Universidad Continental

Cálculo I

Guía de Trabajo

Visión

Ser una de las 10 mejores universidades privadas del Perú al año 2020, reconocidos por nuestra excelencia académica y vocación de servicio, líderes en formación integral, con perspectiva global; promoviendo la competitividad del país.

Misión

Somos una universidad privada, innovadora y comprometida con el desarrollo del Perú, que se dedica a formar personas competentes, íntegras y emprendedoras, con visión internacional; para que se conviertan en ciudadanos responsables e impulsen el desarrollo de sus comunidades, impartiendo experiencias de aprendizaje vivificantes e inspiradoras; y generando una alta valoración mutua entre todos los grupos de interés.

Universidad Continental
Material publicado con fines de estudio
Código: UC0065
2017

Presentación

Al presentar este trabajo "Guías de Prácticas", se hace con el sano propósito de contribuir decididamente en el proceso del aprendizaje de la asignatura de Cálculo I.

Esta recopilación de ejercicios está destinada para los alumnos del segundo semestre de la Universidad Continental, cada ejercicios está seleccionado, permitiendo preparar y capacitar debidamente al estudiante para seguir sus estudios superiores.

La formación básica de los estudios impartidos en la universidad, en el área de Ciencias y Formación General, son muy importantes y la asignatura de Cálculo I juega un rol fundamental, debido a los avances de los temas que comprende esta materia y que están relacionados a las especialidades que brinda la Universidad.

Es así como estás guías de prácticas se han dividido en cuatro unidades y que son:
Unidad I: Límites de una Función
Unidad II: La Derivada
Unidad III: Aplicaciones de las Derivadas
Unidad IV: Derivadas de Funciones Parciales

Por último quisiéramos agradecer a los colegas que han hecho posible esta recopilación de ejercicios

Los autores

Índice

UNIDAD I
Límites de Funciones

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad el estudiante será capaz de resolver ejercicios y problemas matemáticos utilizando la definición y propiedades de los límites de una función de variable real.

SEMANA N° 01

SESIÓN N° 01:
TEMA : Puntos Principales de la Asignatura.

SESIÓN N° 02:
TEMA : Límites de una función de variable real. Propiedades de los límites.

1. Dado: $\lim_{x\to 2} f(x)=4 \quad \lim_{x\to 2} g(x)=-2 \quad \lim_{x\to 2} h(x)=0$

   Encuentre los límites dados:

a. $\lim_{x\to 2}[f(x)+5g(x)]$	b. $\lim_{x\to 2}[g(x)]^3$
c. $\lim_{x\to 2}\sqrt{f(x)}$	d. $\lim_{x\to 2}\dfrac{3f(x)}{g(x)}$
e. $\lim_{x\to 2}\dfrac{g(x)}{h(x)}$	f. $\lim_{x\to 2}\dfrac{g(x)h(x)}{f(x)}$

2. Suponga que: $\lim_{x\to a} f(x)=4 \ y \ \lim_{x\to a} g(x)=2$ Encuentre el límite dado.

a. $\lim_{x\to a}[5f(x)+6g(x)]$	b. $\lim_{x\to a}[f(x)]^3$
c. $\lim_{x\to a}\dfrac{1}{g(x)}$	d. $\lim_{x\to a}\sqrt{\dfrac{f(x)}{g(x)}}$
e. $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{f(x)-2g(x)}$	f. $\lim_{x\to a}\dfrac{[f(x)]^2-4[g(x)]^2}{f(x)-2g(x)}$
g. $\lim_{x\to a} xf(x)g(x)$	h. $\lim_{x\to a}\dfrac{6x+3}{xf(x)+g(x)},\ a\neq -\frac{1}{2}$

SESIÓN N° 03:
TEMA : Límites indeterminados: Límites de la forma 0/0.

1. Encuentre el límite dado, o concluya que no existe.

a. $\lim_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{x-4}$	b. $\lim_{x\to -2}\dfrac{4-x^2}{x^2+3x+2}$
c. $\lim_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{2-x^2+x}$	d. $\lim_{x\to 6}\dfrac{x^2-6x}{x^2-7x+6}$
e. $\lim_{x\to -2}\dfrac{x^3+8}{x^2-4}$	f. $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{1-x^2}$
g. $\lim_{x\to -4}\dfrac{x^2-2x-24}{2x^2+13x+20}$	h. $\lim_{x\to -2}\dfrac{x^3+8}{4x^2+x-14}$
i. $\lim_{x\to 4}\dfrac{3x^2-17x+20}{4x^2-25x+36}$	j. $\lim_{t\to 1}\dfrac{t^3-2t+1}{t^3+t^2-2}$

2. Calcule el límite dado.

a. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{13x-6x^2+15}$	b. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{2-\sqrt{x+1}}{x^2-9}$
c. $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{6x^2+11x-21}{\sqrt{x^2+7}-4}$	d. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+5x-14}{3-\sqrt{2x^2+1}}$
e. $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x^3-64}{x-\sqrt{2x+8}}$	f. $\lim\limits_{x\to 8} \dfrac{\sqrt[3]{x}-2}{x^2-2x-48}$
g. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt[3]{x^2+4}-2}{x^3-2x^2-16x+32}$	h. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{2-x}-1}{2-\sqrt{x+3}}$
i. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x+2}-x}{\sqrt{x+7}-3}$	j. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{1+x^2}-\sqrt[4]{1-2x}}{x^3+x}$

Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

SEMANA N° 02

SESIÓN N° 04:
TEMA : Límites Infinitos.

1. Encuentre el límite dado.

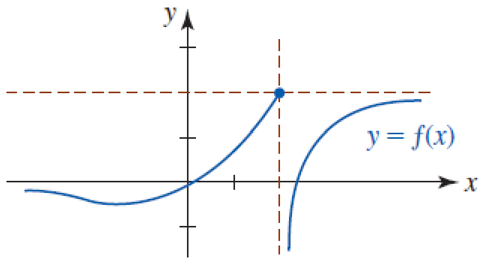
a. $\lim\limits_{x\to 5^-} \dfrac{1}{x-5}$	b. $\lim\limits_{x\to 6} \dfrac{4}{(x-6)^2}$
c. $\lim\limits_{x\to -4^+} \dfrac{2}{(x+4)^3}$	d. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{(x-1)^4}$
e. $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{2+\operatorname{sen} x}{x}$	f. $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x^2}{(x-1)^2}$
g. $\lim\limits_{x\to -3^-} \dfrac{x+3}{x^2+x-6}$	h. $\lim\limits_{x\to 0^-} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)$
i. $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{2}{\operatorname{sen} x}$	j. $\lim\limits_{x\to (\pi/2)^+} \dfrac{-2}{\cos x}$

2. Determine los siguientes límites:

a. $\lim\limits_{x\to -7^-} \dfrac{x^2+1}{\sqrt{x^2-49}}$	b. $\lim\limits_{x\to 5^+} \dfrac{\sqrt{x^2-25}}{x-5}$
c. $\lim\limits_{x\to -3^+} \dfrac{x}{\sqrt{9-x^2}}$	d. $\lim\limits_{x\to 4^-} \dfrac{64-x^3}{x^2-8x+16}$

3. Use la gráfica dada para encontrar:

a. $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$	b. $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$



SESIÓN N° 05:
TEMA : Límites al Infinito.

1. Calcular el límite para la función dada.

a. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x+7}{5x^2+x-9}$	b. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3+4x^2+7x-1}{4x^3+8x^2-x-4}$
c. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^4+x^3+x^2-8}{5x-9}$	d. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3+5x^2-x+1}{5x^2+5x-3}$

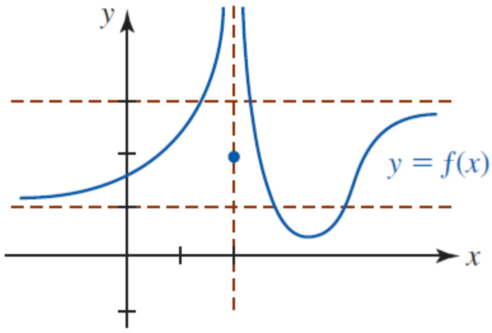
e. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$	f. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3}}{\sqrt[3]{x^3+1}}$
g. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-3x}}{2x+6}$	h. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+3}{x+\sqrt[3]{x}}$
i. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{3x+1}-\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[4]{x^2+1}}$	j. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}$
k. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}$	l. $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3+2x^2+5x+7}{\sqrt[3]{x^5+x^2+1}}$

2. Encuentre $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ para la función dada.

a. $f(x)=\dfrac{4x+1}{\sqrt{x^2+1}}$	b. $f(x)=\dfrac{-5x^2+6x+3}{\sqrt{x^4+x^2+1}}$

3. Use la gráfica dada para encontrar:

a. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$	b. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$



SESIÓN N° 06:
TEMA : Límites Trigonométricos.

