²?
 - ¿Cómo cambiarían sus respuestas a las partes (a) y (b) si el experimento se realizara en la Luna (donde $g = 1,62 \text{ m/s}^2$)?
- 22.** Una caja de 85 N con naranjas se empuja por un piso horizontal, frenándose a una razón constante de 0,90 m/s cada segundo. La fuerza de empuje tiene una componente horizontal de 20 N y una vertical de 25 N hacia abajo. Calcule el coeficiente de fricción cinética entre la caja y el piso.
- 23.** Si el coeficiente de fricción cinética entre neumáticos y pavimento seco es de 0,80.
- En qué distancia mínima puede detenerse un coche que viaja a 28,7 m/s bloqueando los frenos?
 - En pavimento húmedo μ_k podría bajar a 0,25 ¿con qué rapidez debemos conducir en pavimento húmedo para poder parar en la misma distancia que en (a) ? (Bloquear los frenos no es la forma más segura de parar)
- 24.** Como se muestra en la figura, el bloque A (masa 2,5 kg) descansa sobre una mesa y está conectado mediante un cordón horizontal que pasa por una polea ligera sin fricción a un bloque colgante B (masa 1,3 kg). El coeficiente de fricción cinética entre el bloque A y la superficie es de 0,35. Los bloques se sueltan del reposo. Calcule:
- La rapidez de cada bloque después de moverse 3 cm
 - La tensión en el cordón.



6

TRABAJO Y ENERGÍA CINÉTICA



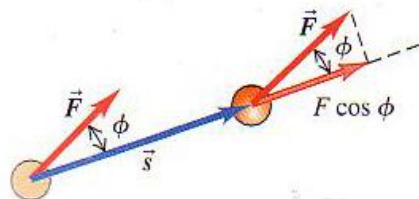
? Después de encontrar alimento para el desayuno, esta hormiga lo levanta y lo transporta. Cuando la hormiga levantó la manzana, ¿la manzana realizó trabajo sobre la hormiga?

RESUMEN

Cuando una fuerza constante \vec{F} actúa sobre una partícula que sufre un desplazamiento rectilíneo \vec{s} , el trabajo realizado por la fuerza sobre la partícula se define como el producto escalar de \vec{F} y \vec{s} . La unidad del trabajo en el SI es 1 joule = 1 newton.metro (1J = 1 N.m). El trabajo es una cantidad escalar; tiene un signo algebraico (positivo o negativo) pero no tiene dirección en el espacio.

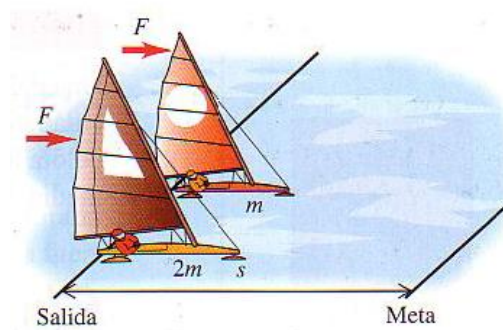
$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos \phi$$

ϕ = ángulo entre \vec{F} y \vec{s}



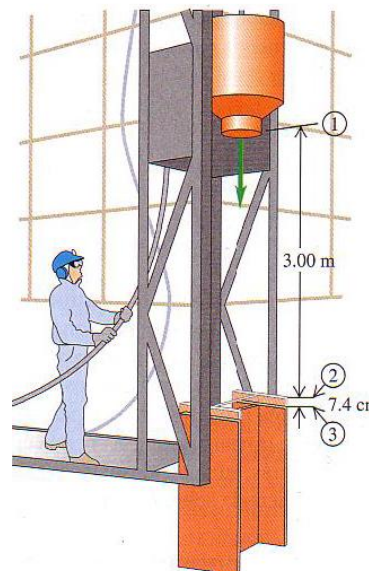
La energía cinética K de una partícula es igual al trabajo necesario para acelerarla desde el reposo hasta la rapidez V. También es igual al trabajo que la partícula puede efectuar en el proceso de detenerse. La energía cinética es una cantidad escalar sin dirección en el espacio, siempre es positiva o cero, y sus unidades son las mismas que las del trabajo: 1 J = 1 N.m = 1 kg.m²/s².

$$K = \frac{1}{2} mV^2$$



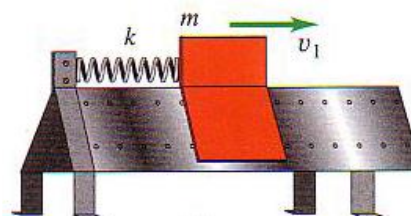
Cuando actúan fuerzas sobre una partícula mientras sufre un desplazamiento, la energía cinética de la partícula cambia en una cantidad igual al trabajo total W_{tot} realizado sobre ella por todas las fuerzas. Esta relación, llamada teorema del trabajo y energía cinética, es válida para fuerzas tanto constantes como variables y para trayectorias tanto rectas como curvas de la partícula, pero solo es aplicable a cuerpos que pueden tratarse como partículas.

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K$$



Si la fuerza varía durante un desplazamiento rectilíneo, el trabajo que realiza está dado por una integral.

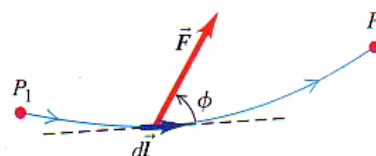
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx$$



Si la partícula tiene una trayectoria curva, el trabajo efectuado por una fuerza \vec{F} está dado por una integral en la que interviene el ángulo N entre la fuerza y el desplazamiento. Esta expresión es válida aún si la magnitud de la fuerza y el ángulo N varían durante el desplazamiento.

$$W = \int_{P_1}^{P_2} F \cos \phi dl$$

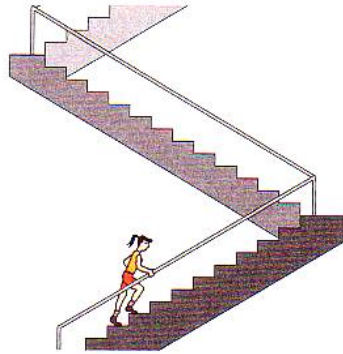
$$W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} d\vec{l}$$



La potencia es la rapidez con que se efectúa trabajo. La potencia media P_{med} es la cantidad de trabajo ΔW realizada en un tiempo Δt dividida entre ese tiempo, la potencia instantánea es el límite de la potencia media cuando Δt se aproxima a cero. Cuando una fuerza \vec{F} actúa sobre una partícula que se mueve con velocidad \vec{V} , la potencia instantánea (rapidez con que la fuerza efectúa trabajo) es el producto escalar de \vec{F} y \vec{V} al igual que el trabajo y la energía cinética, la potencia es una cantidad escalar. Su unidad en el SI es 1 watt = 1 joule/segundo ($1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$).

$$Pot = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$Pot = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$



CAPÍTULO 6: TRABAJO Y ENERGÍA CINÉTICA

6.1 TRABAJO MECÁNICO

1. Imagine que empuja su libro de física 1,50 m sobre una mesa horizontal con fuerza horizontal de 2,4 N. La fuerza de fricción opuesta es de 0,6 N.
 - a) ¿Cuánto trabajo efectúa la fuerza de 2,4 N sobre el libro?
 - b) ¿Y la de fricción?
 - c) ¿Qué trabajo total se efectúa sobre el libro?
2. Un viejo cubo de roble de 6,75 kg cuelga en un pozo del extremo de una cuerda que pasa sobre una polea sin fricción en la parte superior del pozo, y usted tira de la cuerda horizontalmente para levantar el cubo lentamente 4 m.
 - a) ¿Cuánto trabajo efectúa Ud. sobre el cubo?
 - b) ¿Y la fuerza gravitacional que actúa sobre el cubo?
 - c) ¿Qué trabajo total se realiza sobre el cubo?
3. Un pescador enrolla 12 m de sedal al tirar de un pez que ejerce una resistencia constante de 25 N. Si se tira con velocidad constante, ¿cuánto trabajo realiza sobre el pez la tensión del sedal?
4. Un obrero empuja horizontalmente una caja de 30 kg una distancia de 4,5 m en un piso plano, con velocidad constante. El coeficiente de fricción cinética entre el piso y la caja es de 0,25.
 - a) ¿Qué magnitud de fuerza debe aplicar el obrero?
 - b) ¿Cuánto trabajo efectúa sobre la caja?
 - c) ¿Cuánto trabajo efectúa la fricción sobre la caja?
 - d) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza normal?, ¿La gravedad?
 - e) ¿Qué trabajo total se efectúa sobre la caja?
5. Un carrito de supermercado cargado rueda por un estacionamiento por el que sopla un viento fuerte. Usted aplica una fuerza constante $\vec{F} = (30\hat{i} - 40\hat{j} + 14\hat{k})\text{N}$ al carrito mientras éste sufre un desplazamiento $\vec{s} = (-9,0\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k})\text{m}$. ¿Cuánto trabajo efectúa la fuerza que aplica al carrito?

5.2 TRABAJO Y ENERGÍA CINÉTICA

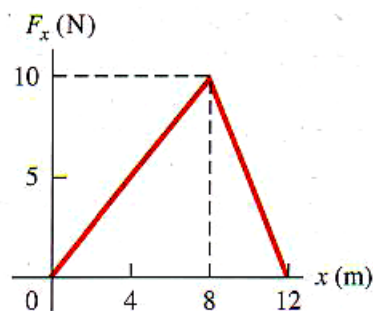
6.
 - a) Calcule la energía cinética expresada en Joules, de un auto de 1 600 kg que viaja a 50 km/h.
 - b) ¿En qué factor cambia la energía cinética si se duplica la rapidez?
7. Se cree que la masa de un Tyrannosaurus rex era del orden de 7 000 kg.
 - a) Trate al dinosaurio como una partícula y estime su energía cinética al caminar con rapidez de 4 km/h.
 - b) ¿Con qué rapidez tendría que moverse una persona de 70 kg para tener la misma energía cinética que el T. rex al caminar?
8. Imagine que pertenece a la Cuadrilla de Rescate Alpino y debe proyectar hacia arriba una caja de suministros por una pendiente de ángulo constante α de modo que llegue a un esquiador varado que está una distancia vertical h sobre la base de la pendiente. La pendiente es resbalosa, pero hay cierta fricción presente, con coeficiente de fricción cinética μ_k . Use el teorema de trabajo-energía para

calcular la rapidez mínima que debe impartir a la caja en la base de la pendiente para que llegue al esquiador. Expresar su respuesta en términos de g , h , μ_k y α .

9. Se lanza una piedra de 20 N verticalmente hacia arriba desde el suelo. Se observa que, cuando está 15 m sobre el suelo, viaja con velocidad de 25 m/s hacia arriba. Use el teorema de trabajo-energía para determinar
 - a) Su rapidez en el momento de ser lanzada.
 - b) Su altura máxima.
10. Una pelota de béisbol sale de la mano del lanzador con rapidez de 32 m/s. La masa de la pelota es 0,145 kg. Haga caso omiso de la resistencia del aire. ¿Cuánto trabajo efectuó el lanzador sobre la bola?

6.3 TRABAJO Y ENERGÍA CON FUERZAS VARIABLES

11. Se requiere un trabajo de 12 J para estirar un resorte 3 cm respecto a su longitud no estirada, ¿Cuánto trabajo debe efectuarse para comprimir ese resorte 4 cm respecto a su longitud no estirada?
12. Una fuerza de 160 N estira un resorte 0,05 m más allá de su longitud no estirada
 - a) ¿Qué fuerza se requiere para un estiramiento de 0,015 m? ¿Para una compresión de 0,02 m respecto a la longitud no estirada?
 - b) ¿Cuánto trabajo debe efectuarse en los dos casos de la parte (a)?
13. Una niña aplica una fuerza \vec{F} paralela al eje x a un trineo de 10 kg que se mueve sobre la superficie congelada de un estanque. La niña controla la rapidez del trineo, y la componente x de la fuerza que aplica varía con la coordenada x de! objeto como se muestra en la figura. Calcule el trabajo efectuado por \vec{F} cuando el trineo se mueve:
 - a) de $x = 0$ a $x = 8$ m.
 - b) de $x = 8$ m a $x = 12$ m.
 - c) de $x = 0$ a $x = 12$ m.



14. Una vaca terca trata de salirse del establo mientras usted la empuja cada vez con más fuerza para impedirlo. En coordenadas cuyo origen es la puerta del establo, la vaca camina de $x = 0$ a $x = 6,9$ m mientras usted aplica una fuerza con componente x $F_x = -[20 \text{ N} + (3,0 \text{ N/m}) x]$. ¿Cuánto trabajo efectúa sobre la vaca la fuerza que usted aplica durante este desplazamiento?
15. Una caja de 6 kg que se mueve a 3 m/s sobre una superficie horizontal sin fricción choca con un resorte ligero cuya constante de fuerza es de 75 N/cm. Use el teorema de trabajo-energía para determinar la compresión máxima del resorte.

6.4 POTENCIA

- 16.** ¿Cuántos Joules de energía consume una bombilla de 100 watts cada hora?. ¿Con qué rapidez tendría que correr una persona de 70 kg para tener esa cantidad de energía?
- 17.** Una piedra de 20 kg se desliza por una superficie horizontal áspera a 8 m/s y finalmente se para debido a la fricción. El coeficiente de fricción cinética entre la piedra y la superficie es de 0,2. ¿Cuánta potencia térmica medía se produce al detenerse la piedra?
- 18.** Un equipo de dos personas en una bicicleta tándem debe vencer una fuerza de 165 N para mantener una rapidez de 9 m/s. Calcule la potencia requerida por ciclista, suponiendo contribuciones iguales. Expresé su respuesta en watts y en caballos de fuerza.
- 19.** Cuando el motor de 75 kW (100 HP) está desarrollando su potencia máxima, un pequeño avión monomotor con masa de 700 kg gana altitud a razón de 2,5 m/s. ¿Qué fracción de la potencia del motor se está invirtiendo en hacer que el avión ascienda? (El resto se usa para vencer la resistencia del aire o se pierde por ineficiencias en la hélice y el motor.)
- 20.** Un elevador vacío tiene masa de 600 kg y está diseñado para subir con rapidez constante una distancia vertical de 20 m (5 pisos) en 16 s. Es impulsado por un motor capaz de suministrar 40 HP al elevador. ¿Cuántos pasajeros como máximo pueden subir en el elevador? Suponga una masa de 65 kg por pasajero.

ENERGÍA POTENCIAL Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

7



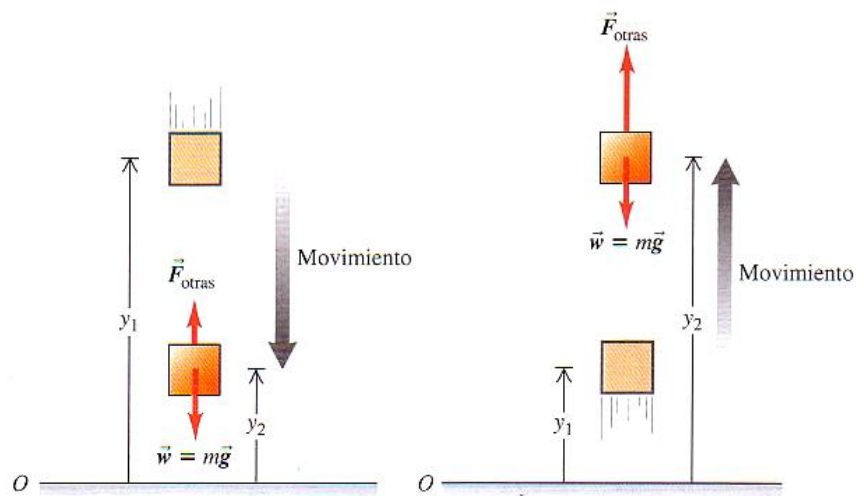
? Mientras este pato planea para descender, lo hace en línea recta con rapidez constante. ¿La energía mecánica del pato aumenta, disminuye o es constante durante el descenso? Si aumenta, ¿de dónde sale la energía adicional? Si disminuye, ¿a dónde va la energía perdida?

