Vive tu propósito

CÁLCULO I

GUÍA DE TRABAJO

VISIÓN

Ser una de las 10 mejores universidades privadas del Perú al año 2020, reconocidos por nuestra excelencia académica y vocación de servicio, líderes en formación integral, con perspectiva global; promoviendo la competitividad del país.

MISIÓN

Somos una universidad privada innovadora y comprometida con el desarrollo del Perú, que se dedica a formar personas competentes, integras y emprendedoras, con visión internacional, para que se conviertan en ciudadanos responsables e impulsen el desarrollo de sus comunidades, impartiendo experiencias de aprendizaje vivificantes e inspiradores; y generando una alta valoración mutua entre todos los grupos de interés.

Universidad Continental
Material publicado con fines de estudio
Código: UC0065
2016

PRESENTACIÓN

Al presentar este trabajo "Guías de Prácticas", se hace con el sano propósito de contribuir decididamente en el proceso del aprendizaje de la asignatura de Cálculo I.

Esta recopilación de ejercicios está destinada para los alumnos del segundo semestre de la Universidad Continental, cada ejercicios está seleccionado, permitiendo preparar y capacitar debidamente al estudiante para seguir sus estudios superiores.

La formación básica de los estudios impartidos en la universidad, en el área de Ciencias y Formación General, son muy importantes y la asignatura de Cálculo I juega un rol fundamental, debido a los avances de los temas que comprende esta materia y que están relacionados a las especialidades que brinda la Universidad.

Es así como estás guías de prácticas se han dividido en cuatro unidades y que son:
Unidad I: Límites de una Función
Unidad II: La Derivada
Unidad III: Aplicaciones de las Derivadas
Unidad IV: Derivadas de Funciones Parciales

Por último quisiéramos agradecer a los colegas que han hecho posible esta recopilación de ejercicios

Los recopiladores

ÍNDICE

Pág.

UNIDAD I

Límites de Funciones

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad el estudiante será capaz de resolver ejercicios y problemas matemáticos utilizando la definición y propiedades de los límites de una función de variable real.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 01
TEMA N° 01: Límites de una función de variable real. Propiedades de los límites.

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de límites de una función real.

I. Bloque

A. Dado: $\lim_{x\to 2} f(x) = 4 \quad \lim_{x\to 2} g(x) = -2 \quad \lim_{x\to 2} h(x) = 0$

Encuentre los límites dados:

1. $\lim_{x\to 2} [f(x) + 5g(x)]$	2. $\lim_{x\to 2} [g(x)]^3$
3. $\lim_{x\to 2} \sqrt{f(x)}$	4. $\lim_{x\to 2} \dfrac{3f(x)}{g(x)}$
5. $\lim_{x\to 2} \dfrac{g(x)}{h(x)}$	6. $\lim_{x\to 2} \dfrac{g(x)h(x)}{f(x)}$

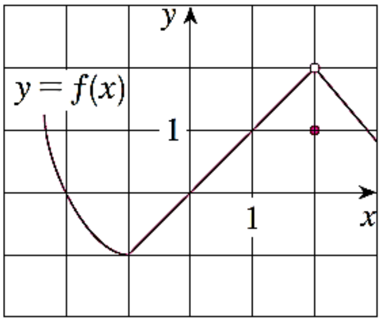
II. Bloque

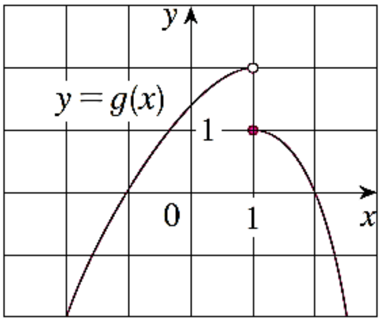
A. Suponga que: $\lim_{x\to a} f(x) = 4 \; y \; \lim_{x\to a} g(x) = 2$ Encuentre el límite dado.

1. $\lim_{x\to a} [5f(x) + 6g(x)]$	2. $\lim_{x\to a} [f(x)]^3$
3. $\lim_{x\to a} \dfrac{1}{g(x)}$	4. $\lim_{x\to a} \sqrt{\dfrac{f(x)}{g(x)}}$
5. $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{f(x) - 2g(x)}$	6. $\lim_{x\to a} \dfrac{[f(x)]^2 - 4[g(x)]^2}{f(x) - 2g(x)}$
7. $\lim_{x\to a} xf(x)g(x)$	8. $\lim_{x\to a} \dfrac{6x + 3}{xf(x) + g(x)}, \; a \neq -\frac{1}{2}$

III. Bloque

A. Las gráficas de f y g están dadas. Utilícelas para evaluar cada límite si es que existe.





1. $\lim\limits_{x\to 2} [f(x) + g(x)]$	2. $\lim\limits_{x\to 1} [f(x) + g(x)]$
3. $\lim\limits_{x\to 0} [f(x)g(x)]$	4. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{f(x)}{g(x)}$
5. $\lim\limits_{x\to 2} [x^3 f(x)]$	6. $\lim\limits_{x\to 1} \sqrt{3 + f(x)}$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 02
TEMA N° 02: Límites indeterminados: Límites de la forma 0/0

Sección : ....
Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....
Nombres : ....
Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de límites de una función real.

I. Bloque

A. Encuentre el límite dado, o concluya que no existe.

1. $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{x^2-6x}{x^2-7x+6}$	2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(3x-4)^{40}}{(x^2-2)^{36}}$
3. $\lim\limits_{t\to 1}\dfrac{\sqrt{t}}{t^2+t-2}$	4. $\lim\limits_{y\to -5}\dfrac{y^2-25}{y+5}$
5. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x-1}$	6. $\lim\limits_{x\to 10}\dfrac{(x-2)(x+5)}{(x-8)}$
7. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3+3x^2-10x}{x-2}$	8. $\lim\limits_{t\to 1}\dfrac{t^3-2t+1}{t^3+t^2-2}$
9. $\lim\limits_{t\to -1}\dfrac{t^3+1}{t^2-1}$	10. $\lim\limits_{x\to 1.5}\dfrac{2x^2+3x-9}{x-1.5}$

II. Bloque

A. Encuentre el límite dado, o concluya que no existe.

1. $\lim\limits_{h\to 4}\sqrt{\dfrac{h}{h+5}\left(\dfrac{h^2-16}{h-4}\right)^2}$	2. $\lim\limits_{x\to 0^-}\sqrt[5]{\dfrac{x^3-64x}{x^2+2x}}$
3. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(8+h)^2-64}{h}$	4. $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h}[(1+h)^3-1]$
5. $\lim\limits_{x\to 2}\left[\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{6}{x^2+2x-8}\right]$	6. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{(x+2)(x^5-1)^3}{(\sqrt{x}+4)^2}$
7. $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{x^2+3x-1}{x}+\dfrac{1}{x}\right]$	8. $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{(x+3)^2}{\sqrt{x-3}}$

III. Bloque

B. Encuentre el límite dado, o concluya que no existe.

1. $\lim\limits_{h \to 0} \frac{1}{h}\left(\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}\right)$	2. $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \quad (x > 0)$
3. $\lim\limits_{t \to 1} \frac{\sqrt{t} - 1}{t - 1}$	4. $\lim\limits_{v \to 0} \frac{\sqrt{25+v} - 5}{\sqrt{1+v} - 1}$
5. $\lim\limits_{u \to 5} \frac{\sqrt{u+4} - 3}{u - 5}$	6. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{4 - \sqrt{x+15}}{x^2 - 1}$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 03
TEMA N° 03: Límites Indeterminados: Límites de la forma ∞/∞

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de límites de una función real.