1. Encuentre el límite dado, o concluya que no existe

a. $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\text{sen } 3t}{2t}$	b. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x}{3x}$
c. $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{1}{t \sec t \csc 4t}$	d. $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{2\text{sen}^2 t}{t\cos^2 t}$
e. $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\text{sen}^2\ 6t}{t^2}$	f. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\text{sen}(x-1)}{2x-2}$
g. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\text{sen}(x-2)}{3x-6}$	h. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\text{sen}(x-2)}{x^2+2x-8}$
i. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan 2x}{\text{sen } 5x}$	j. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{\text{sen}\, x} - \dfrac{1}{\tan x}$
k. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}} \dfrac{1-\tan x}{\cos x - \text{sen} x}$	l. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\text{sen}(1-x)}{\sqrt{x}-1}$
m. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x - \text{sen } 3x}{x + \text{sen } 2x}$	n. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-2x^2-2\cos\ x+\cos^2 x}{x^2}$
o. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\text{sen}(x)-1}{\cos(2x)+1}$	p. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+\text{sen}x}-\sqrt{1-\text{sen}x}}{x}$
q. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+\text{sen}x}-\sqrt{1-\tan x}}{\text{sen}(2x)}$	r. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{\cos x}+\sqrt[3]{\cos x}}{\text{sen}^2 x}$
s. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-2\cos x+\cos 2x}{x^2}$	t. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1-\tan x}}{\tan(2x)}$

Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

UNIDAD II
La Derivada

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad el estudiante será capaz de resolver ejercicios y problemas de cálculo diferencial, utilizando propiedades de la derivada, en las diversas funciones de variable real.

SEMANA N° 03

SESIÓN N° 07:
TEMA : Repaso de Límites – Práctica Calificada 01.

SESIÓN N° 08:
TEMA : La derivada. Derivación de Funciones elementales.

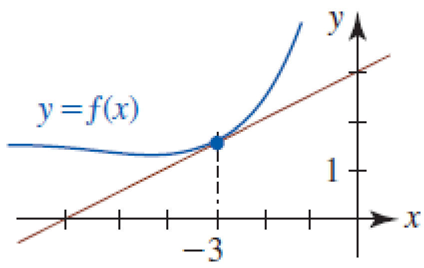
1. Encuentre la derivada de las funciones dadas.

a. $y = 6x^3 + 3x^2 - 10$	b. $f(x) = -x^2 + 4x + 1$
c. $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$	d. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - 4;$

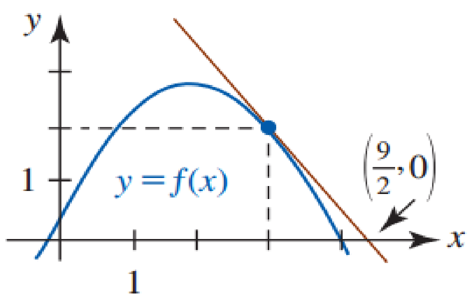
2. En los problemas, encuentre una ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función dada en el valor indicado de x.

a. $y = x - \frac{1}{x}; \quad x = 1$	b. $y = 2x + 1 + \frac{6}{x}; \quad x = 2$

3. Encuentre una ecuación de la recta tangente mostrada en rojo. ¿Cuáles son los valores $f(3)$ y $f'(3)$?



4. Encuentre una ecuación de la recta tangente mostrada en rojo en la figura ¿cuál es el valor de $f'(3)$? ¿cuál es la intersección con el eje y de la resta tangente?



SESIÓN N° 09:
TEMA : Reglas de Potencias y Sumas.

1. En los problemas, encuentre: $\frac{dy}{dx}$

a. $y = 6x^3 + 3x^2 - 10$	b. $p(t) = (2t)^{-4} - (2t^{-1})^2$
c. $f(x) = x^2(x^2 + 5)^2$	d. $Q(t) = \dfrac{t^5 + 4t^2 - 3}{6}$
e. $f(x) = -\frac{2}{3}x^6 + 4x^5 - 13x^2 + 8x + 2$	f. $f(x) = \dfrac{2x^5 + 3x^4 - x^3 + 2}{x^2}$
g. $y = 4\sqrt{x} - \dfrac{6}{\sqrt[3]{x^2}}$	h. $g(r) = \frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^3} + \frac{1}{r^4}$

2. En los problemas, encuentre una ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función dada en el valor indicado de x.

a. $y = -x + \frac{8}{x};\ x = 2$	b. $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{x};\ x = 4$

3. En los problemas, encuentre una ecuación de la recta normal a la gráfica de la función dada en el valor indicado de x.

a. $y = -x^2 + 1;\ x = 2$	b. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2;\ x = 4$

4. Encuentre la derivada de orden superior indicada.

a. $f(x) = 4x^6 + x^5 - x^3;\quad f^{(4)}(x)$	b. $y = x^4 - \frac{10}{x};\quad d^5y/dx^5$

Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

SEMANA N° 04

SESIÓN N° 10:
TEMA : Reglas de Productos y Cocientes.

1. En los problemas, encuentre: $\frac{dy}{dx}$

a. $y = \left(4\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)\left(2x - \frac{6}{\sqrt[3]{x}}\right)$	b. $y = \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$
c. $f(x) = (x^2 - 1)\left(x^2 - 10x + \frac{2}{x^2}\right)$	d. $f(x) = \frac{x^2}{2x^2 + x + 1}$
e. $f(x) = \frac{x^2 - 10x + 2}{x(x^2 - 1)}$	f. $f(x) = \frac{(2x + 1)(x - 5)}{3x + 2}$
g. $f(x) = (x^2 - 2x - 1)\left(\frac{x + 1}{x + 3}\right)$	h. $f(x) = (x + 1)\left(x + 1 - \frac{1}{x + 2}\right)$

2. En los problemas, encuentre una ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función dada en el valor indicado de x.

a. $y = \frac{x}{x - 1}; \quad x = \frac{1}{2}$	b. $y = (2\sqrt{x} + x)(-2x^2 + 5x - 1); \quad x = 1$

3. Encuentre el o los puntos sobre la gráfica de la función dada donde la recta tangente es horizontal.

a. $y = (x^2 - 4)(x^2 - 6)$	b. $y = \frac{x^2}{x^4 + 1}$

4. Encuentre el o los puntos sobre la gráfica de la función dada donde la recta tangente tiene la propiedad indicada.

a. $y = \frac{x + 4}{x + 5}$; perpendicular a $y = -x$	b. $y = \frac{x}{x + 1}$; paralela a $y = \frac{1}{4}x - 1$

5. Encuentre el valor de k tal que la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \frac{(k+x)}{x^2}$ tiene pendiente 5 en $x = 2$

SESIÓN N° 11:
TEMA : Derivadas de Funciones Trigonométricas.

1. En los problemas, encuentre: $\frac{dy}{dx}$

a. $y = (x^3 - 2)\tan x$	b. $y = 1 + 7\,\text{sen}\,x - \tan x$
c. $f(x) = \dfrac{\text{sen}\,x}{1 + \cos x}$	d. $f(x) = \dfrac{1 + \csc x}{1 + \sec x}$
e. $f(x) = \dfrac{1 + \text{sen}\,x}{x\cos x}$	f. $f(x) = \dfrac{(1 - \cos 4x)^2}{(1 + \text{sen}\,5x)^3}$
g. $f(x) = \text{sen}^2\,2x\cos^3 3x$	h. $y = x^2\,\text{sen}^4 x + x\cos^{-2} x$

2. En los problemas, encuentre una ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función dada en el valor indicado de x.

a. $y = \text{sen}\,3x + 4x\cos 5x; \quad x = \pi$	b. $y = 50x - \tan^3 2x; \quad x = \pi/6$
c. $y = \tan 3x; \quad x = \pi/4$	d. $y = (-1 + \cos 4x)^3; \quad x = \pi/8$

3. En los problemas, encuentre una ecuación de la recta normal a la gráfica de la función dada en el valor indicado de x.

a. $y = \text{sen}\left(\dfrac{\pi}{6x}\right)\cos(\pi x^2); \quad x = \dfrac{1}{2}$	b. $y = \text{sen}^3\dfrac{x}{3}; \quad x = \pi$

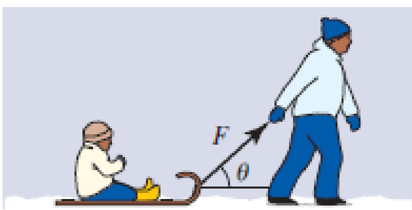
4. En los problemas, encuentre la derivada indicada.

a. $f(x) = \text{sen}\,\pi x; \quad f'''(x)$	b. $y = \cos(2x + 1); \quad d^5y/dx^5$

5. Un joven jala un trineo donde va sentada su hermana. Si el peso total del trineo y la chica es de 70 lb, y si el coeficiente de fricción de suelo cubierto por nieve es 0.2, entonces la magnitud F de la fuerza (medida en libras) necesaria para mover el trineo es:

$$F = \frac{70\,(0.2)}{0.2\,\text{sen}\,\theta + \cos\theta}$$

Donde θ es el ángulo que la cuerda forma con la horizontal.
a. Encuentre la derivada $dF/d\theta$.
b. Encuentre el ángulo (en radianes) para el que $\frac{dF}{d\theta} = 0$.
c. Encuentre el valor de F correspondiente al ángulo encontrado en el inciso b).