RESUMEN

El trabajo efectuado sobre una partícula por una fuerza gravitacional constante puede representarse en términos de un cambio en la energía potencial $U = mgy$. Esta energía es una propiedad compartida de la partícula y la tierra.

$$W_{\text{grav}} = mgy_1 - mgy_2$$

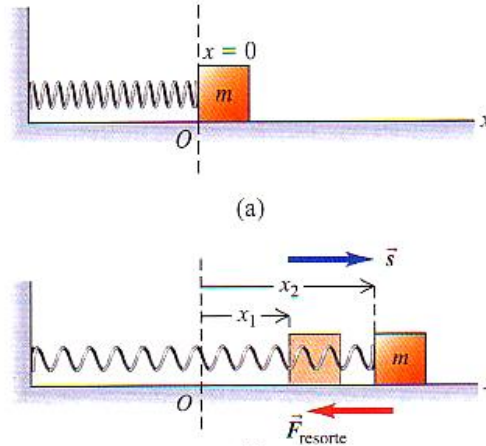
$$W_{\text{grav}} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$



Un resorte ideal estirado o comprimido ejerce una fuerza elástica $F_s = -kx$ sobre una partícula, donde x es la distancia de estiramiento o compresión. El trabajo efectuado por esta fuerza puede representarse como un cambio en la energía potencial elástica del resorte, $U = \frac{1}{2}kx^2$

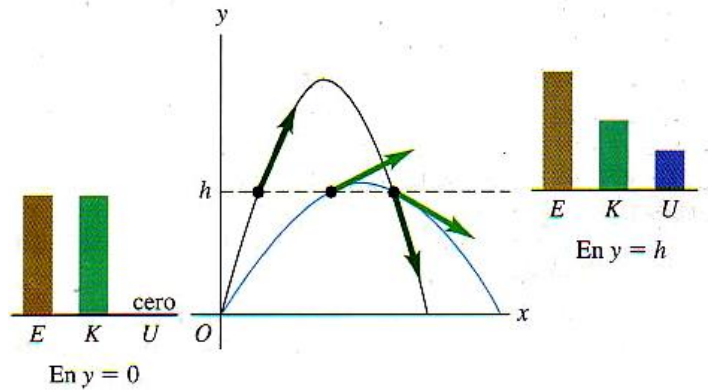
$$W_{\text{elas}} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

$$W_{\text{elas}} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$



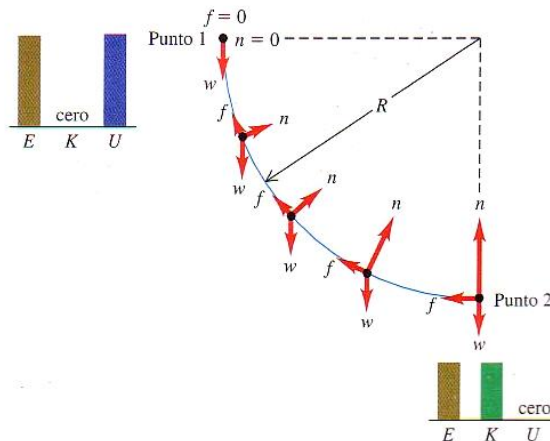
La energía potencial total es la suma de las energías potenciales gravitacional y elástica. Si sólo fuerzas gravitacional y elástica realizan trabajo sobre una partícula, la suma de las energías cinética y potencial se conserva. Esta suma, $E = K + U$, se denomina energía mecánica total.

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

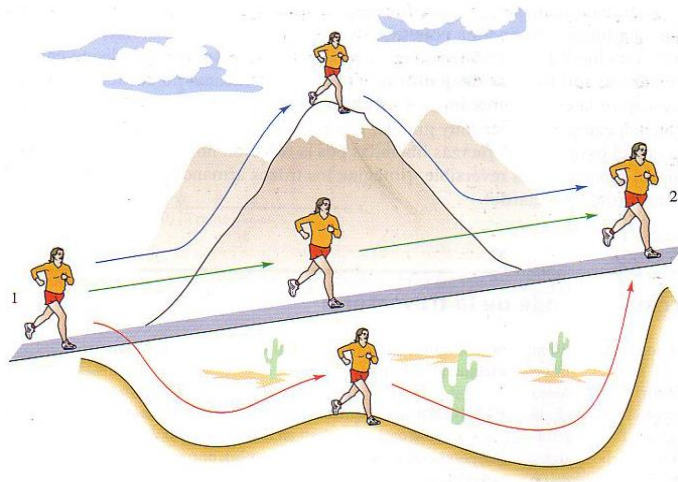


Si otras fuerzas además de la gravitacional y de las fuerzas elásticas realizan trabajo sobre una partícula, el trabajo W_{total} efectuado por esas otras fuerzas es igual al cambio de la energía mecánica total (energía cinética más energía potencial total).

$$K_1 + U_1 + W_{\text{otras}} = K_2 + U_2$$



Todas las fuerzas son conservativas o bien no conservativas. Una fuerza conservativa es aquella para la cual la relación trabajo - energía cinética es totalmente reversible. El trabajo de una fuerza conservativa siempre puede presentarse mediante una función de energía potencial, no así el de una fuerza no conservativa.



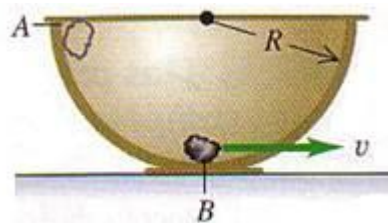
El trabajo realizado por fuerzas no conservativas se manifiesta como cambios en la energía interna de los cuerpos. La suma de las energías cinética, potencial e interna siempre se conserva.

$$\Delta K + \Delta U + \Delta U_{\text{internas}} = 0$$

CAPÍTULO 7 ENERGÍA POTENCIAL Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

7.1 ENERGÍA POTENCIAL GRAVITACIONAL

1. ¿Qué energía potencial tiene un elevador de 800 kg en la parte superior de la Torre Sears de Chicago, 440 m sobre el nivel de la calle? Suponga que la energía potencial en la calle es cero.
2. Un saco de 5 kg de harina se levanta 15 m verticalmente con rapidez constante de 3,50 m/s.
 - a) ¿Qué fuerza se requiere?
 - b) ¿Cuánto trabajo realiza esa fuerza sobre el saco? ¿Qué pasa con dicho trabajo?
3. Un saco de correo de 120 kg cuelga de una cuerda vertical de 6 m de longitud.
 - a) ¿Qué fuerza horizontal se necesita para mantener el saco desplazado 3 m lateralmente respecto a su posición inicial?
 - b) ¿Cuánto trabajo se efectúa para llevar el saco a esa posición?
4. Se lanza una pelota desde la azotea de un edificio de 22 m con velocidad inicial de magnitud 12 m/s y con un ángulo de 53° sobre la horizontal.
 - a) ¿Qué rapidez tiene la pelota justo antes de tocar el suelo? Use métodos de energía y desprecie la resistencia del aire.
 - b) Repita pero con la velocidad inicial a 53° debajo de la horizontal.
5. Un guijarro de 0,2 kg se libera del reposo en el punto A, en el borde de un tazón hemisférico de radio $R = 0,5$ m. Suponga que la piedra es pequeña en comparación con R , así que puede tratarse como partícula suponga que la piedra se desliza en lugar de rodar. El trabajo efectuado por la fricción sobre el guijarro al bajar de A al punto B en el fondo del tazón es $-0,22$ J. ¿Qué rapidez tiene la piedra al llegar a B?



6. Imagine que está probando una nueva montaña rusa con un carrito vacío de 120 kg. Una parte de la vía es un rizo vertical con radio de 12 m. En el nadir del rizo (punto A), el carrito tiene rapidez de 25,0 m/s, y en el cenit (punto B), de 8,0 m/s. ¿Cuánto trabajo efectúa la fricción cuando el carrito rueda del punto A al punto B?
7. Tarzán, en un árbol, ve a Jane en otro. Él toma el extremo de una liana de 20 m que forma un ángulo de 45° con la vertical, se deja caer de su rama y describe un arco hacia abajo para llegar a los brazos de Jane. En este punto, su liana forma un ángulo de 39° con la vertical. Calcule la rapidez de Tarzán justo antes de llegar a donde esta Jean para abrazarla tiernamente. Puede hacer caso omiso de la resistencia del aire y la masa de la liana.

7.2 ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

8. Una fuerza de 800 N estira cierto resorte una distancia de 0,2 m
 - a) ¿Qué energía potencial tiene entonces el resorte?
 - b) ¿Y cuándo se le comprime 5 cm?

9. Una fuerza de 720 N estira cierto resorte 0,15 m. ¿Qué energía potencial tiene el resorte cuando una masa de 60 kg cuelga verticalmente de él?

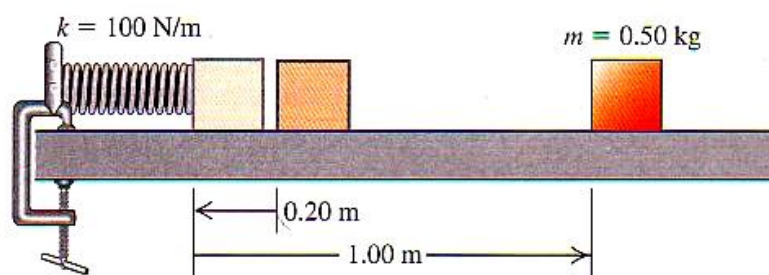
10. Un resorte de masa despreciable tiene constante de fuerza $k = 1\,600\text{ N/m}$.
 - a) ¿Qué tanto debe comprimirse para almacenar en el 3,2 J de energía potencial?
 - b) Si el resorte se coloca verticalmente con un extremo en el piso y se deja caer sobre él un libro de 1,20 kg desde una altura de 0,80 m. Determine la distancia máxima que se comprimirá el resorte.

11. Una resortera dispara un guijarro de 10 g una distancia de 22 m hacia arriba.
 - a) ¿Cuánta energía potencial se almacenó en la liga de la resortera?
 - b) Con la misma energía potencial almacenada en la liga, ¿a qué altura puede dispararse un guijarro de 25 g?
 - c) ¿De qué efectos físicos hizo caso omiso al resolver este problema?

12. Un queso de 1,20 kg se coloca en un resorte vertical con masa despreciable y constante de fuerza $k = 1\,800\text{ N/m}$ que está comprimido 15 cm. Cuando se suelta el resorte, ¿Qué altura alcanza el queso sobre su posición original? (El queso y el resorte no están unidos).

13. Imagine que le piden diseñar un resorte que confiera a un satélite de 1 160 kg una rapidez de 2,50 m/s relativa a un transbordador espacial en órbita. El resorte debe imprimir al satélite una aceleración máxima de 5g. La masa del resorte, la energía cinética de retroceso del transbordador y los cambios en la energía potencial gravitacional serán despreciables.
 - a) ¿Qué constante de fuerza debe tener el resorte?
 - b) ¿Qué distancia debe comprimirse el resorte?

14. Un bloque de 0,50 kg se empuja contra un resorte horizontal de masa despreciable, comprimiéndolo 0,20 m. Al soltarse, el bloque se mueve 1 m sobre una mesa horizontal antes de detenerse. La constante del resorte es $k = 100\text{ N/m}$. Calcule el coeficiente de fricción cinética μ_k entre el bloque y la mesa.

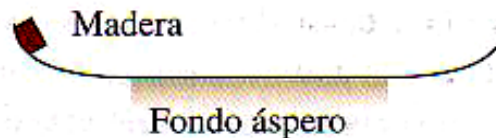


7.3 FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS

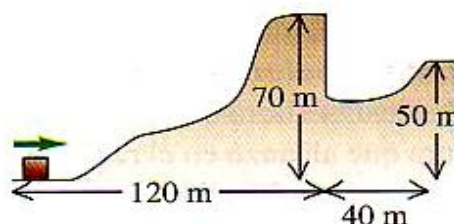
15. Un libro de 0,75 kg sube verticalmente una distancia de 16 m y luego baja verticalmente 16 m, volviendo a su posición inicial.
 - a) ¿Cuánto trabajo realizó la fuerza de atracción gravitacional durante el movimiento ascendente?
 - b) Y durante el movimiento descendente

c) Y durante todo el movimiento.

- 16.** Un trozo de madera de 2 kg resbala por la superficie que se muestra en la figura. Los lados curvos son perfectamente lisos, pero el fondo horizontal tiene una longitud de 30 m y es áspero, con coeficiente de fricción cinética de 0,20 con la madera. El trozo de madera parte del reposo 4 m arriba del fondo áspero.
- ¿Dónde se detendrá finalmente este objeto?
 - Para el movimiento desde que se suelta la madera hasta que se detiene, ¿Cuál es el trabajo total que realiza la fricción?



- 17.** Una roca de 28 kg se acerca al pie de una loma con rapidez de 15 m/s. La ladera de la loma tiene un ángulo constante de 40° sobre la horizontal. Los coeficientes de fricción estática y cinética entre la loma y la roca son 0,75 y 0,20, respectivamente.
- Use la conservación de la energía para obtener la altura máxima sobre el pie de la loma a la que subirá la roca.
 - ¿La roca permanecerá en reposo en ese punto más alto o se deslizará cuesta abajo?
 - Si la roca resbala hacia abajo, calcule su rapidez cuando vuelva al pie de la loma
- 18.** Una roca de 0,50 kg se mueve del origen al punto (3 m; 5 m) en un sistema de coordenadas en el que la dirección +y es hacia arriba
- La roca se mueve primero horizontalmente desde el origen hasta el punto (3 m; 0) y luego se mueve verticalmente a (3 m; 5 m). ¿Cuánto trabajo realiza la gravedad sobre la roca durante el desplazamiento?
 - Ahora suponga que la roca primero se movió verticalmente del origen hasta (0; 5 m), y luego horizontalmente a (3 m; 5 m). ¿Cuánto trabajo realiza la gravedad sobre la roca durante el desplazamiento?
- 19.** En un experimento, una de las fuerzas ejercidas sobre un protón es $\vec{F} = -ax^2\hat{i}$, donde $a = 12 \text{ N/m}^2$.
- ¿Cuánto trabajo efectúa \vec{F} cuando el protón se desplaza sobre la recta del punto (0,1 m; 0) al punto (0,10 m; 0,40 m)?.
 - ¿Y sobre la recta de (0,1 m; 0) a (0,30 m; 0)? c) ¿Y sobre la recta de (0,30 m; 0) a (0,10 m; 0)?
- 20.** Un bloque de 2,8 kg que se desliza remonta la colina lisa, cubierta de hielo. La cima de la colina es horizontal y esta 70 m más arriba que su base. ¿Qué rapidez mínima debe tener el bloque en la base de la colina para no quedar atrapada en el foso al otro lado de la colina?



MOMENTO LINEAL, IMPULSO Y COLISIONES

8



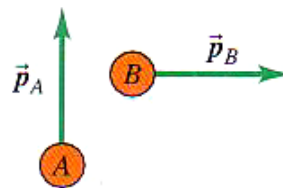
? ¿Qué podría causar un daño más grande a esta zanahoria: una bala calibre .22 que se mueve a 220 m/s como se muestra aquí, o una bala más ligera de la misma longitud y diámetro pero de la mitad de la masa que se mueve al doble de velocidad?

RESUMEN

La cantidad de movimiento \vec{p} de una partícula es una cantidad vectorial igual al producto de la masa m de la partícula y su velocidad \vec{v} . La segunda ley de Newton dice que la fuerza neta que actúa sobre una partícula es igual a la razón de cambio de la cantidad de movimiento de la partícula.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$



$$p_A = 18 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$p_B = 24 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Si una fuerza neta constante $\sum \vec{F}$ actúa sobre una partícula durante un intervalo de tiempo Δt de t_1 a t_2 , el impulso \vec{J} de la fuerza neta es el producto de la fuerza neta y el intervalo de tiempo. Si $\sum \vec{F}$ varía con el tiempo, \vec{J} es la integral de la fuerza neta en el intervalo de tiempo. En cualquier caso, el cambio en la cantidad de movimiento de una partícula durante un intervalo de tiempo es igual al impulso de la fuerza neta que actúa

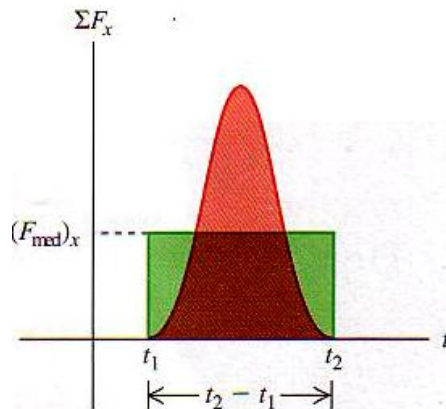
sobre ella durante ese intervalo. La cantidad de movimiento de una partícula es igual al impulso que la aceleró desde el reposo hasta su rapidez actual.

$$\vec{J} = \sum \vec{F}(t_2 - t_1) = \sum \vec{F}\Delta t$$

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_t dt$$

$$\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

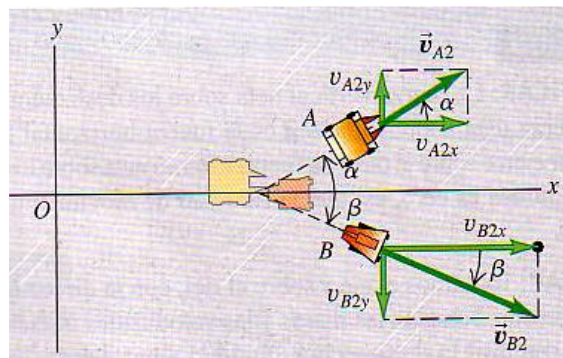
$$\vec{J} = \Delta \vec{p}$$



La cantidad de movimiento total de un sistema de partículas A, B, C, ... es la suma vectorial de las cantidades de movimiento de las partículas.

$$\vec{P} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \dots$$

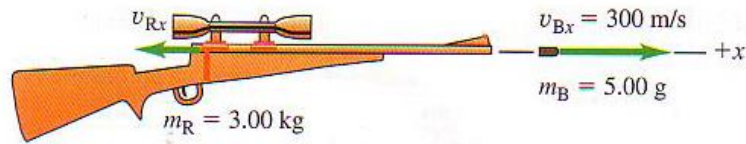
$$\vec{P} = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B + \dots$$



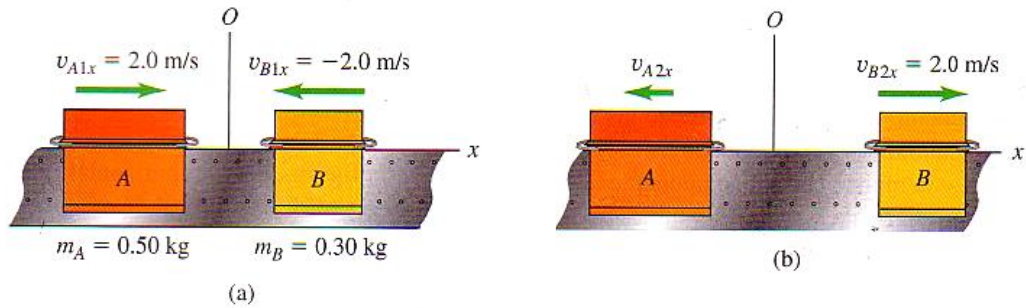
Una fuerza interna es una fuerza ejercida por una parte de un sistema sobre otra. Una fuerza externa es una fuerza ejercida sobre cualquier parte del sistema por algo externo al sistema. Si la fuerza externa neta que actúa sobre un sistema es cero, la cantidad de movimiento total del sistema es constante (se conserva); cada componente de la cantidad de movimiento total se conserva individualmente.

$$\text{Si: } \Sigma \vec{F} = 0$$

$$\vec{P} = \text{constante}$$



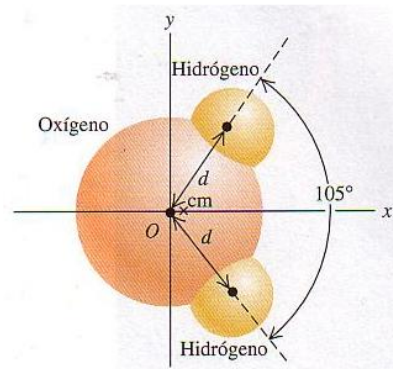
En todo tipo de choques, las cantidades de movimiento totales inicial y final son iguales. En un choque elástico entre dos cuerpos, las energías cinéticas totales inicial y final también son iguales y las velocidades relativas inicial y final tienen la misma magnitud. En un choque inelástico de dos cuerpos, la energía cinética total final es menor que la inicial. Si los dos cuerpos tienen la misma velocidad final, el choque es totalmente inelástico.