I. Bloque

1.1 Calcular el limite $$\lim_{x\to\infty}\frac{3x+7}{5x^2+x-9}$$	**1.2** Calcular el límite: $$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+4x^2+7x-1}{4x^3+8x^2-x-4}$$	**1.3** Calcular $$\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2-x+8}{4x^2+5x-7}$$
1.4 Calcular el límite: $$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^4+x^3+x^2-8}{5x-9}$$	**1.5** Calcular: $$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-5x-11}{3x^3+5x^2-11x-13}$$	**1.6** Calcular el límite. $$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+5x^2-x+1}{5x^2+5x-3}$$
1.7 Hallar el: $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$$	**1.8** Calcular: $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-3}}{\sqrt[3]{x^3+1}}$$	**1.9** Hallar el $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x^2-3x}}{2x+6}$$
1.10 Hallar el: $$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2-3x}}{2x+6}$$	**1.11** Calcular $$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$$	**1.12** Hallar el: $$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$$

II. Bloque

2.1 Resolver: $$\lim_{x\to\infty}\frac{2x+3}{x+\sqrt[3]{x}}$$	**2.2** Resolver: $$\lim_{x\to\infty}\frac{(2x-3)(3x+5)(4x-6)}{3x^3+x-1}.$$	**2.3** Resolver: $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{3x+1}-\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[4]{x^2+1}}$$
2.4 Resolver: $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{x^2+1}}{x-2}$$	**2.5** Resolver: $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}-3\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+5x}-x}$$	**2.6** Resolver $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}$$

2.7 Calcular. $$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt[5]{x^3+3x}}{\sqrt{x^2+2}}$$	**2.8** Hallar el: $$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+3x-1}{\sqrt{x^6-2x}}$$	*2.9* Calcular: $$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt[3]{2x^5-1}}{\sqrt{x^4+2}}$$

III. Bloque

3.1 calcular $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}$$	**3.2** Hallar el $$\lim_{x\to\infty}\frac{\ln\sqrt[5]{x^3-2x+7}}{\ln x^2}.$$	**3.3** Calcular: $$\lim_{x\to-\infty}\frac{2x^3+2x^2+5x+7}{\sqrt[3]{x^5+x^2+1}}$$
3.4. Calcular $$\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left\|\,\left\|x+4\right\|-2\right\|}{3-\left\|x\right\|}$$	**3.5**. Hallar el $$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[5]{x}}$$	**3.6**. Calcular $$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^{5/3}-x^{1/3}+7}{x^{8/5}+3x+\sqrt{x}}$$

3.7.

Considere la función: $h(x)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}-x} & \text{si } x\le -1;\\[2ex] \dfrac{\sqrt{x+5}-2}{x+1} & \text{si } x>-1.\end{cases}$

a. Calcule el $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$.

b. ¿Existe $\lim\limits_{x\to-1} h(x)$? Justifique su respuesta.

3.7.

Considere la función $g(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x^2-3x} & \text{si } x\le -8;\\[1ex] \dfrac{(x+3)\,|x+2|}{x+2} & \text{si } -8<x<-2;\\[1ex] \sqrt{9-x^2} & \text{si } x\ge -2.\end{cases}$

a. Calcule $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

b. ¿Existe el $\lim\limits_{x\to-2} g(x)$? Justifique su respuesta.

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 04
TEMA N° 04: Límites Trigonométricos

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de límites de una función real.

I. Bloque

1.4 Calcular el limite $$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen}3x}{\operatorname{sen}5x}.$$	**1.5** Calcular el límite: $$\lim_{x\to 0}\frac{tg\,(2x)}{sen\,(5x)}$$	**1.6** Calcular $$\lim_{x\to 0}\frac{1}{sen\,x}-\frac{1}{tg\,x}$$
1.4 Calcular el límite: $$\lim_{x\to 2}\frac{\operatorname{sen}(x-2)}{(3x-6)}$$	**1.5** Calcular: $$\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\operatorname{sen}x}{x^3}$$	**1.6** Calcular el límite. $$\lim_{x\to 0^+}\sqrt{x}.sen\left(\frac{1}{x}\right)$$
1.7 Hallar el: $$\lim_{x\to 1}\frac{\operatorname{sen}(1-x)}{\sqrt{x}-1}$$	**1.8** Calcular: $$\lim_{x\to 0}\frac{x\ \operatorname{sen}x}{1-\cos x}$$	**1.9** Hallar el $$\lim_{x\to 0}\frac{x-\operatorname{sen}3x}{x+\operatorname{sen}2x}.$$
1.10 Hallar el: $$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^3 x}{\operatorname{sen}^2 x}$$	**1.11** Calcular $$\lim_{x\to a}\frac{sen\,x-sen\,a}{x-a}$$	**1.12** Hallar el: $$\lim_{x\to 0}\frac{3x+sen\,2x}{x}$$

II. Bloque

2.1 Resolver: $$\lim_{x\to 0}\frac{1-2x^2-2\cos x+\cos^2 x}{x^2}$$	**2.2** Resolver: $$\lim_{x\to 0}\frac{cos\,(2x)-cos\,(5x)}{x^2}$$	**2.3** Resolver: $$\lim_{x\to 0}\frac{3x-arcsen\,x}{3x+arctg\,x}$$
2.4 Resolver: $$\lim_{x\to 0}\frac{2x-3senx}{x+5senx}$$	**2.5** Resolver: $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1+cos\,x}}{sen^2\,x}$$	**2.6** Resolver $$\lim_{x\to 1}\frac{\tan(x-1)}{x^3+x-2}$$

2.7 Calcular.	**2.8** Hallar el:	*2.9* Calcular:
$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+tg\,x}-\sqrt{1-tg\,x}}{tg\,(2x)}$	$\lim_{x\to 0} \frac{tgx-\operatorname{sen} x}{x^3}$	$\lim_{x\to 0} \frac{sen^2(sen\,7x)}{1-\cos(sen\,5x)}$

III. Bloque

3.1 calcular	**3.2** Hallar el	**3.3** Calcular:
$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x-\tan x}{x^2}$	$\lim_{x\to -2} \frac{\tan(\pi x)}{x+2}.$	$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+sen\,x}-\sqrt{1-tg\,x}}{sen\,(2x)}$
3.4. Calcular	**3.5**. Hallar el	**3.6**. Calcular
$\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2}-x\right) tg\,x$	$\lim_{x\to \frac{\pi}{3}} \frac{\operatorname{sen}(x-\frac{\pi}{3})}{1-2cos\,x}$	$\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\cos^2(x))}{1-\sin(x)}$

3.7. Hallar los valores del parámetro k para los cuales existe $\lim_{x\to 0} f(x)$ si:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt[3]{x+1}-1}{\sqrt{x+1}-1} & \text{si } x<0 \\ \\ \dfrac{1-\cos(k\cdot x)}{x^2} & \text{si } x>0 \end{cases}$$

3.8. Calcular el valor del límite

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{\left(x-\frac{\pi}{4}\right)^2}{(\tan x-1)^2}$$

3.9. Calcular el siguiente límite.

$$\lim_{x\to \pi} \frac{\tan(1+\cos x)}{\cos(\tan x)-1}$$

3.10. Calcular:

$$\lim_{x\to 1} \frac{sen\,(3\pi x)+\cos(\pi x)+1}{x^2-1}$$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

UNIDAD II

La Derivada

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad el estudiante será capaz de resolver ejercicios y problemas de cálculo diferencial, utilizando propiedades de la derivada, en las diversas funciones de variable real.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 05
TEMA N° 05: La Derivada de una función y sus Reglas Básicas

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de una función.

I. Bloque

A. Use la definición para encontrar la derivada

1. $f(x) = -3x + 5$	2. $f(x) = \frac{2}{x+1}$
3. $f(x) = \sqrt{2x + 1}$	

B. Encuentre una ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el valor dado.

4. $f(x) = 4x^2 + 7x; x = -1$	5. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - 4; x = 4$

C. Encuentre $f'(x)$, simplifique.

6. $f(x) = x^3(4x^2 - 5x - 6)$	7. $f(x) = \frac{2x^5+3x^4-x^3+2}{x^2}$

D. Encuentre la segunda derivada de la función dada.

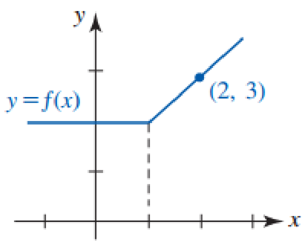
8. $y = -x^2 + 3x - 7$	9. $f(x) = 15x^2 - 24\sqrt{x}$

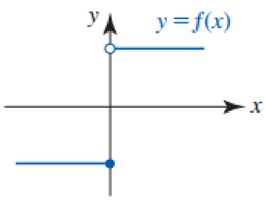
E. Encuentre $f'(x)$, simplifique.