SESIÓN N° 12:
TEMA : Prueba de Desarrollo 01.

Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

SEMANA N° 05

SESIÓN N° 13 y N° 14:
TEMA : Derivada de Funciones compuestas. Regla de la Cadena.

1. En los siguientes ejercicios encuentre: $\frac{dy}{dx}$

a. $y = \left(x - \frac{1}{x^2}\right)^5$	b. $y = (3x - 1)^4(-2x + 9)^5$
c. $y = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$	d. $y = \frac{10}{\sqrt{x^2 - 4x + 1}}$
e. $y = \frac{3x - 4}{(5x + 2)^3}$	f. $y = x^4(x^2 + 1)^6$
g. $f(x) = \left[x^2 - \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-4}\right]^2$	h. $y = \frac{1}{(x^3 - 2x^2 + 7)^4}$

2. Encuentre una ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función dada en el valor indicado de x.

a. $y = \left(\frac{x}{x + 1}\right)^2; \quad x = -\frac{1}{2}$	b. $y = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6x}\right)\cos(\pi x^2); \quad x = \frac{1}{2}$
c. $y = (-1 + \cos 4x)^3; \quad x = \pi/8$	

3. Encuentre la derivada indicada:

a. $f(x) = \operatorname{sen} \pi x; \quad f'''(x)$	b. $y = \cos(2x + 1); \quad d^5y/dx^5$
c. $y = x \operatorname{sen} 5x; \quad d^3y/dx^3$	d. $f(x) = \cos x^2; \quad f''(x)$

4. Encuentre el o los puntos sobre la gráfica de:
$$f(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)^2}$$
Donde la recta tangente es Horizontal.

5. Sea $w = z^3(z - 1)^5$. Halle dw/dt y úsela para estimar el incremento de w cuando z varía de 2 a 1.98.

6. El volumen de un globo esférico de radio r es $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. El radio es una función del tiempo t y aumenta a razón constante de 5 $pulg/min$. ¿Cuál es la razón de cambio instantánea de V con respecto a r?

SESIÓN N° 15:
TEMA : Derivada de Funciones Implícitas.

1. Obtener la derivada dy/dx de las siguientes ecuaciones implícitas:

a. $y^2 - y = x^2 - x$	b. $4xy^8 = 5x^2 - 7y$
c. $11x^6y - 11xy^6 = 3x - 12$	d. $2xy - 7x + 6y = y^3 - 8x^5$
e. $\operatorname{sen} xy = xy$	f. $x \operatorname{sen} y - y\cos x = 1$
g. $\cos(2x - 3y) = 2x - 3y$	h. $\tan(x^2 - 3y) = x^2 + 3y$
i. $\sqrt{x - y} = xy$	j. $\sqrt{4x^2 - 3y^2} = 4x^2 - 2y^3$

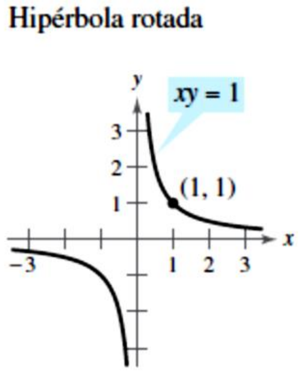
Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

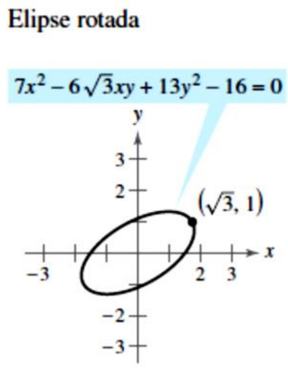
SEMANA N° 06

SESIÓN N° 16:
TEMA : Derivada de Funciones Implícitas.

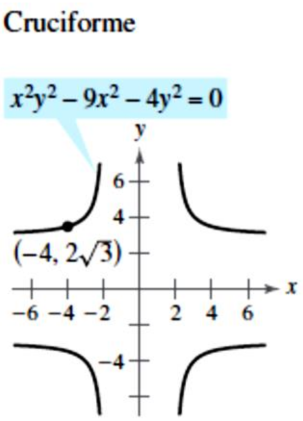
1. Encontrar la ecuación de la recta tangente y normal a la gráfica en el punto dado.



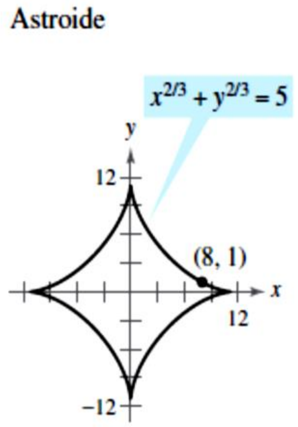
a.



b.



c.



d.

2. Encontrar la ecuación de la recta tangente y normal a la gráfica en el punto dado.

a. $x \operatorname{sen}2y = y\cos(2x)$, $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$	b. $x\sqrt{1+2y} + y = x^2$, $(1, 0)$

3. Dada la curva definida por:
$$y^3 + 3y^2 = x^4 - 3x^2$$
Encuentre:
   a. La ecuación de su recta tangente en el punto (-2, 1).
   b. Los puntos sobre la curva donde sus rectas tangentes son horizontales.

4. Encuentre el o los puntos sobre la gráfica de la ecuación $x^2 - xy + y^2 = 3$ donde la recta tangente es horizontal.

5. Encuentre el o los puntos sobre la gráfica de la ecuación $25x^2 + 16y^2 + 200x - 160y + 400 = 0$ donde la recta tangente es horizontal.

6. Encuentre el punto o los puntos sobre la gráfica de $y^3 = x^2$ donde la recta tangente es perpendicular a la recta $y + 3x - 5 = 0$

SESIÓN N° 17:
TEMA : Derivada de Funciones Trigonométricas Inversas.

1. Encuentre la derivada de la función dada.

a. $f(x) = 3\,\text{arcsen}(3x^2 - 5)$	b. $f(x) = 2x^2 \arctan(2x)$
c. $f(x) = (2x - 10)\,\text{arcsen}(5x)$	d. $y = 2x - 10\,\text{arcsen}(5x)$
e. $f(x) = \text{arcsen}(\cos 4x)$	f. $y = 2\sqrt{x}\arctan\sqrt{x}$
g. $y = \text{arccot}\,x - \arctan\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$	h. $y = x\arccos x - \sqrt{1-x^2}$
i. $y = \frac{1}{2}x\sqrt{4-x^2} + 2\,\text{arcsen}\left(\frac{x}{2}\right)$	j. $y = 25\,\text{arcsen}\left(\frac{x}{5}\right) - x\sqrt{25-x^2}$

2. Use diferenciación implícita para encontrar: $\frac{dy}{dx}$

a. $\arctan y = x^2 + y^2$	b. $\text{arcsen}\,y - \arccos x = 1$

3. Encuentre la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función $y = (\arccos x)^2$ en el punto $x = 1/\sqrt{2}$.

4. Encuentre una ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = x\arctan x$ en el punto $x = 1$.

5. Encuentre todas las rectas tangentes a la gráfica de $f(x) = \arctan x$ cuya pendiente es 1/4.

SESIÓN N° 18:
TEMA : Repaso de Derivadas – Práctica Calificada 02.

Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

SEMANA N° 07

SESIÓN N° 19 y N° 20:
TEMA : Derivada de Funciones Exponenciales.

1. Encuentre la derivada de la función dada.

a. $y = e^{x} + e^{x+e^{-x}}$	b. $f(x) = e^{x\sqrt{x^2+1}}$
c. $f(x) = \dfrac{xe^{x}}{x+e^{x}}$	d. $y = e^{x^{x^{x}}}$

2. Use diferenciación implícita para encontrar: $\frac{dy}{dx}$

a. $y = \cos e^{xy}$	b. $x + y^2 = e^{x/y}$

3. Encuentre la derivada de orden superior indicada.

a. $y = e^{x^2}$; $\dfrac{d^3y}{dx^3}$	b. $y = \operatorname{sen} e^{2x}$; $\dfrac{d^2y}{dx^2}$

4. Encuentre la pendiente de la recta normal a la gráfica de $y = (x-1)e^{-x}$ en el punto $x = 0$

5. C_1 y C_2 son constantes reales arbitrarias. Demuestre que la función satisface la ecuación diferencial dada.

a. $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{2x}$; $y'' + y' - 6y = 0$
b. $y = C_1e^{-x}\cos 2x + C_2e^{-x} sen 2x$; $y'' + 2y' + 5y = 0$

6. Encontrar la segunda derivada de la función: $f(x) = (3+2x)e^{-3x}$

7. Halla: $f'(1/2)$ de la siguiente ecuación: $f(x) = e^{\pi x}\operatorname{sen}(\pi x)$

8. Encuentre $\frac{dy}{dx}$ en su forma más reducida de la siguiente ecuación implícita $xy(e^{xy} - e^{-xy}) = xy + 1$.