El vector de posición del centro de masa de un sistema de partículas, \vec{r} , es un promedio ponderado de las posiciones $\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \dots$ de las partículas.

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

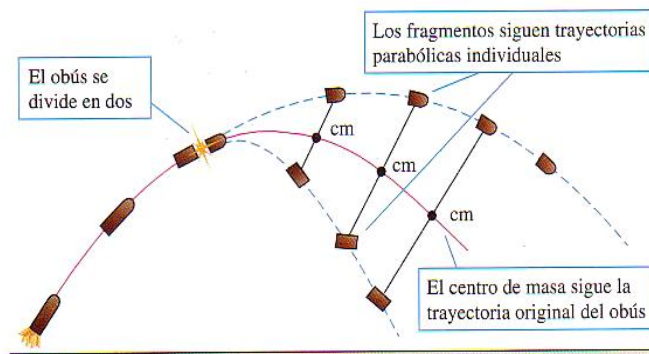
$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$$



La cantidad de movimiento total \vec{p} de un sistema es igual a su masa total M multiplicada por la velocidad \vec{v} , de su centro de masa. El centro de masa de un sistema se mueve como si toda la masa M estuviera concentrada en él. Si la fuerza externa neta que actúa sobre el sistema es cero, la velocidad del centro de masa \vec{v} es constante. Si la fuerza externa neta no es cero, el centro de masa se acelera como si fuera una partícula de masa M sobre la que actúa la misma fuerza externa neta.

$$\vec{P} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots$$

$$\vec{P} = M \vec{v}_{cm}$$

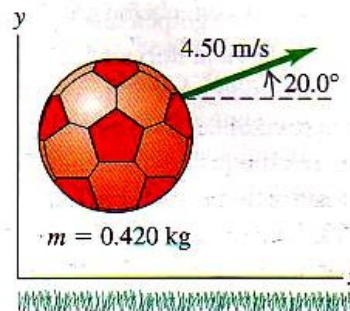


CAPÍTULO 8

CANTIDAD DE MOVIMIENTO, IMPULSO Y COLISIONES

8.1 CANTIDAD DE MOVIMIENTO E IMPULSO

- ¿Qué magnitud tiene la cantidad de movimiento de un camión de 10 000 kg que viaja con rapidez de 12 m/s?
 - ¿Con qué rapidez tendría que viajar una vagoneta de 2 000 kg para tener? i) la misma cantidad de movimiento ii) ¿la misma energía cinética?
- Un balón de fútbol soccer de 0,42 kg viaja a 4,5 m/s con un ángulo de 20° en sentido antihorario respecto al eje $+x$. ¿Qué componentes x e y tiene la cantidad de movimiento del balón?

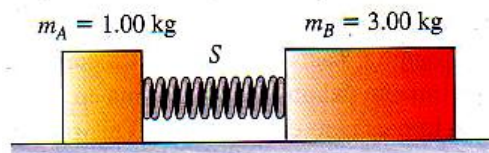


- Una pelota de béisbol de 0,145 kg se mueve a 1,3 m/s en la dirección $+y$, y una pelota de tenis de 0,057 kg se mueve a 7,8 m/s en la dirección $-y$. ¿Qué magnitud y dirección tiene la cantidad de movimiento total del sistema formado por las dos pelotas?
- Una pelota de béisbol tiene masa de 0,145 kg.
 - Si se lanza con rapidez de 45 m/s y después de batearla su velocidad es de 55 m/s en la dirección opuesta, ¿qué magnitud tienen el cambio de cantidad de movimiento de la bola y el impulso aplicado a ella con el bate?
 - Si la pelota está en contacto con el bate durante 2 ms, calcule la magnitud de la fuerza media aplicada por el bate.
- Un bate ejerce una fuerza horizontal $\vec{F} = [1,6 \times 10^7 t - 6,0 \times 10^9 t^2] \hat{i}$ sobre una pelota de 0,145 kg entre $t = 0$ y $t = 2,50$ ms. En $t = 0$, la velocidad inicial de la pelota es $-(40\hat{i} + 5\hat{j})$ m/s.
 - Calcule el impulso del bate sobre la bola durante los 2,5 ms que están en contacto.
 - Calcule el impulso ejercido por la gravedad sobre la bola durante ese tiempo.
 - Calcule la fuerza media ejercida por el bate sobre la bola durante ese lapso.
 - Calcule la cantidad de movimiento y la velocidad de la bola en $t = 2,50$ ms

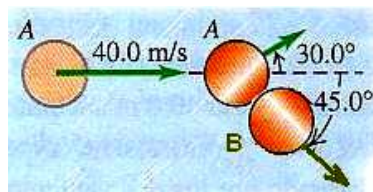
8.2 CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

- Frustrado porque el portero ha bloqueado sus tiros, un jugador de hockey de 75 kg parado en hielo lanza un disco de 0,16 kg horizontalmente hacia la red con una rapidez de 20 m/s. ¿Con qué rapidez y en qué dirección comenzará moverse el jugador si no hay fricción entre sus pies y el hielo?

7. En una mesa neumática horizontal sin fricción, el disco A (de masa $0,25$ kg) se mueve hacia el B (de masa $0,35$ kg) que está en reposo. Después del choque, A se mueve a $0,12$ m/s a la izquierda, y B lo hace a $0,65$ m/s a la derecha.
- ¿Qué rapidez tenía A antes del choque?
 - Calcule el cambio de energía cinética total del sistema durante el choque.
8. Los gases en expansión que salen por el cañón de un rifle también contribuyen al retroceso. Una bala de calibre 30 tiene una masa de $0,0072$ kg y una rapidez de 601 m/s relativa al cañón del rifle, cuya masa es de $2,80$ kg. El rifle, sostenido sin firmeza, retrocede a $1,85$ m/s relativo al suelo. Calcule la cantidad de movimiento de los gases al salir del cañón, en un sistema de coordenadas fijo al suelo.
9. El bloque A de la figura tiene una masa de 1 kg, y el B , de 3 kg. A y B se juntan a la fuerza, comprimiendo un resorte S entre ellos; luego el sistema se suelta del reposo en una superficie plana sin fricción. El resorte, de masa despreciable, está suelto y cae a la superficie después de extenderse. B adquiere una rapidez de $1,20$ m/s.
- ¿Qué rapidez final tiene A ?
 - ¿Cuánta energía potencial se almacenó en el resorte comprimido?



10. Un disco de hockey B descansa sobre hielo liso y es golpeado por otro disco, A , que viajaba a 40 m/s y se desvía 30° respecto a su dirección original. B adquiere una velocidad a $45,0^\circ$ respecto a la velocidad original de A . Los discos tienen la misma masa.
- Calcule la rapidez de cada uno después del choque.
 - ¿Qué fracción de la energía cinética original de A se disipa durante el choque?



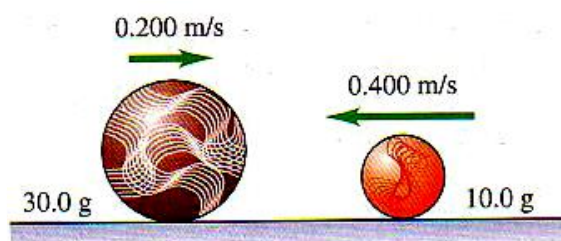
8.3 CHOQUES INELÁSTICOS

11. En una excesivamente grasosa barra de cafetería, prácticamente sin fricción, una baguette de $0,5$ kg que se mueve a 3 m/s a la izquierda choca con un emparedado de queso a la parrilla de $0,25$ kg que se mueve a $1,2$ m/s a la derecha.
- Si los platillos se pegan, ¿qué velocidad final tienen?
 - ¿Cuánta energía mecánica se disipa en el choque?
12. Imagine que su auto deportivo de $1\ 050$ kg, estacionado en una colina sin el freno de mano aplicado, rodó hasta la base de la colina y se mueve a 15 m/s por un camino horizontal hacia el oeste. El conductor de un camión de $6\ 320$ kg, que viaja hacia el este en el mismo camino, ve cómo el auto se aproxima y decide pararlo chocando de frente con él. Los dos vehículos quedan pegados después del choque.

- a) Si el camión se mueve a 10 m/s cuando choca con el auto, ¿qué velocidad (magnitud y dirección) tendrán los dos vehículos inmediatamente después del choque?
- b) ¿Qué rapidez debe tener el camión para que ambos vehículos se detengan por el choque?
- c) Determine el cambio de energía cinética del sistema de los dos vehículos en la situación de la parte (a) y en la de la parte (b).
- 13.** En un campo de fútbol americano muy lodoso, un apoyador de 110 kg taclea a un corredor de 85 kg. Justo antes del choque, el apoyador resbala con una velocidad de 8,8 m/s hacia el norte, y el corredor lo hace con una velocidad de 7,2 m/s hacia el oeste. ¿Con qué velocidad (magnitud y dirección) se mueven juntos los dos jugadores inmediatamente después del choque?
- 14.** Dos saltamontes retozones chocan en el aire en el cenit de sus respectivas trayectorias y se abrazan, sin soltarse después. Uno es un bicho robusto de 250 g que inicialmente se movía hacia el sur a 20 cm/s, mientras que el otro es una esbelta criatura de 150 g que inicialmente se movía hacia el norte a 60 cm/s. Calcule la disminución en la energía cinética resultado del choque.

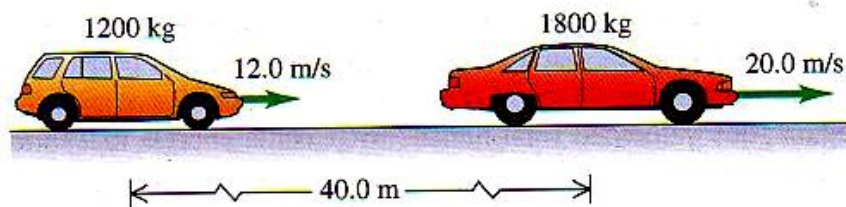
8.4 CHOQUES ELÁSTICOS

- 15.** Los bloques A (masa 2 kg) y B (masa 10 kg) se mueven en una superficie horizontal sin fricción. En un principio, el bloque B está en reposo y el A se mueve hacia él a 2 m/s. Los bloques están equipados con protectores de resorte ideal. El choque es de frente, así que todos los movimientos antes y después del choque están en una línea recta.
- a) Calcule la energía máxima almacenada en los protectores de resorte y la velocidad de cada bloque en ese momento.
- b) Calcule la velocidad de cada bloque una vez que se han separado.
- 16.** Un deslizador de 0,15 kg se mueve a la derecha de 0,8 m/s en un riel de aire horizontal sin fricción y choca de frente con un deslizador de 0,3 kg que se mueve a la izquierda a 2,2 m/s. Calcule la velocidad final (magnitud y dirección) de cada deslizador si el choque es elástico.
- 17.** Una canica de 10 g se desliza a la izquierda a 0,4 m/s sobre una acera horizontal helada (sin fricción) y choca de frente con una canica de 30 g que se desliza a la derecha a 0,2 m/s.
- a) Determine la velocidad (magnitud y dirección) de cada canica después del choque. (Puesto que el choque es elástico, los movimientos son en una línea.)
- b) Calcule el cambio en la cantidad de movimiento (es decir, la cantidad de movimiento después del choque menos la cantidad de movimiento antes del choque) para cada canica. Compare los valores obtenidos en cada caso.
- c) Calcule el cambio de energía cinética (es decir, la energía cinética después del choque menos la energía cinética antes del choque) para cada canica. Compare los valores obtenidos en cada caso.



8.5 CENTRO DE MASA

- 18.** Tres bloques de chocolate de forma rara tienen las siguientes masas y coordenadas del centro de masa: (1) 0,3 kg, (0,2 m; 0,3 m); (2) 0,4 kg (0,1 m; -0,4 m); (3) 0,2 kg, (-0,3 m; 0,6 m). ¿Qué coordenadas tiene el centro de masa del sistema?
- 19.** Una camioneta de 1 200 kg avanza en una autopista recta a 12 m/s. Otro auto, de masa 1 800 kg y rapidez 20 m/s, tiene su centro de masa 40 m adelante del centro de masa de la camioneta.
- Determine la posición del centro de masa del sistema formado por los dos vehículos.
 - Calcule la magnitud de la cantidad total de movimiento del sistema, a partir de los datos anteriores.
 - Calcule la rapidez del centro de masa del sistema.
 - Calcule la cantidad de movimiento total del sistema, usando la rapidez del centro de masa. Compare su resultado con el de la parte (b).



9

ROTACIÓN DE CUERPOS RÍGIDOS



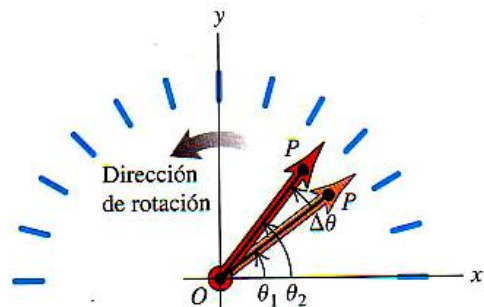
? Todos los segmentos del aspa de una turbina giratoria de viento tienen la misma velocidad angular. En comparación con un segmento dado del aspa, ¿cuántas veces mayor es la rapidez lineal de un segundo segmento ubicado al doble de distancia del eje de rotación? ¿Cuántas veces mayor es su aceleración radial?

RESUMEN

Cuando un cuerpo rígido gira sobre un eje fijo (que por lo general se llama eje z), su posición esta descrita por una coordenada angular θ . La velocidad angular ω_z es la derivada respecto al tiempo de la coordenada angular θ . La aceleración angular α_z , o la segunda derivada de la coordenada angular θ .

$$\omega_z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\alpha_z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega_z}{\Delta t} = \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$



Si un cuerpo rígido gira alrededor de un eje fijo con aceleración angular constante, la coordenada, velocidad y aceleración angulares están relacionadas por ecuaciones sencillas de cinemática en las que intervienen donde θ_0 y ω_0 , son los valores iniciales de la coordenada y la velocidad angulares.

$$\theta_f = \theta_0 + \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha_z \Delta t^2$$

$$\theta - \theta_0 = \left(\frac{\omega_f + \omega_0}{2} \right) \Delta t$$

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha \Delta t$$

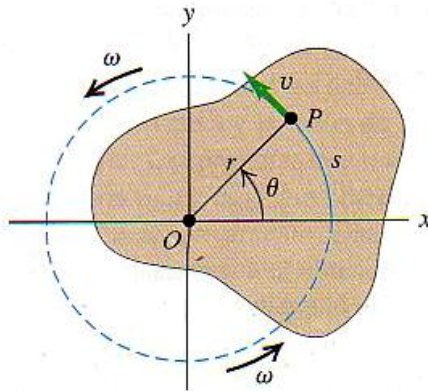
$$\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2\alpha \Delta \theta$$

La rapidez angular ω de un cuerpo rígido es la magnitud de su velocidad angular. La razón de cambio de ω es $\alpha = d\omega/dt$. En el caso de una partícula del cuerpo que está a una distancia r del eje de rotación, la rapidez v y las componentes de la aceleración a están relacionadas con ω y α .

$$v = r\omega$$

$$a_{\text{tan}} = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

$$a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$



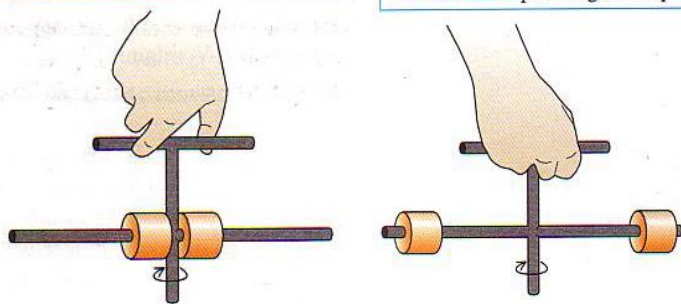
El momento de inercia I de un cuerpo alrededor de un eje dado es una medida de su inercia rotacional; cuanto mayor es el valor de I , más difícil es cambiar el estado de rotación del cuerpo. El momento de inercia se puede expresar como una sumatoria para las partículas m_i que constituyen el cuerpo, cada una de las cuales está a una distancia perpendicular r_i del eje.