10. $y = (x^2 - 7)(x^3 + 4x + 2$	11. $y = \frac{3x+1}{2x-5}$

II. Bloque

1. En los siguientes problemas, trace la gráfica de f' a partir de la gráfica de f.





2. Encuentre la derivada de orden que se indica $y = 4x^6 + x^5 - x^3$; d^5y/dx^5

3. Encuentre el punto o los puntos de la función dada donde la recta tangente tiene pendiente indicada.

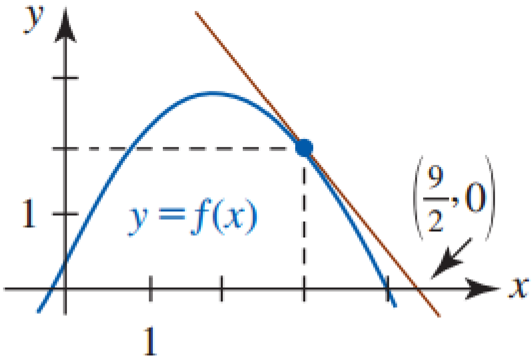
$y = \frac{x+3}{x+1}, m = \frac{1}{8}$	$y = (x+1)(2x+5); m = -3$

4. En los siguientes ejercicios, calcular las derivadas laterales en x=1 (si existe). ¿Es derivable la función en x=1?

$f(x) = \lvert x-1 \rvert$	$f(x) = \sqrt{1-x^2}$
$f(x) = \begin{cases} (x-1)^3, & x \le 1 \\ (x-1)^2, & x > 1 \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} x, & x \le 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$

III. Bloque

1. Encuentre una ecuación de la resta tangente mostrada en rojo en la figura ¿cuál es el valor de $f'(3)$? ¿cuál es la intersección con el eje y de la resta tangente?



2. Una recta de pendiente m pasa por el punto (0,4) y tiene ecuación $y = mx + 4$. Escribir la distancia d que hay entre la recta y el punto (3,1) como función de m.

3. Encuentre los valores de a y b tales que la pendiente de la tangente a la gráfica de $y = ax^2 + bx$ en (1,4) sea -5.

4. Encuentre la abscisa de todos los puntos de la gráfica de $y = x^3 + 2x^2 - 4x + 5$ en los que la recta tangente es (a) horizontal (b) paralela a la recta $2y + 8x - 5 = 0$

5. Encuentre $\frac{dy}{dx}$ en $y = (8x+1)(x^2+4x+7)(x^3-5)$

6. Dos atletas se disponen a correr los 100 metros planos. las distancias $s_1(t)$ y $s_2(t)$ que cada uno de ellos recorre a los t segundos está dada por $s_1(t) = \frac{1}{5}t^2 + 8t$ y $s_2(t) = \frac{1100t}{(t+100)}$ para t≥0 determine cuál de los corredores es (a) el más rápido en la salida; (b) el que gana la carrera.

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

Asignatura: Cálculo I

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 06
TEMA N° 06: Derivada de Funciones compuestas. Regla de la Cadena

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de una función.

I. Bloque

A. En los siguientes ejercicios encuentre $\frac{dy}{dx}$

1. $y = (2x^2 + x)^{200}$	2. $y = \left(x - \frac{1}{x^2}\right)^5$
3. $y = \frac{1}{(x^3 - 2x^2 + 7)^4}$	4. $y = \frac{10}{\sqrt{x^2 - 4x + 1}}$
5. $y = (3x - 1)^4(-2x + 9)^5$	6. $y = x^4(x^2 + 1)^6$
7. $y = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$	8. $y = \frac{3x - 4}{(5x + 2)^3}$
9. $f(x) = (1 + (1 + (1 + x^3)^4)^5)^6$	10. $f(x) = \left[x^2 - \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-4}\right]^2$

II. Bloque

A. Encuentre una ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función dada en el valor indicado de x.

1. $y = \left(\frac{x}{x + 1}\right)^2; \quad x = -\frac{1}{2}$	2. $y = x^2(x - 1)^3; \quad x = 2$
3. $y = (-1 + \cos 4x)^3; \quad x = \pi/8$	4. $y = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6x}\right)\cos(\pi x^2); \quad x = \frac{1}{2}$

B. Encuentre la derivada indicada:

1. $f(x) = \operatorname{sen} \pi x; \quad f'''(x)$	2. $y = \cos(2x + 1); \quad d^5y/dx^5$
3. $y = x \operatorname{sen} 5x; \quad d^3y/dx^3$	4. $f(x) = \cos x^2; \quad f''(x)$

III. Bloque

1. Sea $y = (x^4 - 3x^2 + 1)^{10}$. Encuentre dy/dx y úsela para estimar el incremento para estimar el incremento de y cuando x varia de 1 a 1.01.
2. Sea $w = z^3(z - 1)^5$. Halle dw/dt y úsela para estimar el incremento de w cuando z varía de 2 a 1.98.

3. Sean $v = F(u)$ y $v = G(t)$. (a) exprese la fórmula de la Regla de la Cadena para dv/dt para $v = (u^4 + 2u^2 + 1)^3$ y $u = 4t^2$.
4. El volumen de un globo esférico de radio r es $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. El radio es una función del tiempo t y aumenta a razón constante de 5 $pulg/min$. ¿Cuál es la razón de cambio instantánea de V con respecto a r?
5. Sea $f(t) = g(h(t))$. Suponiendo que $f(4) = 3$, $g(4) = 3$, $h(4) = 4$, $f'(4) = 2$ y $g'(4) = -5$, evalue $h'(4)$.
6. Sean $z = k(y), y = f(u) y\, u = g(x)$. Demuestre que según hipótesis restrictivas adecuadas.

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy}\frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$$

Generalmente este resultado a un número arbitrario de funciones.

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 07
TEMA N° 07: Derivada de Funciones Trigonométricas

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de una función.

I. Bloque

A. En los problemas, encuentre: $\dfrac{dy}{dx}$

1. $y = (x^3 - 2)\tan x$	2. $y = 1 + 7\operatorname{sen} x - \tan x$
3. $y = (4\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x})\cos x$	4. $y = (x^2 + \operatorname{sen} x)\sec x$
5. $y = x^3\cos x - x^3\operatorname{sen} x$	6. $y = (\sec x + \tan x)(\sec x - \tan x)$
7. $f(x) = \dfrac{\cot x}{x + 1}$	8. $f(x) = \dfrac{x^2 - 6x}{1 + \cos x}$
9. $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x}$	10. $f(x) = \dfrac{1 + \csc x}{1 + \sec x}$
11. $f(x) = \dfrac{1 + \operatorname{sen} x}{x\cos x}$	12. $f(x) = x^4\operatorname{sen} x\tan x$
13. $f(x) = x^3\cos x^3$	14. $f(x) = (2 + x\operatorname{sen} 3x)^{10}$
15. $f(x) = \operatorname{sen}^2 2x\cos^3 3x$	16. $f(x) = \csc^2 2x - \csc 2x^2$
17. $y = x^2\operatorname{sen}^4 x + x\cos^{-2} x$	18. $y = 4\operatorname{sen}\left(\sqrt{1 + \sqrt{t}}\right)$
19. $y = \left(1 + \tan^4\left(\dfrac{t}{12}\right)\right)^3$	20. $f(x) = \dfrac{(1 - \cos 4x)^2}{(1 + \operatorname{sen} 5x)^3}$
21. $f(x) = \cos\left(\operatorname{sen}\sqrt{2x + 5}\right)$	22. $f(x) = \sec(\tan^2 x^4)$
23. $y = (1 + \cot(t/2))^{-2}$	24. $y = \cos\left(5\operatorname{sen}\left(\dfrac{t}{3}\right)\right)$

II. Bloque

B. En los problemas 25-30, encuentre una ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función dada en el valor indicado de x.