9. El modelo matemático de Jenss constituye una de las fórmulas empíricas más precisas para pronosticar la estatura *h* (en centímetros) en términos de la edad *t* (en años) para niños en edad preescolar (de 3 meses a 6 años):

$$h(t) = 79.04 + 6.39t - e^{3.26-0.99t}$$

   a. ¿Qué estatura pronostica este modelo para un niño de 2 años?
   b. ¿Cuán rápido crece en estatura un niño de 2 años?

SESIÓN N° 20 y N° 21:
TEMA : Derivada de Funciones Logarítmicas.

1. Encuentre la derivada de la función dada.

a. $G(t)=\ln\sqrt{5t+1}\,(t^3+4)^6$	b. $w(\theta)=\theta sen(\ln 5\theta)$
c. $f(x)=\ln\sqrt{\dfrac{(3x+2)^5}{x^4+7}}$	

2. Use diferenciación implícita para encontrar: $\frac{dy}{dx}$

a. $x+y^2=\ln\dfrac{x}{y}$	b. $\arctan\left(\dfrac{y}{x}\right)=\dfrac{1}{2}\ln(x^2+y^2)$

3. Encuentre la derivada de orden superior indicada.

a. $y=(\ln\lvert x\rvert)$; $\dfrac{d^2y}{dx^2}$	b. $y=\ln(5x-3)$; $\dfrac{d^4y}{dx^4}$

4. Encuentre la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $y=\ln\left[xe^{-x^3}\right]$ en el punto $x=1$

5. C_1 y C_2 son constantes reales arbitrarias. Demuestre que la función satisface la ecuación diferencial dada para x > 0.

a. $y=C_1x^{-1/2}+C_2x^{-1/2}\ln x$; $4x^2y''+8xy'+y=0$
b. $y=C_1x^{-1}\cos(\sqrt{2}\ln x)+C_2x^{-1}sen(\sqrt{2}\ln x)$; $x^2y''+3xy'+3y=0$

6. Use diferenciación implícita para encontrar: $\frac{dy}{dx}$

a. $y=\dfrac{x^{10}\sqrt{x^2+5}}{\sqrt[3]{8x^2+2}}$	b. $y=\dfrac{(\ln x)^x}{x^{\ln x}}$
c. $y=\dfrac{(x^3-1)^5(x^4+3x^3)^4}{(7x+5)^9}$	d. $x^y=y^x$

7. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $y=x^{x-1}$ en el punto de abscisa 2.

8. Encuentre la pendiente de la tangente a la gráfica de $f'(x)$ en el punto en que la pendiente de la tangente a la gráfica de $f(x)=\ln x^2$ es 4.

9. Encuentre $\frac{dy}{dx}$ y simplifique tanto como pueda.

a. $y = 2\arctan\sqrt{senx} - \ln\left(\dfrac{1+\sqrt{senx}}{1-\sqrt{senx}}\right)$	b. $e^{\sqrt{\frac{x+\sqrt{y}}{x-\sqrt{y}}}} + \ln\left(\dfrac{x-\sqrt{y}}{x+\sqrt{y}}\right) = 8$

10. Demuestre que la función:

$$y = \frac{1}{1 + x + \ln x}$$

Satisface la ecuación diferencial: $xy' = y(y \ln x - 1\,)$

Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

SEMANA N° 08

SESIÓN N° 22:
TEMA : Derivada de Funciones Hiperbólicas.

1. Encuentre la derivada de la función dada.

a. $f(x)=(x-\cosh x)^{2/3}$	b. $F(x)=(\ln(\sec hx))^2$
c. $f(x)=\dfrac{e^x}{1+\cosh x}$	d. $g(t)=\dfrac{\operatorname{sen} t}{1+\operatorname{senh} 2t}$
e. $h(t)=e^t e^{\operatorname{csch} t^2}$	f. $y=\coth(\cosh 3x)$

2. Encuentre una ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $y=\operatorname{senh} 3x$ en el punto $x=0$.

3. Encuentre el o los puntos sobre la gráfica de la función dada donde la tangente es horizontal.

a. $f(x)=(x^2-2)\cosh x-2x\operatorname{senh} x$	b. $f(x)=\cos x\cosh x-\operatorname{sen} x\operatorname{senh} x$

4. Encuentre la derivada de la función dada.

a. $y=\dfrac{\coth^{-1} e^{2x}}{e^{2x}}$	b. $y=\dfrac{1}{(\tanh^{-1} 2x)^3}$
c. $y=x\tanh^{-1} x+\ln\sqrt{1-x^2}$	d. $y=\ln(\sec h^{-1} x)$

5. Usando derivación implícita, encuentre $\frac{dy}{dx}$, en la siguiente ecuación: $\cosh(x+y)=y\operatorname{senh} x$

6. C_1, C_2, C_3, C_4 y k son constantes reales arbitrarias. Demuestre que la función satisface la ecuación diferencial dada.

a. $y=C_1\cos kx+C_2\operatorname{sen} kx+C_3\cos h\, kx+C_4\operatorname{sen} h\, kx;\quad y^{(4)}-k^4y=0$

SESIÓN N° 23:
TEMA : Prueba de Desarrollo 02.

SESIÓN N° 24:
TEMA : Repaso de Límites y Derivadas de una Función.

Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

UNIDAD III
Aplicaciones de las Derivadas

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad el estudiante será capaz de representar la gráfica de una función de variable real aplicando los criterios de la derivada, relacionadas con la vida cotidiana y las diversas áreas de la ingeniería.

SEMANA N° 09

SESIÓN N° 25:
TEMA : Evaluación Parcial.

SESIÓN N° 26:
TEMA : Solución del Examen Parcial.

SESIÓN N° 27:
TEMA : Extremos Absolutos de una función.

1. Encuentre los números críticos de las funciones dadas:

a. $f(x) = 2x^3 - 15x^2 - 36x$	b. $f(x) = (x-2)^2(x-1)$
c. $f(x) = \dfrac{1+x}{\sqrt{x}}$	d. $f(x) = (4x-3)^{1/3}$
e. $f(x) = (x-1)^2\sqrt[3]{x+2}$	f. $f(x) = -x + \operatorname{sen} x$
g. $f(x) = x^2 - 8\ln x$	h. $f(x) = \dfrac{x+4}{\sqrt[3]{x+1}}$
i. $f(x) = e^{-x} + 2x$	

2. Encuentre los extremos absolutos de la función dada sobre el intervalo indicado:

a. $f(x) = x^{2/3};\quad [-1, 8]$	b. $f(x) = x^{2/3}(x^2 - 1);\quad [-1, 1]$
c. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2;\quad [-3, 2]$	d. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1;\quad [-4, 3]$
e. $f(x) = x^4(x-1)^2;\quad [-1, 2]$	f. $f(x) = 2\cos 2x - \cos 4x;\quad [0, 2\pi]$
g. $f(x) = 3 + 2\operatorname{sen}^2 24x;\quad [0, \pi]$	

Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

SEMANA N° 10

SESIÓN N° 28 y N° 29:
TEMA : Criterios de la Derivada.

1. Encontrar los extremos relativos de las siguientes funciones.

a. $f(x) = x^4 + 4x$	b. $f(x) = -x^2(x-3)^2$
c. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + 2x^2$	d. $f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$
e. $f(x) = 4x^5 - 5x^4$	f. $f(x) = x^3 - 24\ln\lvert x\rvert$
g. $f(x) = (x+3)^2 e^{-x}$	

2. Determine los intervalos sobre los cuales la función dada es creciente y los intervalos sobre los cuales es decreciente.

a. $f(x) = x^2 + 6x - 1$	b. $f(x) = x^3 - 3x^2$
c. $f(x) = x^4 - 4x^3 + 9$	d. $f(x) = 1 - x^{1/3}$
e. $f(x) = x\sqrt{8-x^2}$	f. $f(x) = \frac{5}{x^2+1}$

3. Use la segunda derivada para determinar los intervalos sobre los cuales la gráfica de la función dada es cóncava o convexa.

a. $f(x) = x^{1/3} + 2x$	b. $f(x) = x(x-4)^3$
c. $f(x) = \frac{1}{x^2+3}$	d. $f(x) = x + \frac{9}{x}$
e. $f(x) = -x^3 + 6x^2 + x - 1$	f. $f(x) = 6x^5 - 10x^3$

4. Determinar todos los puntos de inflexión.

a. $f(x) = x^4 - 12x^2 + x - 1$	b. $f(x) = x^{1/3}(x+1)$
c. $f(x) = x - \operatorname{sen} x$	d. $f(x) = x + xe^{-x}$
e. $f(x) = \frac{x}{x^2+2}$	f. $f(x) = \sqrt{9-x^2}$

SESIÓN N° 30:
TEMA : Repaso de Extremos – Práctica Calificada 03.

Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

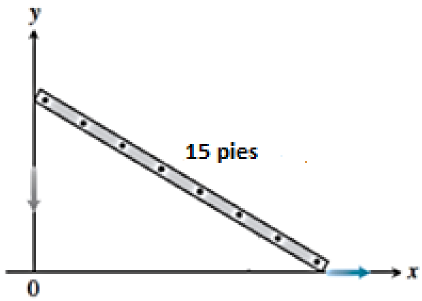
SEMANA N° 11

SESIÓN N° 31 y N° 32:
TEMA : Razón de Cambio Relacionadas.

1. Un cuadrado está inscrito en un círculo de radio r. ¿A qué razón cambia el área del cuadrado en el instante en que el radio del círculo mide 2 pulgadas y crece a razón de 4 pulg/min?

2. Un triángulo se expande con el tiempo. El área del triángulo crece a razón de 15 pulg^2/min, mientras la longitud de su base decrece a razón de ½ pulg/min. ¿A qué razón cambia la altura del triángulo cuando la altura mide 8 pulg y la base es 6 pulg?

3. Una escalera de 15 pies está apoyada contra una casa cuando su base empieza a resbalarse. En el momento en que la parte superior de la escalera está a 12 pies del suelo, esta se está moviendo a una razón de 6 pies/seg. ¿Qué tan rápido se está resbalando la base de la escalera en ese momento?

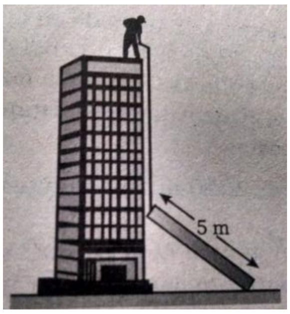


4. Un tanque de agua en forma de cilindro circular recto de 40 metros de diámetro se drena de modo que el nivel del agua disminuye a razón constante de 3/2 metros/min. ¿Cuán rápido decrece el volumen del agua?

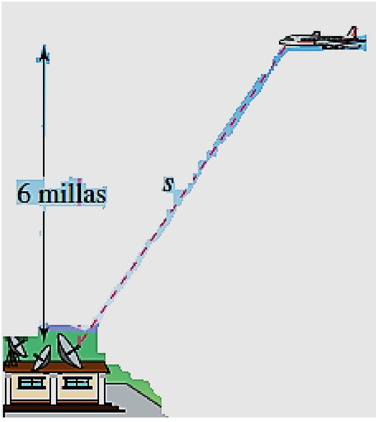
5. En una pila cónica se deja caer arena a razón de 600 pies^3/s. Si la altura de la pila es el doble del radio de la base. Determina en que razón aumenta la altura cuando la pila tiene 5 pies de altura.

6. Se tiene un cubo de hielo se derrite de modo que siempre conserva su forma cúbica. Si el volumen del cubo de hielo decrece a razón de ¼ pulg^3/min, ¿Cuán rápido cambia el área superficial del cubo de hielo cuando el área superficial es de 54 pulg^2?

7. Un obrero levanta, con ayuda de una soga, un tablón hasta lo alto de un edificio en construcción (ver figura). Asumiendo que el extremo por donde es sujetado el tablón sigue una trayectoria perpendicular al piso a razón de 0.15 m/s ¿A qué ritmo se desliza por el suelo el otro extremo cuando está a 2.5 m de la base del edificio?

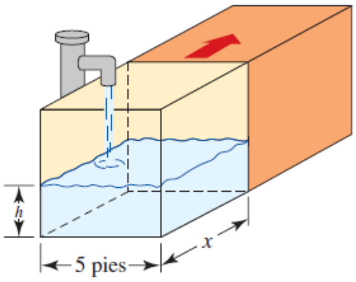


8. Un avión recorre una ruta de vuelo que le llevará directamente sobre una estación de radar, la altitud del avión es de 6 millas. Si la distancia entre el avión y el radar está decreciendo a razón de 400 millas/hora, cuando s = 10 millas, ¿Cuál es la velocidad del avión?

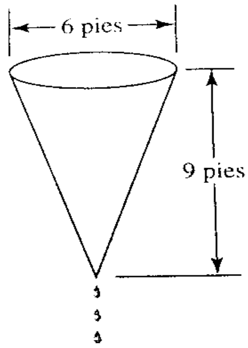


9. Una cámara de rastreo, ubicada a 1200 pies del punto de lanzamiento, sigue a un globo de aire caliente con ascenso vertical. En el instante en que el ángulo de elevación θ de la cámara es $\pi/6$, el ángulo crece a razón de 0.1 rad/min. ¿A qué razón sube el globo en ese instante?

10. Un tanque rectangular de agua de 5 pies de ancho está dividido en dos tanques por medio de una separación que se mueve en la dirección indicada a razón de 1 pie/min cuando al tanque frontal se bombea agua a razón de 1 pie^3/min. ¿A qué razón cambia el nivel del agua cuando el volumen del agua en el tanque frontal es de 80 pies^3 y x = 8 pies?



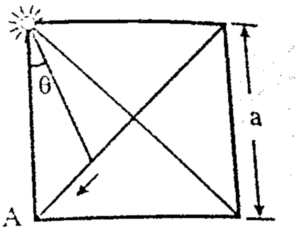
11. Por la parte inferior de un tanque cónico se fuga agua a razón de $1\, pie^3/min$, como se muestra en la figura.
    a. ¿A qué razón cambia el nivel del agua cuando el agua tiene $6\, pies$ de profundidad?
    b. ¿A qué razón cambia el radio del agua cuando el agua tiene $6\, pies$ de profundidad?



12. Suponga que un incendio forestal se propaga en forma de un círculo cuyo radio cambia a razón de 1.8m/min. ¿A qué razón está creciendo el área de la región incendiada cuando el radio alcanza 60m? e interprete este resultado en términos de área y tiempo.

13. A las 8:00 p.m., el barco P está a 20 millas dirección norte del barco Q. El barco P navega hacia el sur a razón de 9 millas/hora y el barco Q se dirige hacia el oeste a razón de 12 millas/hora. A las 9:20 p.m. ¿A qué razón cambia la distancia entre los dos barcos?

14. En una plaza cuadrada de lado "a" hay un foco luminoso en una esquina. Un hombre ubicado en el centro de la plaza camina con una velocidad de 4 m/seg. Sobre la diagonal hacia la esquina "A" según muestra la figura. Halle la variación del ángulo θ con respecto al tiempo en términos de "$\boldsymbol{\theta}$" y "a".



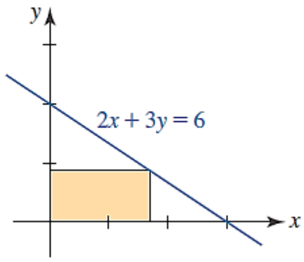
15. Un hombre en un muelle tira de una soga atada al nivel del agua a un bote a razón de 50 pies/min. Si las manos del hombre están a 16 pies sobre el nivel del agua, ¿Con qué rapidez se acerca el bote al muelle cuando la cantidad de soga suelta es de 20 pies?

SESIÓN N° 33:
TEMA : Optimización.

1. Encontrar el largo y el ancho de un rectángulo que tiene el perímetro de 80 metros y un área máxima.

2. Encontrar el largo y el ancho de un rectángulo que tiene el área de 32 pies cuadrados y un perímetro mínimo.

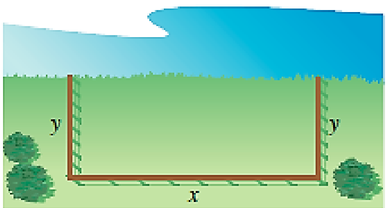
3. Encuentre las dimensiones de la región sombreada de modo que su área sea máxima.



4. Una página rectangular contendrá 30 pulgadas cuadradas de área impresa. Los márgenes de cada lado son de 1 pulgada. Encontrar las dimensiones de la página de manera tal que se use la menor cantidad de papel.

5. Determinar las dimensiones de un sólido rectangular (con una base cuadrada) de volumen máximo si su área superficial es de 150 pulgadas cuadradas.

6. Un granjero planea cercar un pastizal rectangular adyacente a un río. El pastizal debe contener 245 000 m^2 para proporcionar suficiente pastura para el rebaño. ¿Qué dimensiones requeriría la cantidad mínima de cercado si no es necesario vallar a los largo del río?



7. Un granjero desea construir un corral rectangular de 64000 $pies^2$ con un lado a lo largo de un acantilado vertical. El cercado a lo largo del acantilado cuesta S/. 2.50 por pie, mientras que a lo largo de los otros tres lados cuesta S/. 3.50 por pie. Encuentre las dimensiones del corral, de modo que el costo del cercado sea mínima.

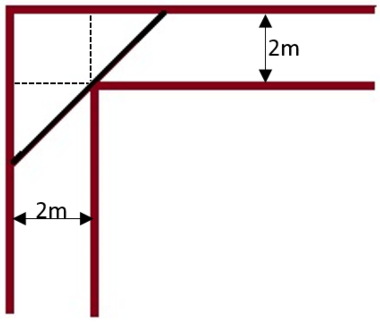
Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

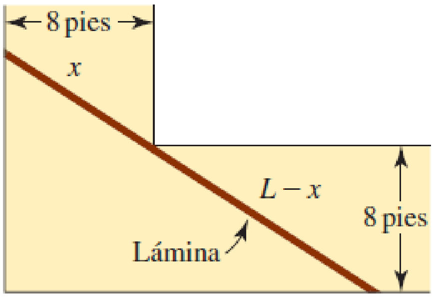
SEMANA N° 12

SESIÓN N° 34 y N° 35:
TEMA : Optimización.