- Masa cercana al eje
- Momento de inercia pequeño
- Es fácil poner a girar el aparato

- Masa más lejos del eje
- Mayor momento de inercia
- Es más difícil poner a girar el aparato

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots$$

$$I = \sum m_i r_i^2$$



En términos del momento de inercia I . La energía cinética rotacional K de un cuerpo rígido. $K = \frac{1}{2} I \omega^2$

CAPÍTULO 9

ROTACIÓN DE CUERPOS RÍGIDOS

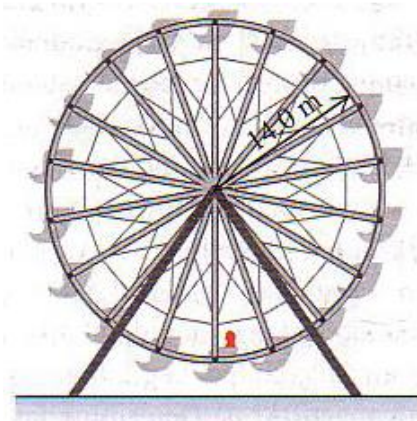
9.1 MOVIMIENTO EN UN CÍRCULO

1. La Tierra tiene 6 380 km de radio y gira una vez sobre su eje en 24 h.
 - a) ¿Qué aceleración radial tiene un objeto en el ecuador? De su respuesta en m/s^2 y como fracción de g .
 - b) si a_{rad} en el ecuador fuera mayor que g , los objetos saldrían volando al espacio. ¿Cuál tendría que ser el periodo de rotación para que esto sucediera?

2. Un modelo de rotor de helicóptero tiene cuatro aspas, cada una de 3,2 m de longitud desde el eje central hasta la punta. El modelo se gira en un túnel de viento a 550 rpm.
 - a) ¿Qué rapidez LÍNEAL tiene la punta del aspa en m/s ?
 - b) ¿Qué aceleración radial tiene la punta del aspa, expresada como un múltiplo de g ?

3. El radio de la órbita terrestre alrededor del Sol (suponiendo que fuera circular) es de $1,50 \times 10^8$ km, y la tierra la recorre en 365 días.
 - a) Calcule la magnitud de la velocidad orbital de la tierra en m/s
 - b) Calcule la aceleración radial hacia el sol en m/s^2 .

4. La rueda de la figura cuyo radio es 14 m, gira en sentido anti horario, se acaba de poner en movimiento. En un instante dado, un pasajero en el borde de la rueda que está pasando por el punto más bajo de su movimiento circular tiene una rapidez de 3 m/s , la cual está aumentando a razón de 0,5 m/s^2 . Calcule la magnitud y la dirección de la aceleración del pasajero mostrando sus vectores de velocidad y aceleración.



5. Una piedra atada a una cuerda se mueve en el plano xy ; sus coordenadas en función del tiempo son: $x(t) = R \cos \omega t$; $y(t) = R \sin \omega t$. Donde R y ω son constantes.
 - a) Demuestre que la distancia de la piedra al origen es constante e igual a R , es decir, que su trayectoria es una circunferencia de radio R .
 - b) Demuestre que la velocidad de la piedra siempre es perpendicular a su vector de posición.
 - c) demuestre que la aceleración de la piedra siempre es puesta en dirección al vector de posición y tiene magnitud $\omega^2 R$.
 - d) Demuestre que la magnitud de la velocidad de la piedra es constante e igual a ωR .

- e) combine los resultados de (c) y (d) para demostrar que la aceleración de la piedra tiene magnitud constante v^2 / R .

9.2 VELOCIDAD Y ACELERACIÓN ANGULARES

6. a) ¿Qué ángulo en radianes es subtendido por un arco de 2,5 m sobre la circunferencia de un círculo de 1,50 de radio? ¿Cuánto es esto en grados?
b) El ángulo entre dos radios de un círculo de 2 m de radio es 0,4 rad ¿Qué largo tiene el arco delimitado sobre la circunferencia por estos radios?
c) Un arco de 18 cm subtiende un ángulo de 42° ¿Qué radio tiene el círculo?
7. Calcule la velocidad angular en rad/s del cigüeñal de un motor de coche que gira a 2 500 rpm.
8. Un niño está empujando un carrusel. El ángulo que ha descrito el carrusel al girar varía con el tiempo según: $\theta = 0,8t + 0,016t^3$
a) Calcule la velocidad angular del carrusel en función del tiempo.
b) Qué valor inicial tiene la velocidad angular ω en $t = 5$ s y la velocidad angular media en el intervalo de $t = 0$ a $t = 5$ s ¿Qué diferencia hay entre estas cantidades?
9. El aspa de ventilador gira con una velocidad angular dada por: $\omega(t) = 3 - 0,4t^2$
a) calcule la aceleración angular en función del tiempo.
b) calcule la aceleración angular instantánea α en $t = 2$ s y la aceleración angular media para el intervalo de $t = 0$ a $t = 2$ s. ¿Qué diferencia hay entre estas cantidades?
10. El ángulo θ que describe una rueda de bicicleta al girar está dado por $\theta(t) = a + bt^2 + ct^3$, donde a, b y c son constantes tales que, para t en segundos, θ está en radianes. Calcule la aceleración angular de la rueda en función del tiempo.

9.3 ROTACIÓN CON ACELERACIÓN ANGULAR CONSTANTE

11. Una rueda gira con una aceleración angular constante de $0,45 \text{ rad/s}^2$.
a) Cuánto tiempo tarda en alcanzar una velocidad angular de 8 rad/s partiendo del reposo.
b) ¿Cuántas revoluciones gira la rueda en este tiempo?
12. Una rueda de bicicleta tiene una velocidad angular inicial de 1,50 rad/s. Si su aceleración angular es constante e igual a $0,3 \text{ rad/s}^2$, ¿Qué velocidad angular tiene después de girar 3,50 revoluciones?
13. Un motor eléctrico se apaga y su velocidad angular disminuye uniformemente de 900 rpm a 400 rpm en 6 s.
a) Calcule la aceleración angular en rev/s^2 y el número de revoluciones que el motor giro en el intervalo de 6 s.
b) ¿Cuántos segundos más tardara el motor en parar si la aceleración angular se mantiene constante en el valor calculado en (a)?
14. Una hoja de sierra circular de 0,2 m de diámetro parte del reposo y se acelera con una aceleración angular constante hasta una velocidad angular de 140 rad/s en 8 s. calcule la aceleración angular y el ángulo que giro la hoja de sierra.

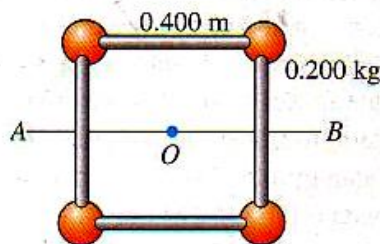
15. Un volante con aceleración angular constante de $2,50 \text{ rad/s}^2$ gira 80 rad en 5 s . ¿Qué velocidad angular tenía al principio del intervalo de 5 s ?

9.4 RELACIÓN ENTRE LA CINEMÁTICA LÍNEAL Y ANGULAR

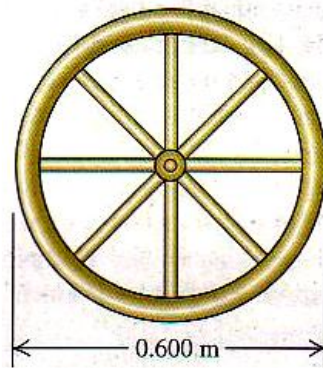
16. a) Un cilindro de $0,15 \text{ m}$ de diámetro gira en un torno a 500 rpm . ¿Qué rapidez tangencial tiene su superficie?
 b) la rapidez tangencial correcta para mecanizar el hierro colado es de $0,60 \text{ m/s}$. ¿A cuántas rpm debe girarse una pieza de $0,07 \text{ m}$ de diámetro en un torno para producir esta rapidez tangencial?
17. Un helicóptero sube verticalmente a $8,0 \text{ m/s}$ mientras el rotor principal gira en un plano horizontal a 150 rpm . El rotor tiene una longitud (de punta a punta) de 10 m , así que la distancia desde su eje a una punta es de 5 m . Calcule la magnitud de la velocidad resultante de la punta de la pala en el aire.
18. Una rueda gira con una velocidad angular constante de 8 rad/s .
 a) Calcule la aceleración radial de un punto a $0,5 \text{ m}$ del eje, usando la relación $a_{\text{rad}} = \omega^2 \cdot r$
 b) Calcule la rapidez tangencial del punto y calcule su aceleración radial con la relación $a_{\text{rad}} = v^2/r$
19. Una pieza mecánica tiene un disco de $4,50 \text{ cm}$ de radio fijo al extremo de un eje de $0,25 \text{ cm}$ de radio. Si la rapidez tangencial de un punto en la superficie del eje es de 2 m/s , ¿qué rapidez tangencial tiene un punto en el borde del disco?

9.5 ENERGIA EN EL MOVIMIENTO ROTACIONAL

20. Calcule el momento de inercia alrededor de los siguientes ejes para una varilla de $0,3 \text{ cm}$ de diámetro y $1,50 \text{ m}$ de longitud, con masa de $0,042 \text{ kg}$.
 a) Un eje perpendicular a la varilla que pasa por su centro.
 b) Un eje perpendicular a la varilla que pasa por un extremo.
 c) Un eje longitudinal que pasa por el centro de la varilla.
21. Cuatro esferas pequeñas, que pueden considerarse como puntos como la masa de $0,2 \text{ kg}$ cada una, están dispuestas en un cuadrado de $0,4 \text{ m}$ de lado, conectadas por varillas ligeras carentes de masa. Calcule el momento de inercia del sistema alrededor de un eje,
 a) que pasa por el centro del cuadrado, perpendicular a su plano
 b) que biseca al cuadrado (que pasa por la línea AB en la figura)
 c) que pasa por los centros de las esferas superior izquierda e inferior derecha y por el punto O.



22. Una rueda de carretera tiene un radio de $0,3 \text{ m}$ y la masa de su borde es de $1,4 \text{ kg}$. Cada rayo, que está sobre un diámetro y tiene $0,3 \text{ m}$ de longitud, tiene una masa de $0,28 \text{ kg}$. ¿Qué momento de inercia tiene la rueda alrededor de un eje que pasa por su centro y es perpendicular a su plano?



- 23.** Una hélice de avión tiene un diámetro de 2,08 m (de punta a punta) y masa de 117 kg, y gira a 2 400 rpm alrededor de un eje que pasa por su centro
- ¿Qué energía cinética rotacional tiene? Trate la hélice como varilla delgada.
 - Si no girara, ¿qué distancia tendría que caer libremente la hélice para adquirir esa energía?

9.6 TEOREMA DE LOS EJES PARALELOS

- 24.** Calcule el momento de inercia de un aro (anillo hueco de paredes delgadas) con masa M y radio R alrededor de un eje perpendicular al plano del aro y que pasa por un borde.
- 25.** Una lámina de acero rectangular delgada tiene lados que miden a y b y una masa M . Use el teorema de los ejes paralelos para calcular el momento de inercia de la lámina alrededor de un eje perpendicular al plano de la lámina y que pasa por una esquina.

10 DINÁMICA DEL MOVIMIENTO DE ROTACIÓN



? Si usted se encuentra en el Polo Norte, la Estrella Polar, Polaris, estará casi directamente encima de su cabeza, mientras que las demás estrellas parecerán trazar círculos alrededor de ella. Pero hace 5000 años, una estrella diferente, Thuban, se localizaba directamente encima del Polo Norte y era la Estrella del Norte. ¿Qué ocasionó este cambio?

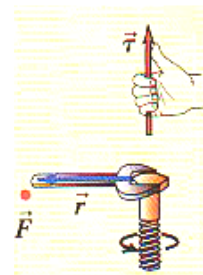
RESUMEN

Cuando una fuerza F actúa sobre un cuerpo, el momento de torsión τ de esa fuerza respecto a un punto O tiene una magnitud dada por el producto de la magnitud F de la fuerza y el brazo de palanca l . En términos más generales, el momento de torsión es un vector $\vec{\tau}$ igual al producto vectorial de \vec{r} (el vector posición del punto en el que actúa la fuerza) y \vec{F} .

$$\tau = Fl$$

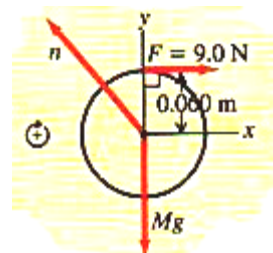
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Enrosque los dedos de la mano derecha de la dirección de \vec{r} hacia la dirección de \vec{F} ; el pulgar estirado apunta en la dirección de $\vec{\tau}$



El análogo rotacional de la segunda ley de Newton dice que el momento de torsión neto que actúa sobre un cuerpo es igual al producto del momento de inercia del cuerpo y su aceleración angular.

$$\Sigma \tau_z = I \alpha_z$$



Si un cuerpo rígido se mueve en el espacio al tiempo que gira, su movimiento puede considerarse como la superposición de un movimiento traslacional del centro de masa y un movimiento rotacional en torno a un eje que pasa por el centro de masa. Podemos aplicar el mismo enfoque a la energía cinética que es la suma de una energía cinética traslacional y una rotacional. También puede aplicarse a la dinámica: la segunda ley de Newton describe el movimiento del centro de masa y el equivalente rotacional de esa ley describe la rotación en torno al centro de masa. En el caso de un cuerpo que rueda sin resbalar, existe una relación especial entre el movimiento del centro de masa y el movimiento rotacional.

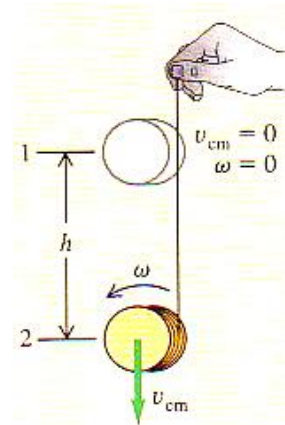
$$K = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2$$

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = M \vec{a}_{cm}$$

$$\Sigma \tau_z = I_{cm} \alpha_z$$

$$v_{cm} = R \omega$$

(rodamiento sin deslizamiento)



Si un momento de torsión actúa sobre un cuerpo rígido que sufre un desplazamiento angular, efectúa trabajo sobre el cuerpo. Ese trabajo puede expresarse como una integral del momento de torsión o, si el momento es constante, el producto del momento de torsión y el desplazamiento angular. El teorema del trabajo-energía para el movimiento rotacional de un cuerpo rígido dice que el trabajo rotacional total efectuado sobre un cuerpo es igual al cambio de energía cinética rotacional. La potencia, o rapidez con que el momento de torsión efectúa trabajo, es el producto del momento de torsión y la velocidad angular.

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau_z d\theta$$

$$W = \tau_z (\theta_2 - \theta_1) = \tau_z \Delta\theta$$

$$W = \frac{1}{2} I \omega_2^2 - \frac{1}{2} I \omega_1^2$$

$$P = \tau_z \omega_z$$



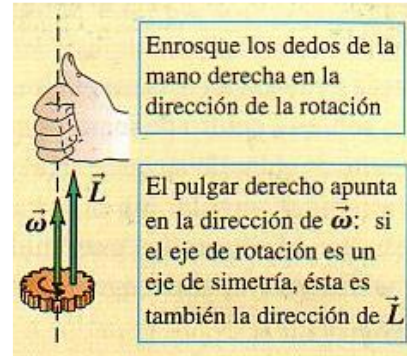
La cantidad de movimiento angular de una partícula respecto a un punto O es el producto vectorial del vector de posición \vec{r} de la partícula respecto a O y su cantidad de movimiento $\vec{p} = m\vec{v}$. Si un cuerpo simétrico gira alrededor de un eje de simetría estacionario, su cantidad de movimiento angular es el producto de su momento de inercia y su vector de velocidad angular $\vec{\omega}$. Si el cuerpo no es simétrico o el eje de rotación (z) no es un eje de simetría, la componente de la cantidad de movimiento angular sobre el eje de rotación es $I\omega_z$.