25. $y = \operatorname{sen} 3x + 4x \cos 5x; \quad x = \pi$	26. $y = 50x - \tan^3 2x; \quad x = \pi/6$
27. $y = \tan 3x; \quad x = \pi/4$	28. $y = (-1 + \cos 4x)^3; \quad x = \pi/8$
29. $y = x^2 \operatorname{sen}^4 x + x \cos^{-2} x$	30. $y = 4 \operatorname{sen}\left(\sqrt{1 + \sqrt{t}}\right)$
En los problemas 31 y 32, encuentre una ecuación de la recta normal a la gráfica de la función dada en el valor indicado de *x*.	
31. $y = \operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{6x}\right)\cos(\pi x^2); \quad x = \dfrac{1}{2}$	32. $y = \operatorname{sen}^3 \dfrac{x}{3}; \quad x = \pi$
En los problemas 33-36, encuentre la derivada indicada.	
33. $f(x) = \operatorname{sen} \pi x; \quad f'''(x)$	34. $y = \cos(2x + 1); \quad d^5y/dx^5$
35. $y = x \operatorname{sen} 5x; \quad d^3y/dx^3$	36. $f(x) = \cos x^2; \quad f''(x)$

III. Bloque

37.

Como se muestra en la FIGURA un joven jala un trineo donde va sentada su hermana. Si el peso total del trineo y la chica es de 70 lb, y si el coeficiente de fricción de suelo cubierto por nieve es 0.2, entonces la magnitud F de la fuerza (medida en libras) necesaria para mover el trineo es

$$F = \frac{70(0.2)}{0.2 \operatorname{sen} \theta + \cos \theta},$$

donde θ es el ángulo que la cuerda forma con la horizontal.

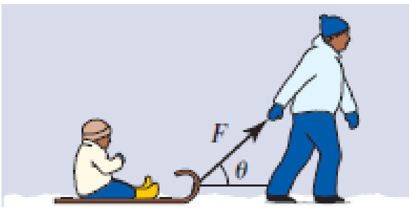
a) Use una calculadora o un SAC para obtener la gráfica de F sobre el intervalo $[-1, 1]$.

b) Encuentre la derivada $dF/d\theta$.

c) Encuentre el ángulo (en radianes) para el que $dF/d\theta = 0$.

d) Encuentre el valor de F correspondiente al ángulo encontrado en el inciso *c*).

e) Use la gráfica en el inciso *a*) como ayuda para interpretar los resultados encontrados en los incisos *c*) y *d*).



38.

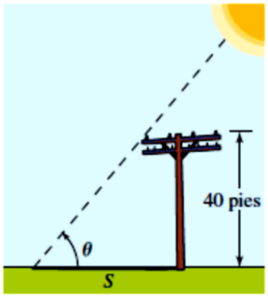
Se dispara un proyectil desde un cañón que tiene un ángulo de elevación de $\frac{1}{2}\alpha$ radianes y una velocidad inicial de v_0 pies por segundo. Si R pies es el alçance del proyectil, entonces

$$R = \frac{{v_0}^2}{g}\text{sen }\alpha \qquad 0 \leq \alpha \leq \pi$$

donde g pie/s^2 es la aceleración debida a la gravedad. **(a)** Si $v_0 = 480$, determine la tasa de variación de R con respecto a α cuando $\alpha = \frac{1}{2}\pi$ (esto es, el ángulo de elevación tiene una medida en radianes de $\frac{1}{4}\pi$). Considere $g = 32$. **(b)** Determine los valores de α para los que $D_\alpha R > 0$.

39.

Cuando el ángulo de elevación del Sol es θ, un poste telefónico de 40 pies de altura proyecta una sombra de longitud s como se muestra en la FIGURA 3.4.2. Encuentre la razón de cambio de s con respecto a θ cuando $\theta = \pi/3$ radianes. Explique el significado del signo menos en la respuesta.



40.

La función $R = (v_0^2/g)\text{sen } 2\theta$ proporciona el rango de un proyectil disparado a un ángulo θ con respecto a la horizontal con una velocidad inicial v_0. Si v_0 y g son constantes, encuentre los valores de θ con los cuales $dR/d\theta = 0$.

41.

Si K unidades cuadradas es el área de un triángulo rectángulo, 10 unidades es la longitud de la hipotenusa, y α es la medida en radianes de un ángulo agudo, entonces $K = 25$ sen 2α. Determine la tasa instantánea de variación con respecto a α, cuando **(a)** $\alpha = \frac{1}{6}\pi$; **(b)** $\alpha = \frac{1}{4}\pi$; **(c)** $\alpha = \frac{1}{3}\pi$.

42. Hallar la derivada de la siguiente función:

$$f(x) = tan\big(sen\ (\cos(x^3 - 2x + 3))\big)$$

43. Sea la función:

$$f(x) = x^3 cos^2\left(\frac{\pi\sqrt{5}}{\sqrt{x+4}}\right) - (x^2+1)g\left(\frac{5x^3+3}{x+1}\right)$$

Donde g es una función diferenciable. Sabiendo que $g'(4) = g(4) = \pi$, hallar: $f'(1)$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 08
TEMA N° 08: Derivada de Funciones Implícitas

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de una función.

I. Bloque

A. Obtener la derivada dy/dx de las siguientes funciones implícitas:

1) $4xy^8 = 5x^2 - 7y$

2) $6y + 3x = 9 - 4x^2y^3$

3) $y^2 - y = x^2 - x$

4) $11x^6y - 11xy^6 = 3x - 12$

5) $2xy - 7x + 6y = y^3 - 8x^5$

6) $x^3 - y^4 = 4x^6y^2$

7) $y = 2x^3 + 7y^6$

8) $y = y^4 - x^4$

9) $y = e^x + e^y$

10) $y = \dfrac{2x}{3y} - x^7$

11) $ln\, y + ln\, x = y - x$

12) $ln\, xy = xy$

13) $sen\, xy = xy$

14) $\cos(2x - 3y) = 2x - 3y$

15) $tan\left(x^2 - 3y\right) = x^2 + 3y$

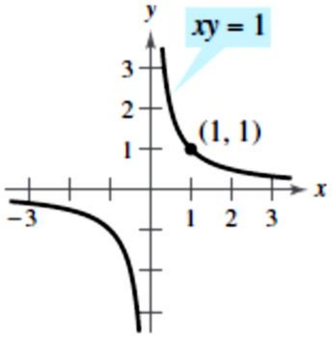
16) $\dfrac{x}{y} - \dfrac{y^2}{x^2} = 0$

17) $\sqrt{x - y} = xy$

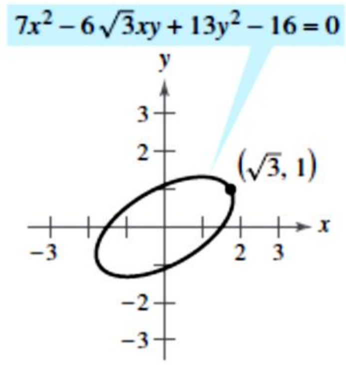
18) $y \ln x + x \ln y = 0$

B. **Curvas famosas**: En los ejercicios 19 al 22, encontrar la ecuación de la recta tangente a la gráfica en el punto dado.