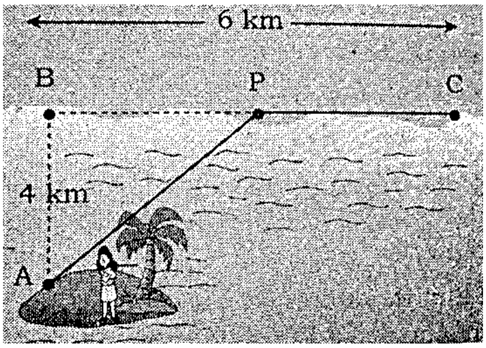
1. Un pasillo de 2 metros de ancho da vuelta en ángulo recto. ¿Cuál es la longitud de la varilla delgada más larga que puede trasladarse alrededor de la esquina, asumiendo que la varilla no puede doblarse?



2. Encuentre la longitud máxima L de una lámina delgada que puede transportarse horizontalmente alrededor de una esquina en ángulo recto.

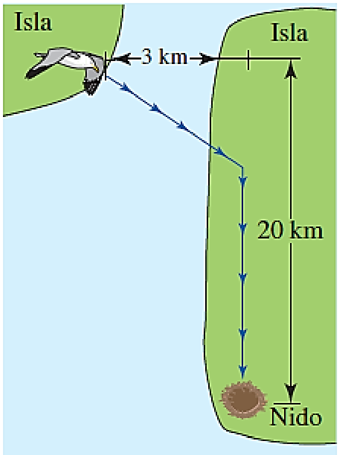


3. Una isla está ubicada en el punto A, 4km del punto más cercano B de una playa recta. Una mujer, en la isla quiere ir al punto C, que está a 6 km de B, tal como se ve en la figura. La mujer puede dirigirse al punto P, entre B y C en un bote con remos a 5 km/h y después caminar de P a C a una velocidad de 8 Km/h. Determinar la mejor ruta que la mujer puede recorrer en el menor tiempo posible.

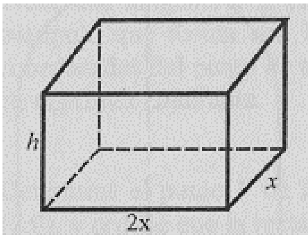


4. Un campo de atletismo de 400 kilómetros de perímetro consta de un rectángulo que tiene pegado en cada uno de sus lados menores un semicírculo. Con el fin de realizar varias actividades al mismo tiempo, se pretende que el área de la parte rectangular sea la mayor posible. Halle las dimensiones del campo para tal fin.

5. Algunas aves vuelan más lentamente sobre agua que sobre tierra. Un ave vuela a razones constantes de 6 km/h sobre el agua y 10km/h sobre tierra. Use la información de la figura. Para encontrar la trayectoria a la cual el ave debe seguir para minimizar el tiempo total de vuelo entre la costa de una isla y su nido ubicado en la costa de otra isla.

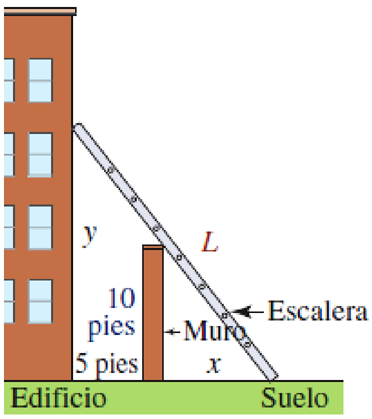


6. Un fabricante desea construir cajas cerradas de 256 cm^3 de capacidad. La base debe ser un rectángulo cuyo largo es el doble del ancho. Si se sabe que el precio del material para la base y la tapa es de S/. 3 por cm^2, y para los lados es de S/. 2 por cm^2, halle las dimensiones de la caja que minimizan su costo.



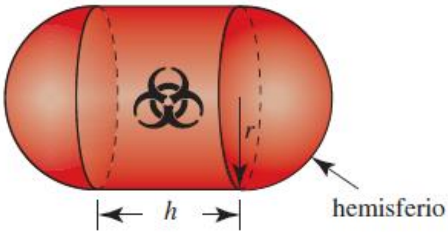
7. Se producirá un canalón transversal rectangular al doblar cantidades iguales de los extremos de una plancha de aluminio de 30 cm de ancho. ¿Cuáles son las dimensiones de la sección transversal de modo que el volumen sea máximo?

8. Un muro de 10 pies de altura está a 5 pies de un edificio, como se muestra en la figura. Encuentre la longitud L de la escalera más corta, apoyada en el muro, que llega desde el suelo hasta el edificio.



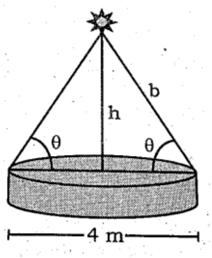
9. Un sólido se forma juntando dos hemisferios a los extremos de un cilindro circular recto. El volumen total del sólido es de 14 cm^3. Encontrar el radio del cilindro que produce el área superficial mínima.

10. Un contenedor que transporta desechos peligrosos se fabrica de plástico pesado y se forma al unir dos hemisferios a los extremos de un cilindro circular recto como se muestra en la figura. El volumen total del contenedor es de $30\pi\ pies^3$. El costo por pie cuadrado para los extremos es una vez y media el costo por pie cuadrado del plástico usado en la parte cilíndrica. Encuentre las dimensiones del contenedor de modo que su costo de producción sea mínimo.

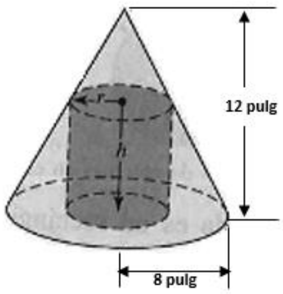


11. Una lámpara está situada sobre el centro de una mesa circular de 4 metros de diámetro. Hallas la altura h para que la iluminación I en el perímetro de la mesa sea máxima, si:

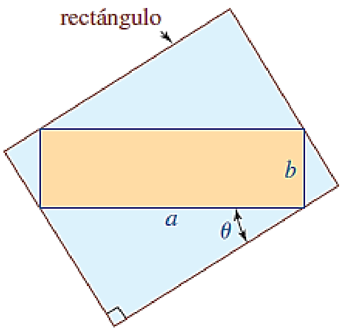
$$I = \frac{k\,\text{sen}\,\theta}{b^2}, \quad k: constante$$



12. Encuentre el radio y la altura del cilindro circular recto, que posee volumen máximo que puede inscribirse en un cono circular recto de 8 pulgadas de radio y 12 pulgadas de altura.



13. Encuentre las dimensiones del rectángulo de área máxima que puede circunscribirse alrededor de un rectángulo de longitud a y ancho b. (considerar a y b como constantes).



SESIÓN N° 36:
TEMA : Regla de L´Hôpital.

1. Evaluar el límite, usando la regla de L'Hôpital para encontrar el límite dado, o concluya que no existe.

a. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\ln x^2}{x^2-1}$	b. $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{e^x-(x+1)}{x^2}$
c. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\arctan x - \frac{\pi}{4}}{x-1}$	d. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1+x-e^x}{sen^2 x}$
e. $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^3}{e^{x/2}}$	

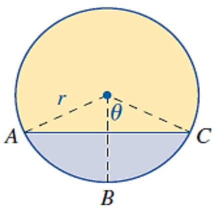
2. Describir el tipo de forma indeterminada que se obtiene por sustitución directa. Evaluar el límite, usando la regla de L'Hôpital para encontrar el límite dado, o concluya que no existe.

a. $\lim\limits_{x \to 1^+} \left(\frac{3}{\ln x} - \frac{2}{x-1}\right)$	b. $\lim\limits_{x \to 2^+} \left(\frac{1}{x^2-4} - \frac{\sqrt{x-1}}{(x-2)(x+2)}\right)$
c. $\lim\limits_{x \to \infty} x \ln x$	d. $\lim\limits_{x \to 0^+} x^3 \cot x$
e. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(x\, sen \frac{1}{x}\right)$	f. $\lim\limits_{x \to \infty} x^{1/4}\, sen \frac{1}{\sqrt{x}}$

3. Describir el tipo de forma indeterminada que se obtiene por sustitución directa. Evaluar el límite, usando la regla de L'Hôpital para encontrar el límite dado, o concluya que no existe.

a. $\lim\limits_{x \to 0^+} x^{\frac{1}{x}}$	b. $\lim\limits_{x \to 0^+} (e^x + x)^{\frac{2}{x}}$
c. $\lim\limits_{x \to 0^+} (x + Senx)^{Tanx}$	

4. Considere el círculo que se muestra en la figura siguiente:



Si el arco ABC mide 5 pulg de longitud, exprese el área A de la región sombreada como una función del ángulo indicado θ. Evalúe: $\lim\limits_{\theta \to 0} A(\theta)$

Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

UNIDAD IV

Derivadas de Funciones Parciales

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad el estudiante será capaz de resolver ejercicios y problemas de aplicación de límites y derivadas de funciones de varias variables, utilizando propiedades de la derivada parcial.