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \equiv \vec{r} \times m\vec{v}$$

(partícula)

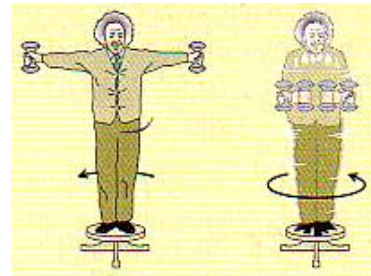
$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

(cuerpo rígido que gira
En torno a un eje de simetría)



La relación dinámica básica para el movimiento rotacional de cualquier sistema es que el momento de torsión externo neto es igual a la rapidez de cambio de la cantidad de movimiento angular. Si el momento de torsión externo neto que actúa sobre el sistema es cero, la cantidad de movimiento angular total del sistema es constante (se conserva).

$$\Sigma \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

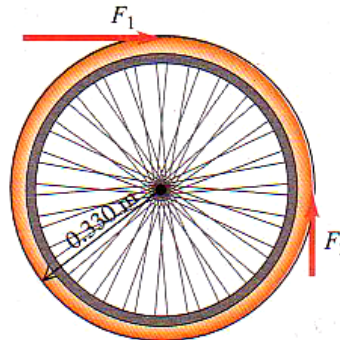


CAPÍTULO 10

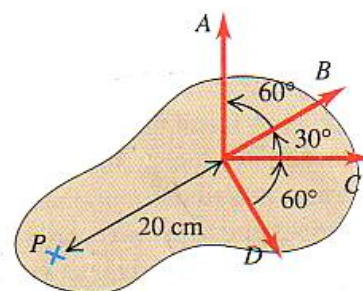
DINAMICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

10.1 MOMENTO DE TORSIÓN

1. Se aplican fuerzas $F_1 = 7,50 \text{ N}$ y $F_2 = 5,30 \text{ N}$ tangencialmente a una rueda de $0,330 \text{ m}$ de radio. ¿Qué momento de torsión neto producen sobre la rueda éstas fuerzas, respecto a un eje perpendicular a la rueda que pasa por su centro?

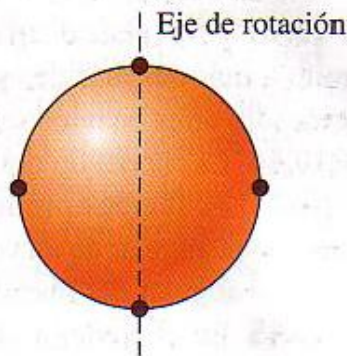


2. Una fuerza que actúa sobre una pieza mecánica es $\vec{F} = -5,0\hat{i} + 4,0\hat{j}$. Y el vector del origen al punto de aplicación de fuerza es $\vec{r} = -0,45\hat{i} + 0,15\hat{j}$.
- Use la regla de la mano derecha para determinar la dirección del momento de torsión.
 - Calcule el vector de momento de torsión producido por la fuerza.
3. En la figura, las fuerzas A, B, C y D tienen magnitud de 50 N y actúan sobre el mismo punto del objeto.
- ¿Qué momento de torsión (magnitud y dirección) ejerce cada una de estas fuerzas sobre el objeto, alrededor del punto P?
 - Calcule el momento de torsión alrededor del punto P.

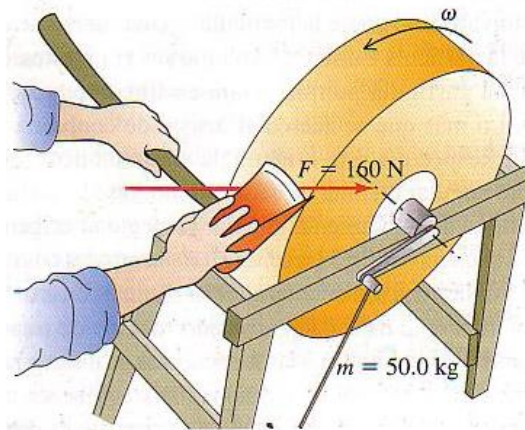


10.2 MOMENTO DE TORSIÓN Y ACCELERACIÓN ANGULAR DE CUERPO RIGIDO

4. Un casco esférico uniforme de $8,40 \text{ kg}$ y $50,0 \text{ cm}$ de diámetro tiene cuatro masas pequeñas de $2,00 \text{ kg}$ pegadas a su superficie exterior, a distancias equidistantes. Esta combinación gira en torno a un eje que pasa por el centro de la esfera y dos de las masas pequeñas. ¿Qué momento de torsión por fricción se requiere para reducir la rapidez angular del sistema, de 75 rpm a 50 rpm en 30 s ?



5. El volante de un motor tiene momento de inercia de $2,50 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ alrededor de su eje de rotación.
 - a) ¿Qué momento de torsión constante se requiere para que alcance una rapidez angular de 400 rpm en $8,00 \text{ s}$, partiendo del reposo?
 - b) ¿Qué energía cinética final tiene?
6. Un cordón se enrolla en el borde de una rueda de $0,250 \text{ m}$ de radio y se tira del cordón con una fuerza constante de $40,0 \text{ N}$. La rueda está montada con cojinetes sin fricción en un eje horizontal que pasa por su centro. El momento de inercia de la rueda alrededor de este eje es $5,00 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Calcule la aceleración angular de la rueda.
7. Una piedra de afilar en forma de disco sólido de $0,52 \text{ m}$ de diámetro y masa de 50 kg gira a 850 rpm . Usted presiona un hacha contra el borde de la piedra con una fuerza normal de 160 N , y la piedra se detiene en $7,5 \text{ s}$. Calcule el coeficiente de fricción entre el hacha y la piedra. Ignore la fricción de los cojinetes

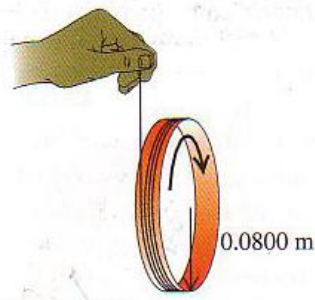


8. Un cilindro uniforme sólido con masa de $8,25 \text{ kg}$ y diámetro de 15 cm está girando a 220 rpm sobre un eje delgado sin fricción que pasa a lo largo del eje del cilindro. Se diseña un sencillo freno de fricción para detener el cilindro empujando el freno contra el borde exterior con una fuerza normal. El coeficiente de fricción cinética entre el freno y el borde es de $0,333$. ¿Qué fuerza normal debe aplicarse para detener el cilindro después de girar $5,25$ revoluciones?

10.3 ROTACIÓN DE UN CUERPO RIGIDO ALREDEDOR DE UN EJE MÓVIL

9. Se enrolla un hilo varias veces en el borde de un aro de $0,08 \text{ m}$ de radio y masa de $0,18 \text{ kg}$. Si el extremo libre del hilo se sostiene fijo y el aro se suelta del reposo, calcule:
 - a) la tensión en el hilo mientras el aro baja al desenrollarse el hilo.

- b) el tiempo que el aro tarda en bajar 0,75 m.
 c) la rapidez angular del aro después de bajar 0,75 m.



- 10.** Un casco esférico hueco de 2 kg rueda sin resbalar bajando una pendiente de 38° .
- Calcule: la aceleración, la fuerza de fricción y el coeficiente de fricción mínimo para que no resbale.
 - ¿Cómo cambiarían sus respuestas a la parte (a) si la masa se aumentara al doble (4 kg)?
- 11.** Una esfera sólida se suelta del reposo y baja por una ladera que forma un ángulo de 65° abajo de la horizontal.
- ¿Qué valor mínimo debe tener el coeficiente de fricción estática entre la ladera y la bola para que no haya deslizamiento?
 - ¿El coeficiente calculado en la parte (a) bastaría para evitar que una esfera hueca (como un balón de fútbol) resbale? Justifique su respuesta.
 - En la parte (a), ¿por qué usamos el coeficiente de fricción estática y no el de fricción cinética?
- 12.** Una rueda de 392 N se desprende de un camión en movimiento, rueda sin resbalar por una carretera y, al llegar al pie de una colina, está girando a 25 rad/s. El radio de la rueda es de 0,6 m y su momento de inercia alrededor de su eje de rotación es $0,8MR^2$. La fricción efectúa trabajo sobre la rueda mientras ésta sube la colina hasta parar a una altura h sobre el pie de la colina; ese trabajo tiene valor absoluto de 3 500 J. Calcule h .

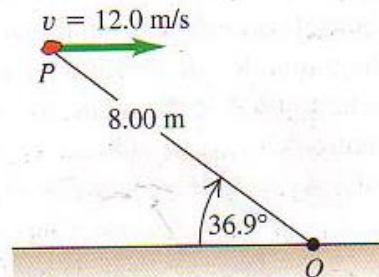
10.4 TRABAJO Y POTENCIA EN MOVIMIENTO ROTACIONAL

- 13.** Un carrusel de 2,4 m de radio tiene momento de inercia de $2\,100\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ alrededor de un eje vertical que pasa por su centro y gira con fricción despreciable.
- Un niño aplica una fuerza de 18 N tangencialmente al borde durante 15 s. Si el carrusel estaba inicialmente en reposo, ¿qué rapidez angular tiene al final?
 - ¿Cuánto trabajo efectuó el niño sobre el carrusel?
 - ¿Qué potencia media suministra el niño?
- 14.** Las puntas de carburo de los dientes de corte de una sierra circular están a 8,6 cm del eje de rotación.
- La rapidez sin carga de la sierra, cuando no está cortando, es de 4 800 rpm. ¿Por qué es despreciable la potencia desarrollada sin carga?
 - Al cortar madera, la rapidez angular de la sierra baja a 2 400 rpm, y la potencia desarrollada es de 1,9 hp. ¿Qué fuerza tangencial ejerce la madera sobre las puntas de carburo?
- 15.** a) Calcule el momento de torsión producido por un motor industrial que desarrolla 150 kW a una rapidez angular de 4 000 rpm.

b) Un tambor de 0,4 m de diámetro y masa despreciable se conecta al eje del motor para levantar un peso que cuelga de una cuerda enrollada en el tambor. ¿Qué peso máximo puede levantar el motor, con rapidez constante? c) ¿Con qué rapidez subirá el peso?

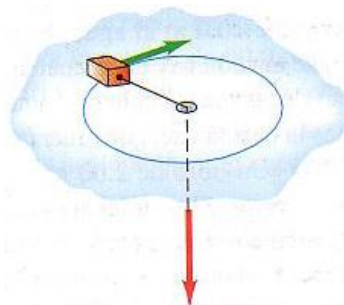
10.5 CANTIDAD DE MOVIMIENTO ANGULAR

- 16.** Una mujer de 50 kg esta parada en el borde de un disco grande de 110 kg con radio de 4 m que gira a 0,50 rev/s alrededor de un eje que pasa por su centro. Calcule la magnitud de la cantidad de movimiento angular total del sistema mujer-disco. (Suponga que la mujer puede tratarse como punto).
- 17.** Una piedra de 2 kg tiene una velocidad horizontal con magnitud de 12 m/s cuando está en el punto P de la figura.
- ¿Qué cantidad de movimiento angular (magnitud y dirección) tiene respecto a O en ese instante?
 - Suponiendo que la única fuerza que actúa sobre la piedra es su peso, calcule la rapidez del cambio (magnitud y dirección) de su cantidad de movimiento angular en ese instante.



10.6 CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO ANGULAR

- 18.** Un bloque de 0,025 kg en una superficie horizontal sin fricción está atado a un cordón sin masa que pasa por un agujero en la superficie. El bloque inicialmente está girando a una distancia de 0,3 m del agujero, con rapidez angular de 1,75 rad/s. Ahora se tira del cordón desde abajo, acortando el radio del círculo que describe el bloque a 0,15 m. El bloque puede tratarse como partícula.
- ¿Se conserva la cantidad de movimiento angular? Explique.
 - ¿Qué valor tiene ahora la rapidez angular?
 - Calcule el cambio de energía cinética del bloque.
 - ¿Cuánto trabajo se efectuó al tirar del cordón?



- 19.** Una clavadista sale del trampolín con los brazos hacia arriba y las piernas hacia abajo, lo que le confiere un momento de inercia alrededor de su eje de rotación de 18 kg.m². Luego, ella forma una bola, reduciendo su momento de inercia a 3,6 kg.m² y gira dos revoluciones completas en 1 s. Si no se hubiera encogido, ¿cuántas revoluciones habría girado en los 1,5 s que tarda en caer desde el trampolín al agua?

11 EQUILIBRIO Y ELASTICIDAD



? Este acueducto romano utiliza el principio del arco para sostener el peso de la estructura y el agua que transporta. ¿Los bloques que forman el arco se comprimen, se estiran o ambas cosas?

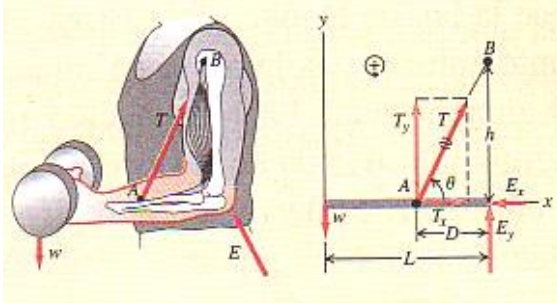
RESUMEN

Para que un cuerpo rígido esté en equilibrio, deben cumplirse dos condiciones. Primera, la suma resultante de las fuerzas debe ser cero. Segunda, la suma de los momentos de torsión respecto a cualquier punto debe ser cero. Para calcular el momento de torsión debido a una fuerza, se calcula el momento de torsión de cada componente de la fuerza empleando su brazo de palanca y signos apropiados y luego se suman los valores.

$$\Sigma F_x = 0; \quad \Sigma F_y = 0; \quad \Sigma F_z = 0$$

$$\Sigma \vec{\tau} = 0$$

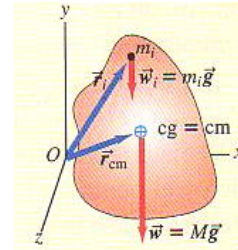
Alrededor de cualquier punto



El momento de torsión debido al peso de un cuerpo puede obtenerse suponiendo que todo el peso se concentra en el centro de gravedad. Si \vec{g} tiene el mismo valor en todos los puntos, las coordenadas del centro de gravedad son las del centro de masa.

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$



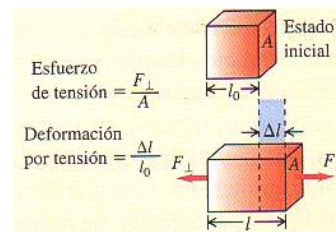
La ley de Hooke establece que, en las deformaciones elásticas, el esfuerzo (fuerza por unidad de área) es proporcional a la deformación (cambio fraccionario de forma). La constante de proporcionalidad se llama módulo de elasticidad.

$$\frac{\text{esfuerzo}}{\text{deformación}} = \text{módulo de elasticidad}$$

El esfuerzo de tensión es la fuerza de tensión por unidad de área, F_{\perp}/A . La deformación por tensión es el cambio fraccionario de longitud, $\Delta l/l_0$. El módulo de elasticidad se llama módulo de Young, Y . El esfuerzo y la deformación de compresión se definen igual que para la tensión y el esfuerzo de tensión.

$$Y = \frac{\text{esfuerzo de tensión}}{\text{definición por tensión}}$$

$$Y = \frac{F_{\perp} / A}{\Delta l / l_0} = \frac{F_{\perp}}{A}$$

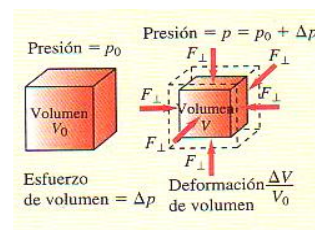


La presión ejercida por un fluido es la fuerza por unidad de área. El esfuerzo de volumen es un cambio de presión, Δp , y la deformación por volumen es el cambio fraccionario de volumen $\Delta V/V_0$. El módulo de elasticidad se llama módulo de volumen, B . La compresibilidad, k , es el inverso del módulo de volumen: $k = 1/B$.

$$p = \frac{F_{\perp}}{A}$$

$$B = \frac{\text{esfuerzo de volumen}}{\text{deformación por volumen}}$$

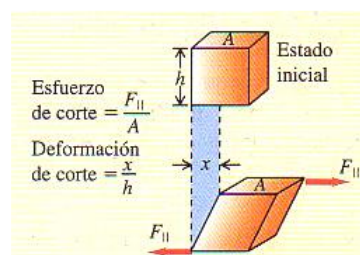
$$B = - \frac{\Delta p}{\Delta V / V_0}$$



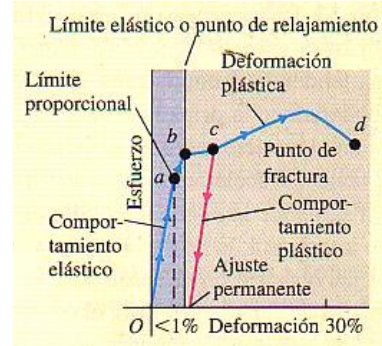
El esfuerzo de corte es la fuerza por unidad de área, F_{\parallel}/A , para una fuerza aplicada tangente a una superficie. La deformación de corte es el desplazamiento x de un lado dividido entre la dimensión transversal h . El módulo de elasticidad se llama módulo de corte, S .

$$S = \frac{\text{esfuerzo de corte}}{\text{deformación de corte}}$$

$$S = \frac{F_{\parallel} / A}{x / h} = \frac{F_{\parallel} \cdot h}{A \cdot x}$$



El límite proporcional es el esfuerzo máximo para que el esfuerzo y la deformación son proporcionales. Más allá, la ley de Hooke no es válida. El límite elástico es el esfuerzo a partir del cual se presenta una deformación irreversible. El esfuerzo de rotura, o resistencia límite, es el esfuerzo en el que el material se rompe

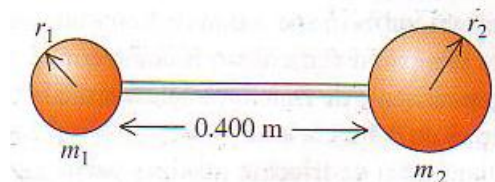


CAPÍTULO 11

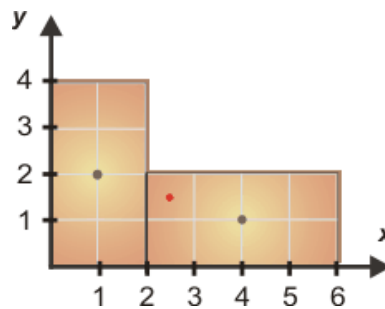
EQUILIBRIO Y ELASTICIDAD

11.1 CENTROS DE GRAVEDAD

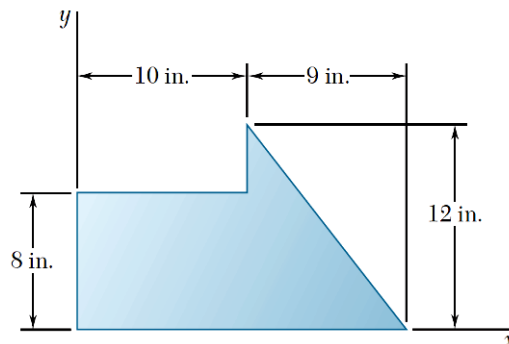
- Una esfera de 1 kg con radio $r_1 = 0,08$ m está unida por una varilla ligera de 1,5 kg y 0,4 m de longitud a una segunda esfera de 2 kg con radio $r_2 = 0,1$ m. ¿Dónde se ubica el centro de gravedad del sistema?