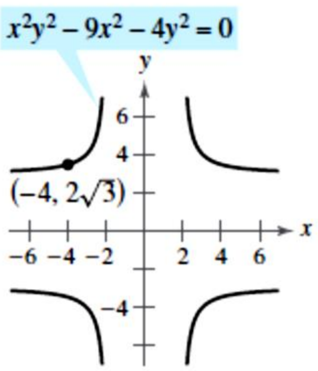
19. Hipérbola rotada



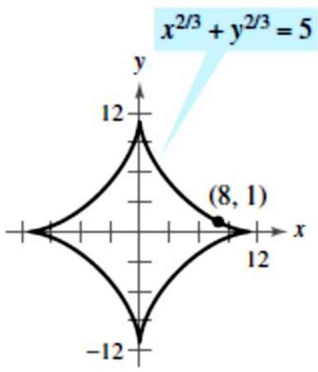
20. Elipse rotada



21. Cruciforme



22. Astroide



II. Bloque

C. En los ejercicios 23 a 30, verifique que el punto dado está en la curva y encuentre las rectas que son (a) tangente y (b) normal a la curva en el punto dado.

23. $2xy + \pi \operatorname{sen} y = 2\pi, \quad (1, \pi/2)$	24. $x \operatorname{sen} 2y = y \cos 2x, \quad (\pi/4, \pi/2)$
25. $y = 2 \operatorname{sen}(\pi x - y), \quad (1, 0)$	26. $x^2 \cos^2 y - \operatorname{sen} y = 0, \quad (0, \pi)$
27. $y^3 + \cos xy = x^2, \quad P(1, 0)$	28. $x + \tan\left(\frac{y}{x}\right) = 2, \quad P\left(1, \frac{\pi}{4}\right)$
29. $xy^3 + \tan(x + y) = 1, \quad P\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$	30. $x\sqrt{1 + 2y} + y = x^2, \quad P(1, 0)$

D. En los ejercicios 31 al 37, encuentre lo solicitado:

31. Dada la curva definida por $y^3 + 3y^2 = x^4 - 3x^2$.

a. Obtener la ecuación de su recta tangente en el punto $(-2, 1)$.

b. Calcular las abscisas de los puntos sobre la curva con rectas tangentes horizontales.

32. Dada la curva $2(x^2 + y^2)^2 = 25(x^2 - y^2)$.

a. Obtener $\dfrac{dy}{dx} = y'$.

b. Obtener la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto $P(3, 1)$.

33. Determinar la ecuación de la recta tangente a la curva $\dfrac{4y^2 - 3x^2y}{3 - 4x^2} = -1$ en el punto $(-1, 1)$.

34. Determine la ecuación de la recta tangente a la curva $5x^2y + 8x^4y^2 - 3(y^5 + x^3)^2 = 1$ en el punto $(1, 1)$.

35. Obtener la ecuación de la recta normal a la curva $\sqrt{3x^2y^3 + 2x^2 - y} = 4 + 2x$ en el punto $(-1, 1)$.

36. Determine las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva definida por la ecuación

$$\frac{3x^5}{2y^2 + 1} + \sqrt{x^2 + xy^5} = 4$$

en el punto $(1, 0)$.

37. Encontrar la ecuación de la recta tangente a $2x^2 - 3y^3 + \dfrac{2y}{xy - 1} = -5$ en el punto $(0, 1)$.

En los problemas 38 y 39, encuentre el o los puntos sobre la gráfica de la ecuación dada donde la recta tangente es horizontal

38. $x^2 - xy + y^2 = 3$	39. $y^2 = x^2 - 4x + 7$	40. $\dfrac{x}{y^2} + \dfrac{y^2}{x} = 5$

E. En los ejercicios 41 al 48,encuentre $\frac{d^2y}{dx^2}$

41. $4y^3 = 6x^2 + 1$

42. $xy^4 = 5$

43. $x^2 - y^2 = 25$

44. $x^2 + 4y^2 = 16$

45. $x + y = \operatorname{sen} y$

46. $y^2 - x^2 = \tan 2x$

47. $x^2 + 2xy - y^2 = 1$

48. $x^3 + y^3 = 27$

49 **Tangentes con pendiente específica.** ¿Hay algún punto en la curva $y = (x/2) + 1/(2x - 4)$ donde la pendiente sea $-3/2$? De ser así, encuéntrelo(s).

50 **Tangentes horizontales** Encuentre los puntos de la curva $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 20$ donde la tangente es paralela al eje x.

51. **Tangentes perpendiculares o paralelas a rectas** Encuentre los puntos de la curva $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 20$ donde la tangente es

a. perpendicular a la recta $y = 1 - (x/24)$.

b. paralela a la recta $y = \sqrt{2} - 12x$.

III. Bloque

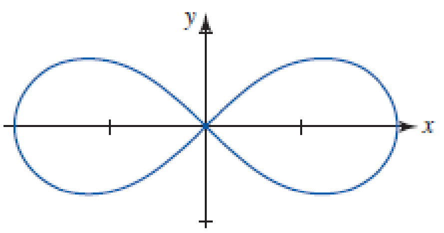
53.

La gráfica de la ecuación $(x^2 + y^2)^2 = 4(x^2 - y^2)$ mostrada en la FIGURA 3.6.8 se denomina **lemniscata**.

a) Encuentre los puntos sobre la gráfica que corresponden a $x = 1$.

b) Encuentre una ecuación de la recta tangente a la gráfica en cada punto encontrado en el inciso *a*).

c) Encuentre los puntos sobre la gráfica en los que la tangente es horizontal.



54.

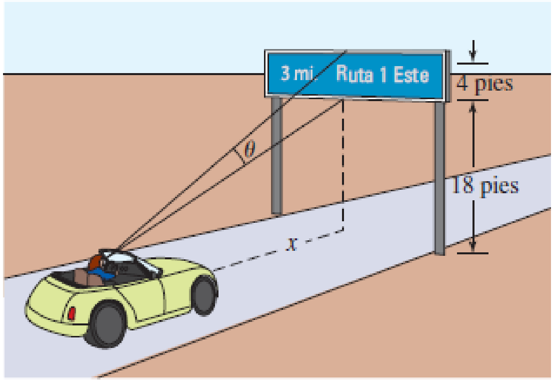
Una mujer conduce hacia una señal en la carretera como se muestra en la **FIGURA 3.6.9**. Sea θ su ángulo de visión de la señal y sea x su distancia (medida en pies) a esa señal.

a) Si el nivel de sus ojos está a 4 pies de la superficie de la carretera, demuestre que

$$\tan\theta = \frac{4x}{x^2 + 252}.$$

b) Encuentre la razón a la que cambia θ con respecto a x.

c) ¿A qué distancia se cumple que la razón del inciso *b)* es igual a cero?

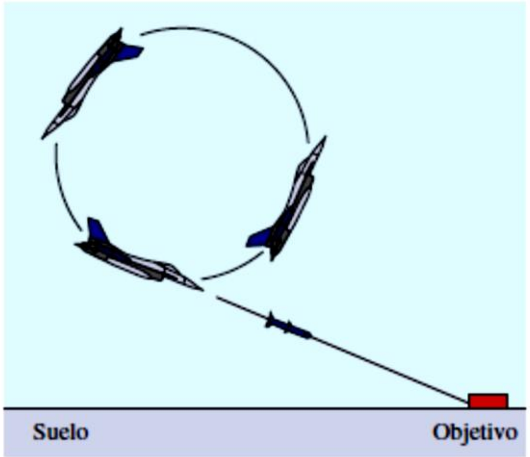


56.

Un avión caza describe un círculo de 1 km de radio como se muestra en la **FIGURA 3.6.10**. Suponga que se escoge un sistema de coordenadas rectangulares de modo que el origen está en el centro del círculo. La nave dispara un misil que describe una trayectoria rectilínea tangente al círculo e impacta en un blanco sobre el suelo cuyas coordenadas son $(2, -2)$.

a) Determine el punto sobre el círculo donde fue disparado el misil.

b) Si un misil se dispara en el punto $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ sobre el círculo, ¿en qué punto choca contra el suelo?



Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 09
TEMA N° 09: Derivada de Funciones Trigonométricas Inversas

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....
Nombres : ....
Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de una función.