SEMANA N° 13

SESIÓN N° 37:
TEMA: Prueba de Desarrollo 03.

SESIÓN N° 38:
TEMA : Funciones y Límites de Varias Variables.

1. Encuentre el dominio de la función dada.

a. $f(x,y)=\dfrac{xy}{x^2+y^2}$	b. $f(x,y)=\dfrac{y^2}{y+x^2}$
c. $f(s,t)=s^3-2t^2+8st$	d. $g(r,s)=e^{2r}\sqrt{s^2-1}$
e. $H(u,v,w)=\sqrt{u^2+v^2+w^2-16}$	

2. Dibuje el dominio de la función dada.

a. $f(x,y)=\sqrt{x}-\sqrt{y}$	b. $f(x,y)=\sqrt{(1-x^2)(y^2-4)}$
c. $f(x,y)=\sqrt{\ln(y-x+1)}$	d. $f(x,y)=e^{\sqrt{xy+1}}$

3. Evalué el límite dado, si existe.

a. $\lim\limits_{(x,y)\to(5,-1)}(x^2+y^2)$	b. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)}\dfrac{4x^2+y^2}{16x^4+y^4}$
c. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)}\dfrac{4-x^2-y^2}{x^2+y^2}$	d. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{6xy^2}{x^2+y^4}$
e. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)}x^3y^2(x+y)^3$	f. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{e^{xy}}{x+y+1}$
g. $\lim\limits_{(x,y)\to(\pi,\pi/4)}\cos(3x+y)$	h. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{x^2-3y+1}{x+5y-3}$
i. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,0)}\dfrac{x^2y}{x^3+y^3}$	j. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,3)}\dfrac{xy-3y}{x^2+y^2-6y+9}$

SESIÓN N° 39:
TEMA : Derivadas Parciales de Primer Orden.

1. Para cada una de las siguientes funciones, calcule todas las derivadas parciales de primer orden.

a. $z=-x^2-3\ln y+4$	b. $f(x,y)=2x-x^2y+xy^2$
c. $z=\dfrac{x}{y}-2xy^2$	d. $z=xye^{xy}$

e. $z = -\frac{y}{x-1}$	f. $h(x,y) = \sqrt[3]{y}(1-x)$

2. En los ejercicios evalúe las derivadas parciales indicadas.

a. $f(x,y) = x^2 - xy^2 + y^3$; $f_y(2,-7)$	b. $z = -(y+2)^2 - x\ln(y^2+1) + 7$; $f_y(2,0)$
c. $z = ye^{3x} + \frac{x}{y}$; $f_y(0,1)$	d. $z = \frac{x}{y} - 2xy^2$; $f_x(-1,2)$
e. $f(x,y) = xye^{xy}$; $f_x(2,1)$; $f_y(2,1)$	f. $g(x,y) = x\sqrt{3x+y^2}$; $f_y(1,-1)$

Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

SEMANA N° 14

SESIÓN N° 40:
TEMA : Pendientes de Recta Tangente.

1. Determinar las pendientes de las siguientes funciones de varias variables:

   a. Suponga que:
   $$z = 4x^3y^4$$
   - Determine la pendiente de la recta tangente en: $(1, -1, 4)$ en el plano $x = 1$.
   - Determine la pendiente de la recta tangente en: $(1, -1, 4)$ en el plano $y = -1$.

   b. Suponga que:
   $$f(x, y) = \frac{18xy}{x + y}$$
   - Determine las ecuaciones paramétricas para la recta tangente en $(-1, 4, -24)$ en el plano $x = -1$.
   - Encuentre ecuaciones simétricas para la recta tangente en $(-1, 4, -24)$ en el plano $y = 4$.

   c. Suponga que:
   $$z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$$
   - ¿A qué tasa está cambiando z con respecto a x en el plano y=2 en el punto (2, 2, 1)?
   - ¿A qué tasa está cambiando z con respecto a y en el plano $x = \sqrt{2}$ en el punto $(\sqrt{2}, \sqrt{3}, 2)$?

SESIÓN N° 41:
TEMA : Repaso de Derivadas Multivariable – Práctica Calificada 04.

SESIÓN N° 42:
TEMA : Derivadas Parciales de Orden Superior y Mixtas.

1. Encuentre la derivada parcial indicada.

a. $z = e^{xy}$; $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$; $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$	b. $f(x, y) = 5x^2y^2 - 2xy^3$; $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$; $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$
c. $w = u^2v^3t^3$; $\frac{\partial^2 w}{\partial u^2}$; $\frac{\partial^2 w}{\partial v^2}$; $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$	d. $F(r, \theta) = e^{r^2}\cos\theta$; $\frac{\partial^3 F}{\partial r^3}$; $\frac{\partial^3 F}{\partial \theta^3}$

2. Verificar que las derivadas parciales indicadas son iguales.

a. $z = x^6 - 5x^4y^3 + 4xy^2$; $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$	b. $W = (u^2 + v^2 + t)^2$; W_{uvt} ; W_{tvu} ; W_{vut}

3. Calcule y evalúe la derivada parcial indicada.

a. $f(x, y) = x^2$; $f_{yx}(2,1)$	b. $z = y(x + 2)^2$; $z_{yy}(2,1)$
c. $z = ye^{3y} + \frac{x}{y}$; $f_{yx}(-1,1)$	d. $z = \frac{x\ln(y^3-1)}{y+1} - 2xy^2$; $f_{xx}(1,2)$
e. $f(x, y) = xe^{-y}$; $f_{yx}(2,1)$; $f_{xy}(2,1)$	f. $g(x, y, z) = xyz^2 - x^2yz$; ; $g_{zz}(1,2,0)$

Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

SEMANA N° 15

SESIÓN N° 43:
TEMA : Regla de Cadena.

1. En los problemas siguientes, encuentre la derivada parcial indicada, aplicando la regla de la cadena.

a.	$z = x^2y^3,\ x = s\cos t,\ y = s\,sent;\quad \dfrac{\partial z}{\partial s}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial t}$
b.	$z = x^2\cos 4y,\ x = u^2v^3,\ y = u^3+v^3;\quad \dfrac{\partial z}{\partial u}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial v}$
c.	$w = \tan^{-1}\sqrt{uv},\ \ u = r^2 - s^2,\ \ v = r^2s^2;\quad \dfrac{\partial w}{\partial r}$ y $\dfrac{\partial w}{\partial s}$
d.	$R = rs^2t^4,\ \ r = ue^{v^2},\ \ s = ve^{-u^2},\ t = e^{u^2v^2};\quad \dfrac{\partial R}{\partial u}$ y $\dfrac{\partial r}{\partial v}$
e.	$Q = \ln(pqr),\ \ p = t^2sen^{-1}x,\ \ q = \dfrac{x}{t^2},\ r = \tan^{-1}\dfrac{x}{t}\ ;\quad \dfrac{\partial Q}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial Q}{\partial t}$
f.	$w = \sqrt{x^2+y^2},\ \ x = \ln(rs+tu),\ \ y = \dfrac{t}{u}\cosh rs\ ;\quad \dfrac{\partial w}{\partial t}, \dfrac{\partial w}{\partial r}$ y $\dfrac{\partial w}{\partial u}$

2. En los problemas siguientes, mediante un diagrama de árbol, escriba la regla de la cadena para el caso dado. Suponga que todas las funciones son derivables.

a.	$u = f(x,y)\ \ , donde\ \ x = x(r,s,t)\ \ ; y = y(r,s,t)$
b.	$R = f(x,y,z,t)\ \ , donde\ x = x(u,v,w)\ ;\ y = y(u,v,w)\ ; z = z(u,v,w)\ ; t = t(u,v,w)$

3. En los problemas siguientes, use la regla de la cadena para calcular las derivadas parciales que se indican.

a.	$T = \dfrac{v}{2u+v}\ ,\quad u = pq\sqrt{r}\ ,\ v = p\sqrt{qr}$ $\dfrac{\partial T}{\partial p}, \dfrac{\partial T}{\partial q}$ y $\dfrac{\partial T}{\partial r}$ donde: $p = 2,\ q = 1,\ r = 4$
b.	$\dfrac{\partial w}{\partial r}$ y $\dfrac{\partial w}{\partial \theta}$ donde: $r = 2,\ \theta = \pi/2$ $w = xy + yz + zx,\quad x = r\cos\theta\ ,\ y = rsen\theta,\ \ z = r\theta$
c.	$P = \sqrt{u^2+v^2+w^2},\quad u = ex^y\ ,\ v = ye^x,\ \ w = e^{xy}$ $\dfrac{\partial P}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial P}{\partial y}$ donde: $x = 0,\ y = 2$
d.	$u = xe^{ty},\quad x = \alpha^2\beta\ ,\ y = \beta^2\gamma,\ \ t = y^2\alpha$ $\dfrac{\partial u}{\partial \alpha}\ , \dfrac{\partial u}{\partial \beta}$ y $\dfrac{\partial u}{\partial \gamma}$ donde: $\alpha = -1,\ \beta = 2,\ \gamma = 1$

SESIÓN N° 44:
TEMA : Derivadas Parciales con 3 variables.