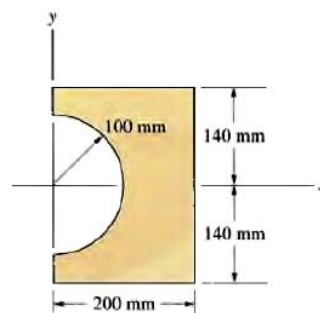
- Halle el centro de gravedad de la superficie mostrada:



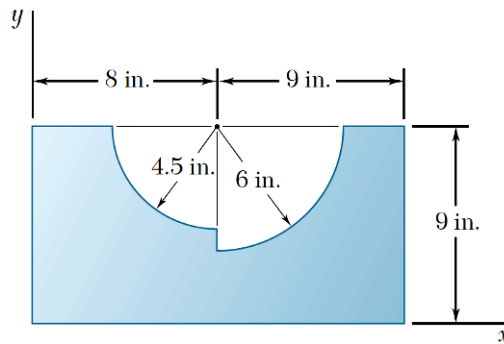
- Localice el centro de gravedad del área plana mostrado en la figura



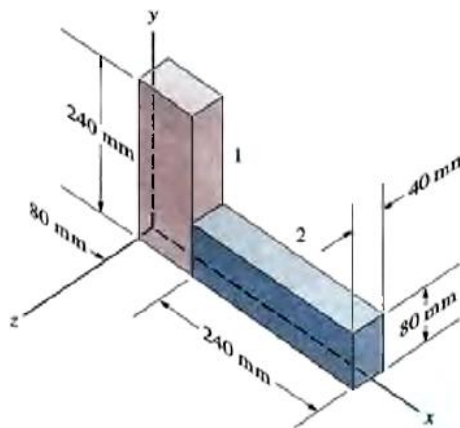
- Determine el centro de gravedad de la figura mostrada:



- Localice el centro de gravedad del área plana mostrado en la figura:

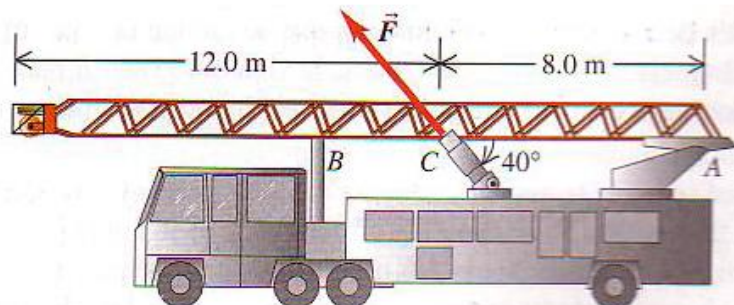


6. La pieza está compuesta de dos barras homogéneas. La barra 1 es de una aleación de tungsteno con densidad de $14\,000\text{ kg/m}^3$, mientras que la barra 2 es de acero con densidad de $7\,800\text{ kg/m}^3$. Determine el centro de masa.

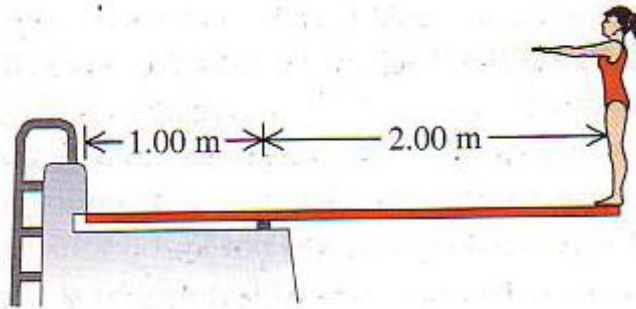


11.2 CONDICIONES DEL EQUILIBRIO

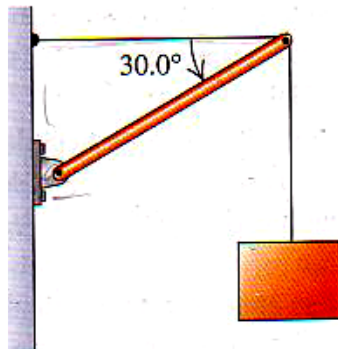
7. La escalera de un camión de bomberos tiene 20 m de longitud, pesa 2 800 N, tiene su centro de gravedad en su centro y pivotea sobre un perno en el extremo A. Puede despreciarse el momento de torsión por fricción en A. La escalera se levanta con la fuerza \vec{F} aplicada por un pistón hidráulico en el punto C, a 8 m del punto A la fuerza \vec{F} forma un ángulo de 40° con la escalera. ¿Qué magnitud mínima debe tener \vec{F} para separar la escalera del apoyo en B?



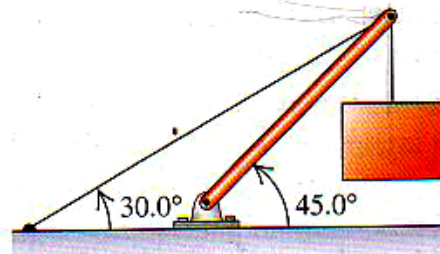
8. Un trampolín de 3 m de longitud se apoya en un punto a 1 m del extremo izquierdo, y una clavadista que pesa 500 N se para en el extremo libre (derecho). El trampolín tiene sección transversal uniforme y pesa 280 N. Calcule:
- La fuerza en el apoyo.
 - La fuerza en el extremo fijo.



9. Una escalera uniforme de 5,0 m de longitud que pesa 160 N descansa contra una pared vertical sin fricción con su base a 3,0 m de la pared. El coeficiente de fricción estática entre la base de la escalera y el suelo es de 0,40. Un hombre de 740 N sube lentamente la escalera.
- Qué fuerza de fricción máxima puede ejercer el suelo sobre la escalera en su base.
 - A cuánto asciende esa fuerza cuando el hombre ha trepado 1,0 m a lo largo de la escalera.
 - Hasta donde puede trepar el hombre antes que la escalera resbale.
10. Calcule la tensión T en cada cable y la magnitud y dirección de la fuerza ejercida sobre el puntal por el pivote en los sistemas mostrados. En cada caso, sea w el peso de la caja suspendida, que contiene inapreciables objetos de arte. El puntal es uniforme y también pesa w .

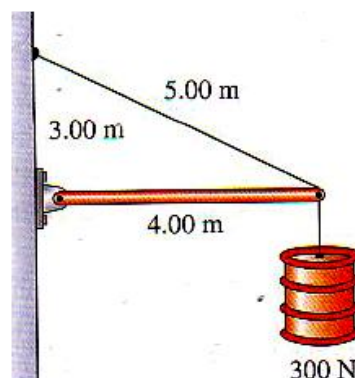


(a)



(b)

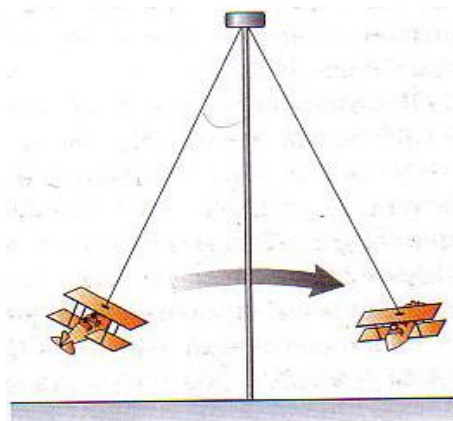
11. La viga horizontal de la figura pesa 150 N, y su centro de gravedad está en su centro. Calcule:
- La tensión en el cable
 - Las componentes horizontal y vertical de la fuerza ejercida por la pared sobre la viga.



- 12.** Suponga que no puede levantar más de 450 N sin ayuda.
- Cuánto podrá levantar empleando una carretilla de 2,0 m de longitud. Suponga que la carretilla pesa 80 N y que su centro de gravedad está a 0,70 m de la rueda. Suponga que la carga que lleva en la carretilla también está a 0,70 m de la rueda.
 - De dónde proviene la fuerza que le permite levantar más de 450 N cuando usa la carretilla.

11.3 ESFUERZO, DEFORMACIÓN Y MODULOS DE ELASTICIDAD

- 13.** Un bíceps relajado requiere una fuerza de 25 N para alargarse 3 cm; el mismo músculo sometido a máxima tensión requiere de una fuerza de 500 N para el mismo alargamiento. Calcule el módulo de Young para el tejido muscular en ambas condiciones si lo consideramos como un cilindro uniforme de 0,2 m de longitud y sección de 50 cm².
- 14.** Dos varillas redondas, una de acero y la otra de cobre, se unen por los extremos. Cada una tiene 0,75 m de longitud y 1,5 cm de diámetro. La combinación se somete a una tensión con magnitud de 4 000 N. Para cada varilla, determine:
- La deformación
 - El alargamiento.
- 15.** Una muestra de aceite con un volumen inicial de 600 cm³ se somete a un aumento de presión de $3,6 \times 10^6$ Pa, y el volumen disminuye 0,45 cm³ (ésta es la magnitud del cambio del volumen, observe que dicho cambio debe ser negativo). ¿Qué módulo de volumen tiene el material? ¿Qué compresibilidad tiene?
- 16.** Una placa cuadrada de acero mide 10 cm por lado y tiene un espesor de 0,5 cm.
- Calcule la deformación de corte que se produce al aplicarse a cada uno de los cuatro lados una fuerza de 9×10^5 N paralela a cada lado.
 - Determine el desplazamiento x en centímetros.
- 17.** Un juego de feria consiste en pequeños aviones unidos a varillas de acero de 15 m de longitud y área transversal de 8 cm².
- ¿Cuánto se estira la varilla cuando el juego está en reposo? (Suponga que cada avión con dos personas en él pesa 1 900 N en total)
 - En movimiento, el juego tiene una rapidez angular máxima de 8 rpm ¿Cuánto se estira la varilla entonces?



11.4 ELASTICIDAD Y PLASTICIDAD

- 18.** En un laboratorio de prueba de materiales, se determina que un alambre metálico hecho con una nueva aleación se rompe cuando se aplica una fuerza de tensión de 90,8 N perpendicular a cada extremo. Si el diámetro del alambre es de 1,84 mm, ¿cuál es el esfuerzo de rotura de la aleación?
- 19.** Un alambre de acero de 4 m de longitud tiene una sección de $0,05 \text{ m}^2$, y un límite proporcional igual a 0,0016 veces su módulo de Young. El esfuerzo de rotura tiene un valor igual a 0,0065 veces su módulo de Young. El alambre está sujeto por arriba y cuelga verticalmente.
- ¿Qué peso puede colgarse del alambre sin exceder el límite proporcional?
 - ¿Cuánto se estira el alambre con ésta carga?
 - ¿Qué peso máximo puede soportar?
- 20.** Un alambre de latón debe resistir una fuerza de tensión de 350 N sin romperse. ¿Qué diámetro mínimo debe tener?

12 GRAVITACIÓN

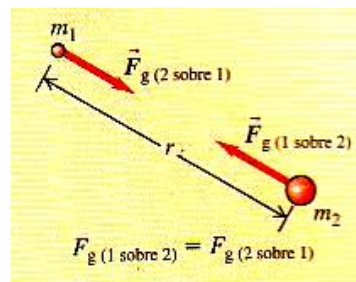


? Los anillos de Saturno están compuestos de incontables partículas en órbita. ¿Todas las partículas orbitan con la misma rapidez, o las partículas interiores orbitan con mayor rapidez, o mayor lentitud, que las exteriores?

RESUMEN

La ley de la gravitación de Newton dice que dos cuerpos cualesquiera con masas m_1 y m_2 , separadas por una distancia r , se atraen con fuerzas inversamente proporcionales a r^2 . Tales fuerzas forman un par acción-reacción y obedecen la tercera ley de Newton. Si dos o más cuerpos ejercen fuerzas gravitacionales sobre un cuerpo dado, la fuerza gravitacional total que actúa sobre ese cuerpo es la suma vectorial de las fuerzas ejercidas por los otros cuerpos.

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$



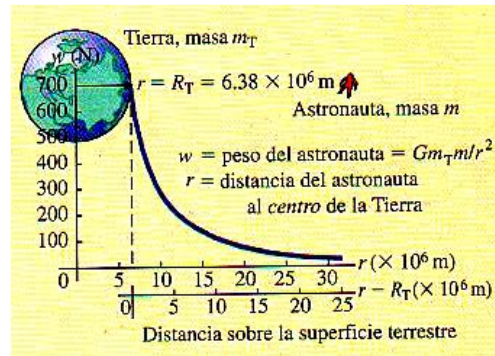
El peso w de un cuerpo es la fuerza gravitacional total ejercida sobre él por todos los demás cuerpos del universo. Cerca de la superficie de la tierra (masa m_T y radio R_T), esto es en esencia igual a la fuerza gravitacional de la Tierra sola.

$$w = F_g = \frac{Gm_T m}{R_T^2}$$

Peso en la superficie de la Tierra

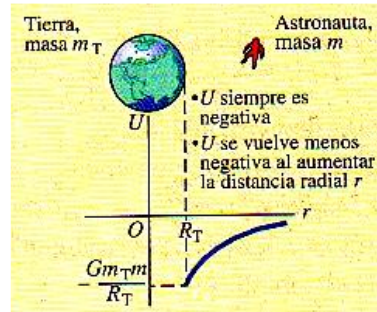
$$g = \frac{Gm_T}{R_T^2}$$

Aceleración debida a la gravedad en la superficie



La energía potencial gravitacional U de dos masa m y m_T separadas por una distancia r es inversamente proporcional a r . La energía potencial nunca es positiva; es cero sólo cuando los dos cuerpos están infinitamente distantes uno del otro.

$$U = - \frac{Gm_T m}{r}$$



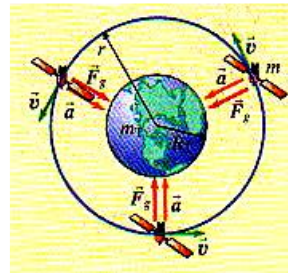
Si un satélite se mueve en una órbita circular, la atracción gravitacional de la Tierra proporciona la aceleración centrípeta

$$v = \sqrt{\frac{Gm_T}{r}}$$

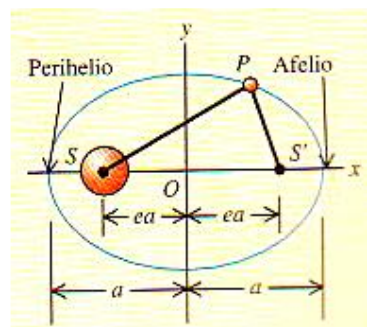
rapidez en órbita circular

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{Gm_T}} = \frac{2\pi r^{3/2}}{\sqrt{Gm_T}}$$

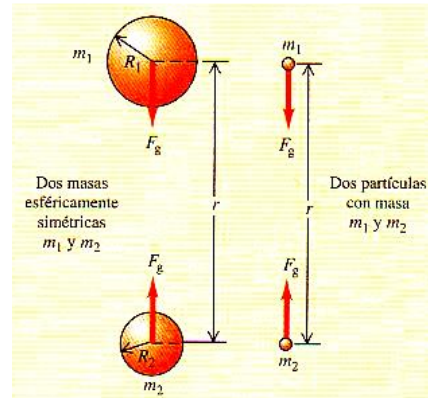
periodo en órbita circular



Las tres leyes de Kepler describen características de las órbitas elípticas de los planetas alrededor del sol o de satélites alrededor de un planeta.



La interacción gravitacional de cualquier distribución esféricamente simétrica de masa, en puntos afuera de la distribución, es la misma que sería si toda la masa estuviera concentrada en el centro.



Si una distribución esférica de masa sin rotación, con masa total M , tiene un radio menor que su radio de Schwarzschild, R_s , se clasifica como agujero negro. La interacción gravitacional impide que cualquier cosa, incluida la luz, escape de una esfera con radio R_s .