I. Bloque

A. Encuentre la derivada de la función dada.

1. $y = 2\sqrt{x}\tan^{-1}\sqrt{x}$	2. $y = \cot^{-1}x - \tan^{-1}\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$
3. $y = \sqrt{x - \cos^{-1}(x+1)}$	4. $F(t) = \arctan\left(\dfrac{t-1}{t+1}\right)$
5. $f(x) = \operatorname{arcsen}(\cos 4x)$	

B. Use diferenciación implícita para encontrar $\dfrac{dy}{dx}$

6. $\tan^{-1}y = x^2 + y^2$	7. $sen^{-1}y - \cos^{-1}y = 1$

8. Encuentre la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función $y = (\cos^{-1}x)^2$ en el punto $x = 1/\sqrt{2}$
9. Encuentre una ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = x\tan^{-1}x$ en el punto $x = 1$
10. Encuentre todas las rectas tangentes a la gráfica de $f(x) = \arctan x$ cuya pendiente es $\frac{1}{4}$.

II. Bloque

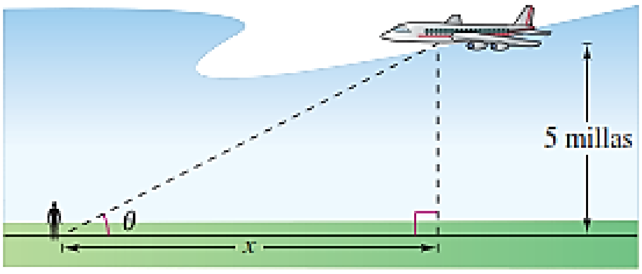
A. Encuentre la derivada de la función dada. Simplifique donde sea posible.

1. $y = \operatorname{arc\,tg} e^{4\ln[tg(2x+4)]^{\frac{1}{4}}}$	2. $y = \arccos\left(\dfrac{b + a\cos x}{a + b\cos x}\right), \quad 0 \le x \le \pi, \quad a > b > 0$
3. $y = 3\arctan\sqrt{\dfrac{x}{1-x}} - (3+2x)\sqrt{x-x^2}$	4. $y = -\sqrt{2}\operatorname{arc\,cot}\left(\dfrac{\tan x}{\sqrt{2}}\right) - x$

5. Encuentre $\frac{dy}{dx}$, de la siguiente ecuación: $x\,seny + x^3 = \arctan y$
6. Determina y' de la ecuación $\operatorname{arcsen}(xy) = \arccos(x+y)$
7. Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la ecuación $\arctan(xy) = \operatorname{arcsen}(x+y)$ en el punto (0, 0)
8. Encuentre $\frac{dy}{dx}$ en el punto $(-3,\ 4)$, si la ecuación $\sqrt{x^2+y^2} = 2\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ define implícitamente a "y" como función de x

III. Bloque

1. Halla la derivada de la siguiente ecuación $y = \frac{2}{3}\arctan\frac{5\tan\frac{x}{2}+4}{3}$, expresando su respuesta en función a $sen\,x$
2. Si $f(x) = \arctan(\arctan(\arctan x))$, encuentre $f'(x)$
3. Si $f_{(x)} = sen(5arcsenx)$, calcule $(x^2-1)\,f''_{(x)} + x\,f'_{(x)} - 25\,f_{(x)}$
4. Si $f(x) = 2\arctan x + \arccos\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$, calcule $f'(x) + x^2 f'''(x)$
5. Pruebe que la función $f(x) = 2\arctan x + \operatorname{arcsen}\frac{2x}{x^2+1}$, es constante cuando $x \geq 1$. Halla el valor de esta constante.
6. Sug. Pruebe que $f'(x) = 0$, para todo $x > 1$
7. Un aeroplano vuela a una altitud de 5millas hacia un punto directamente sobre un observador. Considerar θ y x como se muestra en la figura siguiente.



   a) Escribir θ como una función de x
   b) La velocidad del aeroplano es 400millas por hora. Encontrar $\frac{d\theta}{dt}$ cuando $x = 10$ millas y cuando $x = 3$ millas.
   c) Repetir el ejercicio, si la altitud del aeroplano es 3 millas y describir como la altitud afecta la razón de cambio de θ

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 10
TEMA N° 10: Derivada de Función Exponencial

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de una función.

I. Bloque

A. Encuentre la derivada de la función dada.

1. $f(x)=\dfrac{e^{-2x}}{x}$	2. $f(x)=\dfrac{xe^{x}}{x+e^{x}}$
3. $f(x)=e^{x^{1/3}}+(e^{x})^{1/3}$	4. $f(x)=e^{x\sqrt{x^2+1}}$
5. $y=e^{x}+e^{x+e^{-x}}$	

B. Use diferenciación implícita para encontrar $\dfrac{dy}{dx}$

6. $y=\cos e^{xy}$	7. $x+y^2=e^{x/y}$

8. Encuentre la pendiente de la recta normal a la gráfica de $y=(x-1)e^{-x}$ en el punto $x=0$

C. Encuentre la derivada de orden superior indicada.

$y=e^{x^2}$; $\dfrac{d^3y}{dx^3}$	$y=\operatorname{sen} e^{2x}$; $\dfrac{d^2y}{dx^2}$

II. Bloque

A. C_1 y C_2 son constantes reales arbitrarias. Demuestre que la función satisface la ecuación diferencial dada.

1. $y=C_1e^{-3x}+C_2e^{2x};\quad y''+y'-6y=0$
2. $y=C_1e^{-x}\cos 2x+C_2e^{-x}sen2x\ ;\quad y''+2y'+5y=0$
3. $P=\dfrac{ac_1e^{at}}{1+bc_1e^{at}}\ ;\quad \dfrac{dp}{dt}=P(a-bP)$
4. Encontrar la segunda derivada de la función: $f(x)=(3+2x)e^{-3x}$
5. Halla $f'(1/2)$ de la siguiente ecuación: $f(x)=e^{\pi x}sen(\pi x)$
6. El símbolo n representa un entero positivo. Encuentre una fórmula para la derivada dada.

$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{e^x}$	$\frac{d^n}{dx^n}xe^{-x}$

7. Derivar $y=e^{x^{x^x}}$

III. Bloque

1. Encuentre $\frac{dy}{dx}$ en su forma más reducida de la siguiente ecuación implícita $xy(e^{xy}-e^{-xy})=xy+1$.
2. Halla $\frac{dy}{dx}$, si $y=x^{x^2}+x^{e^x}+2^x4^{-x}$
3. Encuentre la enésima derivada de la función $f(x)=e^x senx$
4. Demuestre que y, determinada como función de x por las ecuaciones $x=sent$ y $y=ae^{t\sqrt{2}}+be^{-t\sqrt{2}}$ satisface la ecuación diferencial $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}=2y$, cualquiera que sean a y b
5. La función logística $P(t)=\frac{aP_0}{bP_0+(a-bP_0)e^{-at}}$, donde a y b son constantes positivas, a menudo sirve como modelo matemático para una población en crecimiento pero limitada.
   a) Demuestre que $P(t)$ satisface la ecuación diferencial $\frac{dp}{dt}=P(a-bP)$
   b) La gráfica de $P(t)$ se denomina curva logística donde $P(0)=P_0$ es la población inicial. Considere el caso donde $a=2,\ b=1$ y $P_0=1$. Encuentre asíntotas horizontales para la gráfica de $P(t)$ al determinar los límites $\lim_{t\to-\infty}P(t)$ y $\lim_{t\to\infty}P(t)$
   c) Encuentre el o los valores de t para los cuales $P''(t)=0$
6. El modelo matemático de Jenss constituye una de las fórmulas empíricas más precisas para pronosticar la estatura h (en centímetros) en términos de la edad t (en años) para niños en edad preescolar (de 3 meses a 6 años):

$$h(t)=79.04+6.39t-e^{3.26-0.99t}.$$

   a) ¿Qué estatura pronostica este modelo para un niño de 2 años?
   b) ¿Cuán rápido crece en estatura un niño de 2 años?
   c) Use un graficador para obtener la gráfica de h y estime la edad de un niño en edad preescolar que mide 100cm de estatura.