1. Obtenga las derivadas parciales de primer orden de las siguientes funciones.

a.	$f(x,y,z)=\sqrt{x^2-y^2+z^2}$
b.	$f(x,y,z)=x^2y+y^2z+z^2x$
c.	$f(x,y,z)=\left(x^y\right)^z+\left(x^z\right)^y+\left(y^z\right)^x+\left(y^x\right)^z+\left(z^y\right)^x+\left(z^x\right)^y$
d.	$f(x,y)=arcsen\left(\frac{y}{x}\right)-\arccos\left(\frac{x}{y}\right)$
e.	$f(x,y,z)=\ln\left(e^{x^2y^2z^2}e^{xyz}\right)-e^{\sqrt{2\ln 4}}$
f.	$f(x,y)=\sqrt[3]{sen\left(\frac{xyz}{y^2z^{-1}}\right)}$

2. En los siguientes ejercicios determina las derivadas parciales para la función en el punto indicado.

a.	$f(x,y)=xe^y+3y$, evalúe en el punto (1,0).
b.	$f(x,y)=\sqrt{2x+3y}$, evalúe en el punto (2,4).
c.	$f(x,y)=sen(y-x)$, evalúe en el punto (3,3).
d.	$f(x,y)=x^2-xy+2y^2$, evalúe en el punto (0,1).
e.	$f(x,y)=e^{sen\left(y/x\right)}$, evalúe en el punto (1,1).
f.	$f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$, evalúe en el punto (2,-1).

SESIÓN N° 45:
TEMA : Extremos de funciones multivariables.

1. Halla los extremos relativos e identifíquelos, para cada una de las funciones:

a.	$f(x,y)=x^3-2y^2-2y^4+3x^2y$	b.	$f(x,y)=\frac{8}{x}+\frac{x}{y}+y$
c.	$f(x,y)=x^3y^2(6-x-y)$	d.	$f(x,y)=e^{x-y}(x^2-2y^2)$
e.	$f(x,y)=3xy-x^2y-xy^2$	f.	$f(x,y)=\frac{-4x}{x^2+y^2+1}$

2. Calcule los valores máximos y mínimos absolutos de $f(x,y)$ sobre el conjunto D.

a.	$f(x,y)=5-3x+4y$, D es una región triangular cerrada, con vértices (0,0); (4,0) y (4,5).
b.	$f(x,y)=x^2+2xy+3y^2$, D es una región triangular cerrada, con vértices (-1,1); (2,1) y (-1,-2).

3. Halla en las funciones todos los puntos críticos, si poseen:

a.	$f(x,y) = \ln[2 + \operatorname{sen}(xy)]$
b.	$g(x,y) = x^2 + y^2 + 3xy + 10$
c.	$h(x,y) = x^5y + xy^5 + xy$

4. Determina, si existen, los extremos de las siguientes funciones e indica qué tipo de extremo es:

a.	$f(x,y) = x^3 + y^2 - 3xy + y - 5$
b.	$f(p,q) = pq - \frac{1}{p} - \frac{1}{q}$
c.	$f(x,y) = e^{x+y}$
d.	$f(x,y) = 4xe^{3y}$

Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

SEMANA N° 16

SESIÓN N° 46:
TEMA : Método de mínimos cuadrados.

1. Encuentre la recta de mínimos cuadrados para los datos que se indican.

a.	$(2,1), (3,2), (4,3), (5,2)$
b.	$(0,-1), (1,3), (2,5), (3,7)$
c.	$(1,1), (2,1.5), (3,3), (4,4.5), (5,5)$
d.	$(0,0), (2,1.5), (3,3), (4,4.5), (5,5)$
e.	$(0,2), (1,3), (2,5), (3,5), (4,9), (5,8), (6,10)$
f.	$(1,2), (2,2.5), (3,1), (4,1.5), (5,2), (6,3.2), (7,5)$

2. En un experimento se encontró la correspondencia dada en la tabla para la temperatura T (en °C) y la viscosidad cinemática v (en centistokes) de un aceite con cierto aditivo. Encuentre la recta de mínimos cuadrados $v = mT + b$. Utilícela para estimar la viscosidad del aceite en T=140 y T=160.

T	20	40	60	80	100	120
v	220	200	180	170	150	135

3. En un experimento se encontró la correspondencia que se da en la tabla entre la temperatura T (en °C) y la resistencia eléctrica R (en miliohms). Determine la recta de mínimos cuadrados $R = mT + b$. Emplee esta recta para estimar la resistencia en T=700.

T	400	450	500	550	600	650
R	0.47	0.90	2.0	3.7	7.5	15

SESIÓN N° 47:
TEMA : Multiplicadores de Lagrange.

1. Utilice los multiplicadores de Lagrange para encontrar los extremos condicionados de las siguientes funciones con sus respectivas restricciones.

a.	$f(x,y) = 4x^2 + 2y^2 + 5$, con la restricción: $x^2 + y^2 = 24$
b.	$f(x,y) = 4xy$, con la restricción: $x^2 + y^2 = 24$
c.	$f(x,y,z) = x - 2y + 2z$, con la restricción: $x^2 + y^2 + z^2 = 9$
d.	$f(x,y,z) = xyz$, con la restricción: $x + y + z = 5 \quad \wedge \quad xy + yz + zx = 8$
e.	$f(x,y) = \cos^2 x + \cos^2 y$, con la restricción: $y - x = \frac{\pi}{4}$
f.	$f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, con la restricción: $2x + 4y = 15$

2. ¿Cuál es el área máxima que puede tener un rectángulo si la longitud de su diagonal es 4?

3. ¿Cuáles son los valores máximos y mínimos que puede tener una la función $f(x,y) = x^2 + 2y^2$, sobre el círculo $x^2 + y^2 = 1$?

4. Determine las dimensiones de un cilindro circular recto con **volumen máximo** si el área de su superficie es de 24π (unidades de longitud cuadradas).

5. Se desea fabricar una caja de cartón donde el material de los lados y la tapa es de Bs 1/metro cuadrado y el costo del material del fondo es de Bs 3/ metro cuadrado. Determine las dimensiones que debe tener la caja para que su volumen sea de 2 metros cúbicos y su costo sea mínimo.

6. El material para el fondo de una caja rectangular cuesta el triple por metro cuadrado que el material para los lados y la tapa. Determine la máxima capacidad (volumen) que la caja puede tener si la cantidad total de dinero a gastar es de 6 bolívares y el material del fondo cuesta Bs 0.90/metro cuadrado.

7. Determine las dimensiones de una caja rectangular con la capacidad máxima, es decir con el máximo volumen, si el área de la superficie total será 64 cm. cuadrados.

SESIÓN N° 48:
TEMA : Prueba de Desarrollo 04.

Referencias bibliográficas

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

Referencias bibliográficas

Básica

- Larson, R. y Edwards, B.H. (2014). Cálculo (10ª ed.). México: CENGAGE Learning. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2017 – V1
- Zill, D.G y Wrigth, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

Complementaria

- Antón (2009). Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas (2ª ed.). México: Limusa.
- Leithold (2013). El cálculo (33 reimpresión). México: Editorial Oxford Harla. Código de la biblioteca UC: 515.1 L42
- Zill, D.G y Wright, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas (4ª ed.). dición. China: Mc Graw Hill. Código de la biblioteca UC: 515 / Z77

Recursos Digitales

- http://personales.unican.es/gonzaleof/Ciencias_1/LimiContiC1.pdf
- http://sauce.pntic.mec.es/~jpeo0002/Archivos/PDF/T09.pdf
- https://www.google.com.pe/?gws_rd=ssl#q=limites+de+una+funcion&tbm=vid
- https://www.google.com.pe/?gws_rd=ssl#tbm=vid&q=derivada+de+una+funcion
- http://www.ciens.ula.ve/matematica/publicaciones/guias/servicio_docente/2009/texto21/derivada_marzo2009.pdf
- http://cipri.info/resources/MCS2_T05-DERIVADAS_APLICACIONES.pdf
- http://cipri.info/resources/MCS2_T05-DERIVADAS_APLICACIONES.pdf
- http://dme.ufro.cl/clinicamatematica/images/Libros/Calculo/Leithold%20-%20El%20Calculo%20-%20espa%C3%B1ol%20-%207a.Ed..pdf
- http://edumatth.weebly.com/caacutelculo-multivariado.html
- http://mat.izt.uam.mx/mat/documentos/notas%20de%20clase/partei.pdf
- http://www.youtube.com/watch?v=P8QHsN-dS1s
- http://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/Libros/SUPERIOR/WMora-ITCR-CalculoVariasVariables.pdf