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

(radio de Schwarzschild)

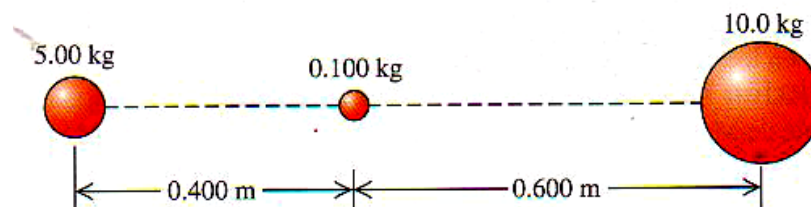


CAPÍTULO 12

GRAVITACIÓN

12.1 LEY DE LA GRAVITACION DE NEWTON

1. Un satélite de 2150 kg empleado en una red de teléfonos celulares está en una órbita circular a una altura de 780 km sobre la superficie terrestre. ¿Qué fuerza gravitacional actúa sobre él?
2. Una nave interplanetaria pasa por el punto en el espacio en el que se cancelan exactamente las fuerzas gravitacionales que el Sol y la Tierra ejercen sobre la nave. ¿A qué distancia del centro de la Tierra está la nave?
3. En la figura, ¿qué magnitud y dirección tiene la fuerza gravitacional neta ejercida sobre la esfera uniforme de 0,1 kg por las otras dos esferas uniformes? Los centros de las tres esferas están en la misma línea



4. Cuatro masas idénticas de 800 kg cada una se colocan en las esquinas de un cuadrado que mide 10 cm por lado. ¿Qué fuerza gravitacional neta (magnitud y dirección) actúa sobre una de las masas, debida a las otras tres?

12.2 PESO

5. Use la masa y el radio de Plutón dados en el apéndice F para calcular la aceleración debida a la gravedad en su superficie.
6. La masa de Venus es el 81,5 % que el de la Tierra, y su radio es el 94% del de la Tierra. a) Calcule la aceleración debida a la gravedad en la superficie de Venus con estos datos. b) ¿Cuánto pesa una roca de 5 kg en la superficie de Venus?
7. Rea, una de las lunas de Saturno, tiene un radio de 765 km y una aceleración debida a la gravedad de $0,278 \text{ m/s}^2$ en su superficie. Calcule su masa y densidad media.
8. Las estrellas de neutrones, como la que está en el centro de la nebulosa del Cangrejo, tienen aproximadamente la misma masa que el Sol pero un diámetro mucho más pequeño. Si una persona pesa 675 N en la Tierra. ¿Cuánto pesaría en la superficie de una estrella de neutrones que tiene la misma masa que el Sol y un diámetro de 20 km.

12.3 ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL

9. El asteroide Dactilo, descubierto en 1993, tiene un radio de sólo 700 m y una masa aproximada de $3,6 \times 10^{12} \text{ kg}$. Calcule la rapidez de escape de un objeto en la superficie de Dactilo.

10. Cierta satélite de comunicaciones en órbita atrae a la Tierra con una fuerza de 19 kN, y la energía potencial gravitacional Tierra-satélite (relativa a cero a una separación infinita) es de $-1,39 \times 10^{11}$ J. a) Calcule la altura del satélite sobre la superficie terrestre. b) Determine la masa del satélite.
11. Calcule la rapidez de escape de una nave de la superficie de Marte y de la superficie de Júpiter.

12.4 MOVIMIENTO DE SATELITES

12. Un satélite terrestre se mueve en una órbita circular con rapidez orbital de 6 200 m/s. Calcule su periodo, la aceleración radial del satélite en su órbita.
13. ¿Qué periodo de revolución tiene un satélite de masa m en órbita circular con radio de 7 880 km (unos 1 500 km sobre la superficie terrestre)?
14. Si se desea colocar un satélite en órbita circular 780 km sobre la superficie terrestre, ¿qué rapidez orbital se le debe impartir?
15. Suponga que la órbita de la Tierra en torno al Sol es circular. Use el radio y el periodo orbitales de la Tierra dados en el apéndice F para calcular la masa del Sol.
16. Deimos, una luna de Marte, tiene un diámetro aproximado de 12 km y una masa de 2×10^{15} kg. Suponga que está varado solo en Deimos y quiere jugar béisbol. ¿Usted mismo sería el lanzador y el bateador? ¿Con qué rapidez tendría que lanzar la pelota para que entre en órbita y vuelva a donde usted está listo para batearla? ¿Cree que podría lanzarla con esa rapidez?

12.5 LAS LEYES DE KEPLER Y EL MOVIMIENTO

17. Suponga que se descubre un planeta entre el Sol y Mercurio, con una órbita circular de radio igual a $2/3$ del radio orbital medio de Mercurio. (Llegó a postularse la existencia de tal planeta, en parte para explicar la precesión de la órbita de Mercurio. Incluso recibió el nombre Vulcano, aunque no tenemos pruebas de que exista realmente. La precesión de Mercurio se ha explicado con base en la relatividad general). ¿Qué periodo orbital tendría ese planeta?
18. La estrella Rho¹ Cancri está a 57 años luz de la Tierra y su masa es 0,85 veces la del Sol. Se ha detectado un planeta en órbita circular en torno a Rho¹ Cancri, con un radio orbital igual 0,11 veces el radio de la órbita de la Tierra alrededor del Sol. Calcule la rapidez orbital y el periodo orbital del planeta de Rho¹ Cancri.
19. Venus tiene una órbita casi circular. Use los datos de radio orbital y periodo de Venus del apéndice F para calcular la masa del Sol.
20. La estrella 70 Virginis está a 59 años luz de la Tierra y tiene una masa de $1,9 \times 10^{30}$ kg. a) Se sabe que un planeta grande con masa de $1,3 \times 10^{28}$ kg está en una órbita alrededor de esa estrella, la cual lo atrae con una fuerza de $3,3 \times 10^{26}$ N, cuando la separación entre sus centros es igual al eje semimayor de la órbita del planeta. Calcule esta distancia (en km). Calcule el periodo (en días) de la órbita de ese planeta.

APÉNDICE A

Sistema internacional de unidades

El Système International d'Unités (se abrevia SI) es el sistema creado por la Conferencia General Sobre Pesos y Medidas y adoptado por casi todos los países industriales del mundo. El material siguiente ha sido adaptado de B. N. Taylor, ed., National Institute of Standards and Technology Spec. Pub. 811 (U. S. Govt. Printing Office, Washington, DC, 1995). Véase también <http://physics.nist.gov/cuu>

Cantidad	Nombre de la unidad	Símbolo	
Unidades SI básicas			
longitud	metro	m	
masa	kilogramo	kg	
tiempo	segundo	s	
corriente eléctrica	ampere	A	
temperatura termodinámica	kelvin	K	
cantidad de sustancia	mol	mol	
intensidad luminosa	candela	cd	
Unidades SI derivadas			
			Unidades equivalentes
área	metro cuadrado	m ²	
volumen	metro cúbico	m ³	
frecuencia	hertz	Hz	s ⁻¹
densidad de masa (densidad)	kilogramo por metro cúbico	kg/m ³	
rapidez, velocidad	metro por segundo	m/s	
velocidad angular	radián por segundo	rad/s	
aceleración	metro por segundo al cuadrado	m/s ²	
aceleración angular	radián por segundo al cuadrado	rad/s ²	
fuerza	newton	N	kg · m/s ²
presión (esfuerzo mecánico)	pascal	Pa	N/m ²
viscosidad cinemática	metro cuadrado por segundo	m ² /s	
viscosidad dinámica	newton-segundo por metro cuadrado	N · s/m ²	
trabajo, energía, cantidad de calor	joule	J	N · m
potencia	watt	W	J/s
cantidad de electricidad	coulomb	C	A · s
diferencia de potencial, fuerza electromotriz	volt	V	J/C, W/A
intensidad de campo eléctrico	volt por metro	V/m	N/C
resistencia eléctrica	ohm	Ω	V/A
capacitancia	farad	F	A · s/V
flujo magnético	weber	Wb	V · s
inductancia	henry	H	V · s/A
densidad de flujo magnético	tesla	T	Wb/m ²
intensidad de campo magnético	ampere por metro	A/m	
fuerza magnetomotriz	ampere	A	
flujo luminoso	lumen	lm	cd · sr
luminancia	candela por metro cuadrado	cd/m ²	
iluminancia	lux	lx	lm/m ²
número de onda	1 por metro	m ⁻¹	
entropía	joule por kelvin	J/K	
capacidad de calor específico	joule por kilogramo-kelvin	J/kg · K	
conductividad térmica	watt por metro-kelvin	W/m · K	



Cantidad	Nombre de la unidad	Símbolo	Unidades equivalentes
intensidad radiante	watt por estereorradián	W/sr	
actividad (de una fuente radiactiva)	becquerel	Bq	s ⁻¹
dosis de radiación	gray	Gy	J/kg
equivalente de dosis de radiación	sievert	Sv	J/kg
Unidades SI complementarias			
ángulo plano	radián	rad	
ángulo sólido	estereorradián	sr	

DEFINICIONES DE UNIDADES SI

ampere (A) El *ampere* es la corriente constante que, si se mantiene en dos conductores paralelos rectos de longitud infinita y sección transversal circular despreciable, y separados 1 m en el vacío, produce entre ellos dos una fuerza de 2×10^{-7} newton por metro de longitud.

candela (cd) La *candela* es la intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente que emite radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} hertz y que tiene una intensidad radiante en esa dirección de 1/683 watt por estereorradián.

coulomb (C) El *coulomb* es la cantidad de electricidad transportada en 1 segundo por una corriente de 1 ampere.

estereorradián (sr) El *estereorradián* es el ángulo sólido que, con vértice en el centro de una esfera, subtiende un área de la superficie de ésta, igual a la de un cuadrado cuyo lado tiene la longitud del radio de la esfera.

farad (F) El *farad* es la capacitancia de un capacitor entre cuyas placas aparece una diferencia de potencial de 1 volt cuando se carga con una cantidad de electricidad de 1 coulomb.

henry (H) El *henry* es la inductancia de un circuito cerrado en el que se produce una fuerza electromotriz de 1 volt cuando la corriente eléctrica en el circuito varía de modo uniforme a razón de 1 ampere por segundo.

joule (J) El *joule* es el trabajo efectuado cuando el punto de aplicación de una fuerza constante de 1 newton se desplaza una distancia de 1 metro en la dirección de la fuerza.

kelvin (K) El *kelvin*, la unidad de temperatura termodinámica, es la fracción 1/273.16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.

kilogramo (kg) El *kilogramo* es la unidad de masa; es igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo. (Es un cilindro específico de aleación de platino e iridio que conserva en una bóveda en Sèvres, Francia, la Oficina Internacional de Pesos y Medidas.)

lumen (lm) El *lumen* es el flujo luminoso emitido en un ángulo sólido de 1 estereorradián una fuente puntual uniforme con intensidad de 1 candela.

metro (m) El *metro* es la unidad de longitud equivalente a la distancia que recorre la luz, en el vacío, en un tiempo de 1/299,792,458 segundo.

mol (mol) El *mol* es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos de carbono hay en 0.012 kg de carbono 12. Las entidades elementales deben especificarse y pueden ser átomos, moléculas, iones, electrones, otras partículas o grupos específicos de tales partículas.

newton (N) El *newton* es la fuerza que da a una masa de 1 kg una aceleración de 1 metro por segundo por segundo.

ohm (Ω) El *ohm* es la resistencia eléctrica entre dos puntos de un conductor cuando una diferencia de potencial constante de 1 volt, aplicada entre estos dos puntos, produce en el conductor una corriente de 1 ampere, siempre que el conductor no sea la fuente de ninguna fuerza electromotriz.

prefijos del SI Los nombres de los múltiplos y submúltiplos de unidades del SI pueden formarse aplicando los prefijos que se enumeran en el apéndice F.

radián (rad) El *radián* es el ángulo plano entre dos radios de un círculo que subtiende un arco en la circunferencia igual en longitud al radio.

segundo (s) El *segundo* es la duración de 9,192,631,770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.

volt (V) El *volt* es la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos de un alambre conductor por el que circula una corriente constante de 1 ampere, cuando la potencia disipada entre estos dos puntos es de 1 watt.

watt (W) El *watt* es la potencia que da origen a la producción de energía a razón de 1 joule por segundo.

weber (Wb) El *weber* es el flujo magnético que, ligado a un circuito de una espira, produce en él una fuerza electromotriz de 1 volt cuando éste se reduce a cero en 1 segundo a razón constante.

APÉNDICE B

Relaciones matemáticas útiles

ÁLGEBRA

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{(x+y)} = a^x a^y \quad a^{(x-y)} = \frac{a^x}{a^y}$$

Logaritmos: Si $\log a = x$, entonces $a = 10^x$ $\log a + \log b = \log(ab)$ $\log a - \log b = \log(a/b)$ $\log(a^n) = n \log a$
 Si $\ln a = x$, entonces $a = e^x$ $\ln a + \ln b = \ln(ab)$ $\ln a - \ln b = \ln(a/b)$ $\ln(a^n) = n \ln a$

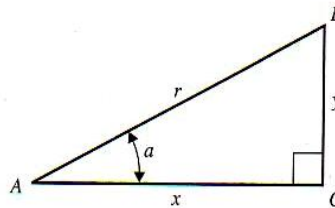
Fórmula cuadrática: Si $ax^2 + bx + c = 0$, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

TEOREMA DEL BINOMIO

$$(a + b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)a^{n-2}b^2}{2!} + \frac{n(n-1)(n-2)a^{n-3}b^3}{3!} + \dots$$

TRIGONOMETRÍA

En el triángulo rectángulo ABC , $x^2 + y^2 = r^2$.



Definiciones de las funciones trigonométricas:

$$\text{sen } a = y/r$$

$$\text{cos } a = x/r$$

$$\text{tan } a = y/x$$

Identidades: $\text{sen}^2 a + \text{cos}^2 a = 1$

$$\text{tan } a = \frac{\text{sen } a}{\text{cos } a}$$

$$\text{sen } 2a = 2 \text{sen } a \text{ cos } a$$

$$\text{cos } 2a = \text{cos}^2 a - \text{sen}^2 a = 2 \text{cos}^2 a - 1 = 1 - 2 \text{sen}^2 a$$

$$\text{sen } \frac{1}{2}a = \sqrt{\frac{1 - \text{cos } a}{2}}$$

$$\text{cos } \frac{1}{2}a = \sqrt{\frac{1 + \text{cos } a}{2}}$$

$$\text{sen } (-a) = -\text{sen } a$$

$$\text{cos } (-a) = \text{cos } a$$

$$\text{sen } (a \pm \pi/2) = \pm \text{cos } a$$

$$\text{cos } (a \pm \pi/2) = \mp \text{sen } a$$

$$\text{sen } (a \pm b) = \text{sen } a \text{ cos } b \pm \text{cos } a \text{ sen } b$$

$$\text{cos } (a \pm b) = \text{cos } a \text{ cos } b \mp \text{sen } a \text{ sen } b$$

$$\text{sen } a + \text{sen } b = 2 \text{sen } \frac{1}{2}(a + b) \text{cos } \frac{1}{2}(a - b)$$

$$\text{cos } a + \text{cos } b = 2 \text{cos } \frac{1}{2}(a + b) \text{cos } \frac{1}{2}(a - b)$$

GEOMETRÍA

Circunferencia de un círculo de radio r : $C = 2\pi r$

Área de un círculo de radio r : $A = \pi r^2$

Volumen de una esfera de radio r : $V = 4\pi r^3/3$

Área superficial de una esfera de radio r : $A = 4\pi r^2$

Volumen de un cilindro de radio r y altura h : $V = \pi r^2 h$

CÁLCULO
Derivadas:

$$\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} \sin ax = a \cos ax$$

$$\frac{d}{dx} \cos ax = -a \sin ax$$

$$\frac{d}{dx} e^{ax} = ae^{ax}$$

$$\frac{d}{dx} \ln ax = \frac{1}{x}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsen \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln (x + \sqrt{x^2 + a^2})$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{a^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$\int \frac{x dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Series de potencias (convergentes en el intervalo de x que se muestra):

Integrales:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$\int \sin ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax$$

$$\int \cos ax dx = \frac{1}{a} \sin ax$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax}$$

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} x^3 + \dots \quad (|x| < 1)$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \quad (\text{todas las } x)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots \quad (\text{todas las } x)$$

$$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \dots \quad (|x| < \pi/2)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \quad (\text{todas las } x)$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \quad (|x| < 1)$$

APÉNDICE C

El alfabeto griego

Nombre	Mayúscula	Minúscula	Nombre	Mayúscula	Minúscula
Alpha	A	α	Nu	N	ν
Beta	B	β	Xi	Ξ	ξ
Gamma	Γ	γ	Omicron	O	\omicron
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsilon	E	ϵ	Rho	P	ρ
Zeta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Eta	H	η	Tau	T	τ
Theta	Θ	θ	Upsilon	Y	υ
Iota	I	ι	Phi	Φ	ϕ
Kappa	K	κ	Chi	X	χ
Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Mu	M	μ	Omega	Ω	ω