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 11
TEMA N° 11: Derivada de Función Logarítmica

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de una función.

I. Bloque

A. Encuentre la derivada de la función dada.

1. $y=\sqrt{\ln\sqrt{x}}$	2. $f(x)=\ln(\ln(\ln x))$
3. $G(t)=\ln\sqrt{5t+1}\,(t^3+4)^6$	4. $w(\theta)=\theta sen(\ln 5\theta)$
5. $f(x)=\ln\sqrt{\dfrac{(3x+2)^5}{x^4+7}}$	

B. Use diferenciación implícita para encontrar $\dfrac{dy}{dx}$

6. $x+y^2=\ln\dfrac{x}{y}$	7. $\arctan\left(\dfrac{y}{x}\right)=\dfrac{1}{2}\ln(x^2+y^2)$

8. Encuentre la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $y=\ln(xe^{-x^3})$ en el punto $x=1$

C. Encuentre la derivada de orden superior indicada.

9. $y=(\ln\lvert x\rvert)\ ;\ \dfrac{d^2y}{dx^2}$	10. $y=\ln(5x-3)\ ;\ \dfrac{d^4y}{dx^4}$

II. Bloque

A. C_1 y C_2 son constantes reales arbitrarias. Demuestre que la función satisface la ecuación diferencial dada para $x>0$

1. $y=C_1x^{-1/2}+C_2x^{-1/2}\ln x\ ;\quad 4x^2y''+8xy'+y=0$
2. $y=C_1x^{-1}\cos(\sqrt{2}\ln x)+C_2x^{-1}sen(\sqrt{2}\ln x)\ ;\quad x^2y''+3xy'+3y=0$

B. Use diferenciación logarítmica para encontrar $\dfrac{dy}{dx}$

3. $y=\dfrac{x^{10}\sqrt{x^2+5}}{\sqrt[3]{8x^2+2}}$	4. $y=\dfrac{(x^3-1)^5(x^4+3x^3)^4}{(7x+5)^9}$

5. $x^y = y^x$	6. $y = \dfrac{(\ln x)^x}{x^{\ln x}}$

7. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $y = x^{x-1}$ en el punto de abscisa 2.
8. Encuentre la pendiente de la tangente a la gráfica de f' en el punto en que la pendiente de la tangente a la gráfica de $f(x) = \ln x^2$ es 4

III. Bloque

A. Encuentre $\dfrac{dy}{dx}$ y simplifique tanto como pueda.

$y = \sqrt{x^2+1} - \ln\left(\dfrac{1}{x} + \sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}\right)$	$y = 2\arctan\sqrt{senx} - \ln\left(\dfrac{1+\sqrt{senx}}{1-\sqrt{senx}}\right)$
$e^{\sqrt{\frac{x+\sqrt{y}}{x-\sqrt{y}}}} + \ln\left(\dfrac{x-\sqrt{y}}{x+\sqrt{y}}\right) = 8$	$y = x - \ln\left(2e^x + 1 + \sqrt{e^{2x} + 4e^x + 1}\right)$
$y = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\ln\left(\dfrac{\tan\frac{x}{2} + 2 - \sqrt{3}}{\tan\frac{x}{2} + 2 + \sqrt{3}}\right)$	

Demuestre que la función $y = \dfrac{1}{1+x+\ln x}$, satisface la ecuación diferencial $xy' = y(y\ln x - 1)$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 12
TEMA N° 12: Derivada de Función Hiperbólica

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de una función.

I. Bloque

A. Encuentre la derivada de la función dada.

1. $y = \tanh\sqrt{x}$	2. $y = \coth(\cosh 3x)$
3. $f(x) = (x - \cosh x)^{2/3}$	4. $F(x) = (\ln(\sec hx))^2$
5. $f(x) = \dfrac{e^x}{1+\cosh x}$	6. $g(t) = \dfrac{\operatorname{sen} t}{1+\operatorname{senh} 2t}$
7. $h(t) = e^t e^{\operatorname{csch} t^2}$	

B. Encuentre $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ para la función dada

8. $y = \tanh x$
9. $y = \sec\mathrm{h}\, x$

10. Encuentre una ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $y = \operatorname{senh} 3x$ en el punto $x = 0$

II. Bloque

A. Encuentre el o los puntos sobre la gráfica de la función dada donde la tangente es horizontal.

2.1. $f(x) = (x^2 - 2)\cosh x - 2x \operatorname{senh} x$

2.2. $f(x) = \cos x \cosh x - \operatorname{sen} x \operatorname{senh} x$

B. C_1, C_2, C_3, C_4 y k son constantes reales arbitrarias. Demuestre que la función satisface la ecuación diferencial dada.

2.3. $y = C_1 \cosh kx + C_2 \operatorname{senh} kx$; $y'' - k^2 y = 0$

2.4. $y = C_1 \cos kx + C_2 \operatorname{sen} kx + C_3 \cos\mathrm{h}\, kx + C_4 \operatorname{sen}\mathrm{h}\, kx$; $y^{(4)} - k^4 y = 0$

C. Encuentre la derivada de la función dada.

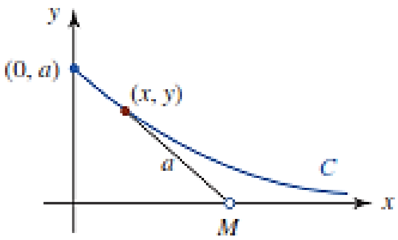
$y = \dfrac{\coth^{-1} e^{2x}}{e^{2x}}$	$y = \ln(\operatorname{sech}^{-1} x)$
$y = x\tanh^{-1} x + \ln\sqrt{1-x^2}$	$y = \dfrac{1}{(\tanh^{-1} 2x)^3}$

III. Bloque

3.1. Usando derivación implícita, encuentre $\dfrac{dy}{dx}$, en la siguiente ecuación:

$$\cosh(x+y) = y\,\text{senh}\,x$$

Enunciado para las preguntas 3.2 y 3.3. Una mujer M, se mueve en la dirección positiva del eje x, empezando en el origen, jalando un bote a los largo de la curva C, denominada **tractriz**, indicada en la figura.



El bote, que inicialmente se encuentra sobre el eje y en $(0, a)$, es jalado por una cuerda de longitud constante a que se mantiene durante todo el movimiento. Una ecuación de la tractriz está dado por

$$x = a\ln\left(\frac{a+\sqrt{a^2-y^2}}{y}\right) - \sqrt{a^2-y^2}$$

3.2. Escriba la ecuación anterior usando una ecuación hiperbólica.

3.3. Use diferenciación implícita para demostrar que la ecuación de la tractriz satisface la ecuación diferencial $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{y}{\sqrt{a^2-y^2}}$. Interprete geométricamente la ecuación diferencial del inciso 3.2

3.4. Suponga que k, m y g son constantes reales. Demuestre que la función $v(t) = \sqrt{\dfrac{mg}{k}}\tanh\left(\sqrt{\dfrac{kg}{m}}\,t\right)$ satisface la ecuación diferencial $m\dfrac{dv}{dt} = mg - kv^2$.

3.5. La función v representa la velocidad de una masa m que cae cuando la resistencia del aire se considera proporcional al cuadrado de la velocidad instantánea. Encuentre la velocidad terminal o limitante $v_{ter} = \lim_{t \to \infty} v(t)$ de la masa

3.6. Suponga que un paracaidista de 80kg retrasa la abertura del paracaídas hasta que alcanza la velocidad terminal. Determina la velocidad terminal si se sabe que $k = 0.25 kg/m$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

UNIDAD III

Aplicaciones de las Derivadas

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad el estudiante será capaz de representar la gráfica de una función de variable real aplicando los criterios de la derivada, relacionadas con la vida cotidiana y las diversas áreas de la ingeniería.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 13
TEMA N° 13: Funciones Crecientes y Decrecientes y Extremos Absolutos

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....
Nombres : ....
Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de una función.