APÉNDICE D

Tabla periódica de los elementos

Grupo 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
Periodo

1																	2	
1	H 1.008																	He 4.003
2	3 Li 6.941	4 Be 9.012											5 B 10.811	6 C 12.011	7 N 14.007	8 O 15.999	9 F 18.998	10 Ne 20.180
3	11 Na 22.990	12 Mg 24.305											13 Al 26.982	14 Si 28.086	15 P 30.974	16 S 32.065	17 Cl 35.453	18 Ar 39.948
4	19 K 39.098	20 Ca 40.078	21 Sc 44.956	22 Ti 47.867	23 V 50.942	24 Cr 51.996	25 Mn 54.938	26 Fe 55.845	27 Co 58.933	28 Ni 58.693	29 Cu 63.546	30 Zn 65.409	31 Ga 69.723	32 Ge 72.64	33 As 74.922	34 Se 78.96	35 Br 79.904	36 Kr 83.80
5	37 Rb 85.468	38 Sr 87.62	39 Y 88.906	40 Zr 91.224	41 Nb 92.906	42 Mo 95.94	43 Tc (98)	44 Ru 101.07	45 Rh 102.905	46 Pd 106.42	47 Ag 107.868	48 Cd 112.411	49 In 114.818	50 Sn 118.710	51 Sb 121.760	52 Te 127.60	53 I 126.904	54 Xe 131.293
6	55 Cs 132.905	56 Ba 137.327	71 Lu 174.967	72 Hf 178.49	73 Ta 180.948	74 W 183.84	75 Re 186.207	76 Os 190.23	77 Ir 192.217	78 Pt 195.078	79 Au 196.967	80 Hg 200.59	81 Tl 204.383	82 Pb 207.2	83 Bi 208.980	84 Po (209)	85 At (210)	86 Rn (222)
7	87 Fr (223)	88 Ra (226)	103 Lr (262)	104 Rf (261)	105 Db (262)	106 Sg (266)	107 Bh (264)	108 Hs (269)	109 Mt (268)	110 Ds (271)	111 Uuu (272)	112 Uub (285)	113 Uut	114 Uuq (289)	115 Uup	116 Uuh	117 Uus	118 Uuo

Lantánidos	57 La 138.905	58 Ce 140.116	59 Pr 140.908	60 Nd 144.24	61 Pm (145)	62 Sm 150.36	63 Eu 151.964	64 Gd 157.25	65 Tb 158.925	66 Dy 162.500	67 Ho 164.930	68 Er 167.259	69 Tm 168.934	70 Yb 173.04
Actínidos	89 Ac (227)	90 Th (232)	91 Pa (231)	92 U (238)	93 Np (237)	94 Pu (244)	95 Am (243)	96 Cm (247)	97 Bk (247)	98 Cf (251)	99 Es (252)	100 Fm (257)	101 Md (258)	102 No (259)

Se muestra la masa atómica media de la mezcla de isótopos de origen natural de cada elemento. En el caso de los elementos sin isótopos estables, se muestra entre paréntesis la masa atómica aproximada del isótopo de vida más larga. En el de los elementos que han sido predichos pero aún no han sido detectados, no se cita ninguna masa atómica. Todas las masas atómicas se expresan en unidades de masa atómica ($1 \text{ u} = 1.66053873(13) \times 10^{-27} \text{ kg}$), equivalentes a gramos por mol (g/mol).

APÉNDICE E

Factores de conversión de unidades

LONGITUD

$1 \text{ m} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm} = 10^6 \mu\text{m} = 10^9 \text{ nm}$
 $1 \text{ km} = 1000 \text{ m} = 0.6214 \text{ mi}$
 $1 \text{ m} = 3.281 \text{ ft} = 39.37 \text{ in.}$
 $1 \text{ cm} = 0.3937 \text{ in.}$
 $1 \text{ pulg} = 2.540 \text{ cm}$
 $1 \text{ pie} = 30.48 \text{ cm}$
 $1 \text{ yd} = 91.44 \text{ cm}$
 $1 \text{ mi} = 5280 \text{ ft} = 1.609 \text{ km}$
 $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m} = 10^{-8} \text{ cm} = 10^{-1} \text{ nm}$
 $1 \text{ milla náutica} = 6080 \text{ pie}$
 $1 \text{ año luz} = 9.461 \times 10^{15} \text{ m}$

ÁREA

$1 \text{ cm}^2 = 0.155 \text{ pulg}^2$
 $1 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ cm}^2 = 10.76 \text{ pie}^2$
 $1 \text{ pulg}^2 = 6.452 \text{ cm}^2$
 $1 \text{ pie}^2 = 144 \text{ pulg}^2 = 0.0929 \text{ m}^2$

VOLUMEN

$1 \text{ litro} = 1000 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3 = 0.03531 \text{ pie}^3 = 61.02 \text{ pulg}^3$
 $1 \text{ pie}^3 = 0.02832 \text{ m}^3 = 28.32 \text{ litros} = 7.477 \text{ galones}$
 $1 \text{ galón} = 3.788 \text{ litros}$

TIEMPO

$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$
 $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$
 $1 \text{ d} = 86,400 \text{ s}$
 $1 \text{ y} = 365.24 \text{ d} = 3.156 \times 10^7 \text{ s}$

ÁNGULO

$1 \text{ rad} = 57.30^\circ = 180^\circ/\pi$
 $1^\circ = 0.01745 \text{ rad} = \pi/180 \text{ rad}$
 $1 \text{ revolución} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$
 $1 \text{ rev/min (rpm)} = 0.1047 \text{ rad/s}$

RAPIDEZ

$1 \text{ m/s} = 3.281 \text{ pie/s}$
 $1 \text{ pie/s} = 0.3048 \text{ m/s}$
 $1 \text{ mi/min} = 60 \text{ mi/h} = 88 \text{ pie/s}$
 $1 \text{ km/h} = 0.2778 \text{ m/s} = 0.6214 \text{ mi/h}$
 $1 \text{ mi/h} = 1.466 \text{ pie/s} = 0.4470 \text{ m/s} = 1.609 \text{ km/h}$
 $1 \text{ estadio/quincena} = 1.662 \times 10^{-4} \text{ m/s}$

ACELERACIÓN

$1 \text{ m/s}^2 = 100 \text{ cm/s}^2 = 3.281 \text{ pie/s}^2$
 $1 \text{ cm/s}^2 = 0.01 \text{ m/s}^2 = 0.03281 \text{ pie/s}^2$
 $1 \text{ pie/s}^2 = 0.3048 \text{ m/s}^2 = 30.48 \text{ cm/s}^2$
 $1 \text{ mi/h}\cdot\text{s} = 1.467 \text{ pie/s}^2$

MASA

$1 \text{ kg} = 10^3 \text{ g} = 0.0685 \text{ slug}$
 $1 \text{ g} = 6.85 \times 10^{-5} \text{ slug}$
 $1 \text{ slug} = 14.59 \text{ kg}$
 $1 \text{ u} = 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$
 $1 \text{ kg tiene un peso de } 2.205 \text{ lb cuando } g = 9.80 \text{ m/s}^2$

FUERZA

$1 \text{ N} = 10^5 \text{ dina} = 0.2248 \text{ lb}$
 $1 \text{ lb} = 4.448 \text{ N} = 4.448 \times 10^5 \text{ dina}$

PRESIÓN

$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 1.450 \times 10^{-4} \text{ lb/pulg}^2 = 0.209 \text{ lb/pie}^2$
 $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$
 $1 \text{ lb/pulg}^2 = 6895 \text{ Pa}$
 $1 \text{ lb/pie}^2 = 47.88 \text{ Pa}$
 $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1.013 \text{ bar}$
 $= 14.7 \text{ lb/pulg}^2 = 2117 \text{ lb/pie}^2$
 $1 \text{ mm Hg} = 1 \text{ torr} = 133.3 \text{ Pa}$

ENERGÍA

$1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg} = 0.239 \text{ cal}$
 $1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J (con base en la caloría de } 15^\circ)$
 $1 \text{ pie}\cdot\text{lb} = 1.356 \text{ J}$
 $1 \text{ Btu} = 1055 \text{ J} = 252 \text{ cal} = 778 \text{ pie}\cdot\text{lb}$
 $1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$
 $1 \text{ kWh} = 3.600 \times 10^6 \text{ J}$

EQUIVALENCIA DE MASA Y ENERGÍA

$1 \text{ kg} \leftrightarrow 8.988 \times 10^{16} \text{ J}$
 $1 \text{ u} \leftrightarrow 931.5 \text{ MeV}$
 $1 \text{ eV} \leftrightarrow 1.074 \times 10^{-9} \text{ u}$

POTENCIA

$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$
 $1 \text{ hp} = 746 \text{ W} = 550 \text{ pie}\cdot\text{lb/s}$
 $1 \text{ Btu/h} = 0.293 \text{ W}$

APÉNDICE F

Constantes numéricas

CONSTANTES FÍSICAS FUNDAMENTALES*

Nombre	Símbolo	Valor
Rapidez de la luz	c	2.99792458×10^8 m/s
Magnitud de la carga del electrón	e	$1.602176462(63) \times 10^{-19}$ C
Constante gravitatoria	G	$6.673(10) \times 10^{-11}$ N · m ² /kg ²
Constante de Planck	h	$6.62606876(52) \times 10^{-34}$ J · s
Constante de Boltzmann	k	$1.3806503(24) \times 10^{-23}$ J/K
Número de Avogadro	N_A	$6.02214199(47) \times 10^{23}$ moléculas/mol
Constante de los gases	R	$8.314472(15)$ J/mol · K
Masa del electrón	m_e	$9.10938188(72) \times 10^{-31}$ kg
Masa del protón	m_p	$1.67262158(13) \times 10^{-27}$ kg
Masa del neutrón	m_n	$1.67492716(13) \times 10^{-27}$ kg
Permeabilidad del espacio libre	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ Wb/A · m
Permisividad del espacio libre	$\epsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	$8.854187817 \dots \times 10^{-12}$ C ² /N · m ²
	$1/4\pi\epsilon_0$	$8.987551787 \dots \times 10^9$ N · m ² /C ²

OTRAS CONSTANTES ÚTILES*

Equivalente mecánico del calor		4.186 J/cal (caloría de 15°)
Presión atmosférica normal	1 atm	1.01325×10^5 Pa
Cero absoluto	0 K	-273.15°C
Electrón volt	1 eV	$1.602176462(63) \times 10^{-19}$ J
Unidad de masa atómica	1 u	$1.66053873(13) \times 10^{-27}$ kg
Energía en reposo del electrón	$m_e c^2$	0.510998902(21) MeV
Volumen del gas ideal (0°C y 1 atm)		22.413996(39) litro/mol
Aceleración debida a la gravedad (normal)	g	9.80665 m/s ²

*Fuente: National Institute of Standards and Technology (<http://physics.nist.gov/cuu>). Los números entre paréntesis muestran la incertidumbre en los dígitos finales del número principal; por ejemplo, el número 1.6454(21) significa 1.6454 ± 0.0021 . Los valores que se muestran sin incertidumbres son exactos.

DATOS ASTRONÓMICOS†

Cuerpo	Masa (kg)	Radio (m)	Radio orbital (m)	Periodo orbital
Sol	1.99×10^{30}	6.96×10^8	—	—
Luna	7.35×10^{22}	1.74×10^6	3.84×10^8	27.3 d
Mercurio	3.30×10^{23}	2.44×10^6	5.79×10^{10}	88.0 d
Venus	4.87×10^{24}	6.05×10^6	1.08×10^{11}	224.7 d
Tierra	5.97×10^{24}	6.38×10^6	1.50×10^{11}	365.3 d
Marte	6.42×10^{23}	3.40×10^6	2.28×10^{11}	687.0 d
Júpiter	1.90×10^{27}	6.91×10^7	7.78×10^{11}	11.86 a
Saturno	5.68×10^{26}	6.03×10^7	1.43×10^{12}	29.45 a
Urano	8.68×10^{25}	2.56×10^7	2.87×10^{12}	84.02 a
Neptuno	1.02×10^{26}	2.48×10^7	4.50×10^{12}	164.8 a
Plutón	1.31×10^{22}	1.15×10^6	5.91×10^{12}	247.9 a

†Fuente: NASA Jet Propulsion Laboratory Solar System Dynamics Group (<http://ssd.jpl.nasa.gov>) y P. Kenneth Seidelmann, ed., *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac* (University Science Books, Mill Valley, CA, 1992), págs. 704–706. Respecto a cada cuerpo, "radio" es su radio en el ecuador, y "radio orbital" es su distancia media al Sol (en el caso de los planetas) o a la Tierra (en el de la Luna).

PREFIJOS DE POTENCIAS DE 10

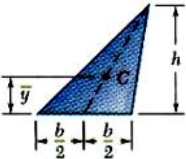
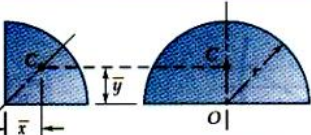
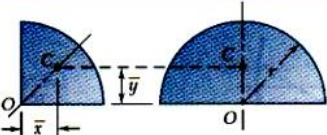
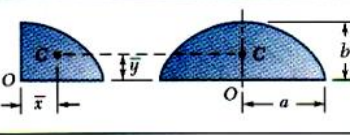
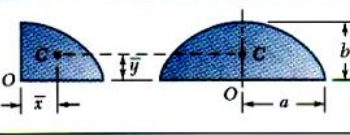
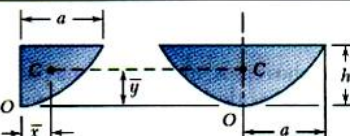
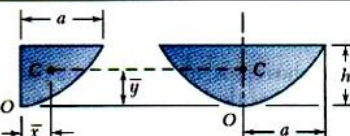
Potencia de diez	Prefijo	Abreviatura
10^{-24}	yocto-	y
10^{-21}	zepto-	z
10^{-18}	atto-	a
10^{-15}	femto-	f
10^{-12}	pico-	p
10^{-9}	nano-	n
10^{-6}	micro-	μ
10^{-3}	milli-	m
10^{-2}	centi-	c
10^3	kilo-	k
10^6	mega-	M
10^9	giga-	G
10^{12}	tera-	T
10^{15}	peta-	P
10^{18}	exa-	E
10^{21}	zetta-	Z
10^{24}	yotta-	Y

Ejemplos:

1 femtómetro = 1 fm = 10^{-15} m
 1 picosegundo = 1 ps = 10^{-12} s
 1 nanocoulomb = 1 nC = 10^{-9} C
 1 microkelvin = 1 μ K = 10^{-6} K

1 millivolt = 1 mV = 10^{-3} V
 1 kilopascal = 1 kPa = 10^3 Pa
 1 megawatt = 1 MW = 10^6 W
 1 gigahertz = 1 GHz = 10^9 Hz

Tabla de centroides de figuras simples

Forma		\bar{x}	\bar{y}	Área
Área triangular			$\frac{h}{3}$	$\frac{bh}{2}$
Un cuarto de área circular		$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{\pi r^2}{4}$
Área semicircular		0	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{\pi r^2}{2}$
Un cuarto de área elíptica		$\frac{4a}{3\pi}$	$\frac{4b}{3\pi}$	$\frac{\pi ab}{4}$
Área semielíptica		0	$\frac{4b}{3\pi}$	$\frac{\pi ab}{2}$
Área semiparabólica		$\frac{3a}{8}$	$\frac{3h}{5}$	$\frac{2ah}{3}$
Área parabólica		0	$\frac{3h}{5}$	$\frac{4ah}{3}$

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BÁSICA

- Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Freedman. Física Universitaria. Vol 1. XI Edición Pearson Education; México; 2006. BIBLIOTECA UC: **530.1/S32/1**
- Raymond A. Serway y John W. Jevett. Física para Ciencias e Ingenierías. Vol 1. VI Edición. Editorial Thomson; 2002. BIBLIOTECA UC: **530.1/S42/1**

COMPLEMENTARIA

- Paul A.Tipler y Gene Mosca. Física para la Ciencia y la Tecnología. Vol. 1. V Edición. Editorial Reverte-2006. BIBLIOTECA UC: **530.1/T58/1**
- Marcelo Alonso y Edward Finn. Física. Tomo I. Editorial F.E.I.S.A.; México; 2000. BIBLIOTECA UC: **530.1/A45/1**
- David Halliday y Robert Resnick. Física para Estudiantes de Ciencias e Ingeniería. Tomo I, Editorial Continental S.A; México; 2000. BIBLIOTECA UC: **530.1/R44/1**
- Harris Benson. Física Universitaria. Vol. I. Editorial CECSA; 2000. BIBLIOTECA UC: **530.1/B41/1**

RECURSOS DIGITALES

- Soto IS, Moreira MA, Sahelices CC. Implementacion De Una Propuesta De Aprendizaje Significativo De La Cinemática a Traves De La Resolución De Problemas/implementation of a Proposal for Meaningful Learning of Kinematics through Problem Solving. Ingeniare : Revista Chilena de Ingenieria 2009;17(1):27-41.
<http://search.proquest.com/docview/203584711?accountid=146219>
- D, G. B., S, E. A., A, M. B., S, G. R., & M, I. A. (2001). Presentaciones animadas para enseñanza y aprendizaje de técnicas de laboratorio/Animated presentations for teaching and learning laboratory techniques. *Journal of Science Education*, 2(2), 91-92. Retrieved from <http://search.proquest.com/docview/196960519?accountid=146219>
- Félix Barrón. (2010, Oct 26). Le saca un oro a la física. *El Norte*. Retrieved from <http://search.proquest.com/docview/759888227?accountid=146219>
- Romero, T. (2011, Mar 27). Desarrollan app para estudiar física. *Reforma*. Retrieved from <http://search.proquest.com/docview/858710491?accountid=146219>