I. Bloque

A. Determine los intervalos sobre los cuales la función dada es creciente y los intervalos sobre los cuales es decreciente.

1. $f(x) = x^2 + 6x - 1$	2. $f(x) = x^3 - 3x^2$
3. $f(x) = x^4 - 4x^3 + 9$	4. $f(x) = 1 - x^{1/3}$

B. Encuentre los números críticos de las funciones dadas:

5. $f(x) = 2x^3 - 15x^2 - 36x$	6. $f(x) = (x-2)^2(x-1)$
7. $f(x) = \dfrac{1+x}{\sqrt{x}}$	8. $f(x) = (4x-3)^{1/3}$

C. Encuentre los extremos absolutos de la función dada sobre el intervalo indicado:

9. $f(x) = x^{2/3};\quad [-1, 8]$	10. $f(x) = x^{2/3}(x^2 - 1);\quad [-1, 1]$
11. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2;\quad [-3, 2]$	

II. Bloque

A. Determine los intervalos sobre los cuales la función dada es creciente y los intervalos sobre los cuales es decreciente.

1. $f(x) = x\sqrt{8 - x^2}$	2. $f(x) = \dfrac{5}{x^2 + 1}$
3. $f(x) = x(x-3)^2$	

B. Encuentre los números críticos de las funciones dadas:

4. $f(x) = (x-1)^2\sqrt[3]{x+2}$	5. $f(x) = -x + \operatorname{sen} x$
6. $f(x) = x^2 - 8 \ln x$	

C. Encuentre los extremos absolutos de la función dada sobre el intervalo indicado:

1. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1; \quad [-4, 3]$
2. $f(x) = x^4(x - 1)^2; \quad [-1, 2]$

III. Bloque

A. Determine los intervalos sobre los cuales la función dada es creciente y los intervalos sobre los cuales es decreciente.

1. $f(x) = -x + \tan x$
2. $f(x) = x^2 e^{-x}$

B. Encuentre los números críticos de las funciones dadas:

3. $f(x) = \dfrac{x + 4}{\sqrt[3]{x + 1}}$
4. $f(x) = e^{-x} + 2x$

C. Encuentre los extremos absolutos de la función dada sobre el intervalo indicado:

5. $f(x) = 2\cos 2x - \cos 4x; \quad [0, 2\pi]$
6. $f(x) = 3 + 2\,\text{sen}^2\, 24x; \quad [0, \pi]$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 14
TEMA N° 14: Criterio de la Primera y Segunda Derivada

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....
Nombres : ....
Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de una función.

I. Bloque

A. Use la prueba de la primera derivada para encontrar los extremos relativos de la función dada.

1. $f(x) = x^4 + 4x$	2. $f(x) = -x^2(x-3)^2$
3. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + 2x^2$	4. $f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$
5. $f(x) = 4x^5 - 5x^4$	

B. Use la segunda derivada para determinar los intervalos sobre los cuales la gráfica de la función dada es cóncava o convexa.

6. $f(x) = x^{1/3} + 2x$	7. $f(x) = x(x-4)^3$
8. $f(x) = \frac{1}{x^2+3}$	9. $f(x) = x + \frac{9}{x}$
10. $f(x) = -x^3 + 6x^2 + x - 1$	

II. Bloque

A. Use la prueba de la primera derivada para encontrar los extremos relativos de la función dada.

1. $f(x) = (x^2-4)^{2/3}$	2. $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$
3. $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}$	4. $f(x) = \frac{10}{x^2+1}$

B. Use la segunda derivada para determinar todos los puntos de inflexión.

5. $f(x) = x^4 - 12x^2 + x - 1$	6. $f(x) = \operatorname{sen} x$
7. $f(x) = x - \operatorname{sen} x$	8. $f(x) = x + xe^{-x}$

III. Bloque

A. Use la prueba de la primera derivada para encontrar los extremos relativos de la función dada.

1. $f(x) = x^3 - 24 \ln |x|$
2. $f(x) = (x + 3)^2 e^{-x}$

B. Use la segunda derivada para determinar todos los puntos de inflexión.

3. $f(x) = 6x^5 - 10x^3$
4. $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 2}$
5. $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$
6. $f(x) = x^{1/3}(x + 1)$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

UNIVERSIDAD CONTINENTAL

Asignatura: Cálculo I

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 15
TEMA N° 15: Gráfica de una función

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de una función.

I. Bloque

A. En los ejercicios siguientes: Identifique los puntos críticos y encuentre los valores máximos y mínimos.

1. $f(x) = x^2 + 4x + 4;\quad I = [-4,0]$	2. $f(x) = x^2 + x;\quad I = [-2,2]$
3. $f(x) = x^2 + 3x;\quad I = [-2,1]$	4. $f(x) = \frac{1}{5}\left(2x^3 + 3x^2 - 12x\right);\quad I = [-3,3]$
5. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1;\quad I = [-3,3]$	6. $f(x) = x^3 - 3x + 1;\quad I = \left[-\frac{3}{2},3\right]$

B. Aplica el criterio de la primera derivada para encontrar: Los valores de x en los cuales ocurren los extremos relativos, los máximos y mínimos relativos y los intervalos en los cuales la función es creciente o decreciente.

7. $f(x) = x^2 + 3x$	8. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 5$
9. $f(x) = x^4 + 4x$	10. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 5$

II. Bloque

A. De las siguientes funciones determina: Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f*, los máximos y mínimos relativos, los puntos de inflexión y esboza su gráfica.

1. $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 4}$	2. $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$
3. $f(x) = e^{1-x^2}$	4. $f(x) = e^x + \ln(x)\quad x \in (0,\infty)$
5. $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$	6. $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1}$
7. $f(x) = x + e^{-x}$	8. $f(x) = xe^{-x}$

III. Bloque

A. De las siguientes funciones determina: Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos, los intervalos de concavidad y convexidad, puntos de inflexión, sus asíntotas y esboza su gráfica.

1. $f(x) = 2 - x + \ln x \quad con\ x \in \langle 0\ ;\ \infty \rangle$
2. $f(x) = \left|x^2 - x - 2\right|$

3. $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$
4. $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$
5. $f(x)=senx+\cos x$, definida en el intervalo $[0\ ;\ 2\pi]$
6. $f(x)=x\sqrt{4-x^2}$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 16
TEMA N° 16: Razón de Cambio Relacionadas

Sección : ……………………………………………………

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ……………………………………………………………

Nombres : ……………………………………………………………

Fecha : …../…../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

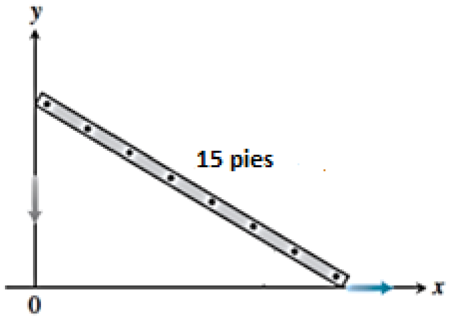
INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de una función.

I. Bloque

1. Un cuadrado está inscrito en un círculo de radio r. ¿A qué razón cambia el área del cuadrado en el instante en que el radio del círculo mide 2 pulgadas y crece a razón de 4 pulg/min?
2. Un triángulo se expande con el tiempo. El área del triángulo crece a razón de 15 pulg2/min, mientras la longitud de su base decrece a razón de ½ pulg/min. ¿A qué razón cambia la altura del triángulo cuando la altura mide 8 pulg y la base es 6 pulg?
3. Una persona de 5 pies de estatura se aleja caminando de un poste de 20 pies de altura a razón constante de 3 pies/s.
   ¿A qué razón crece la sombra de la persona?
   ¿A qué razón se aleja la punta de la sombra desde la base del poste?

4. Un avión a una altitud de 4 km pasa directamente por arriba de un telescopio de rastreo ubicado en tierra. Cuando el ángulo de elevación es de 60°, se observa que el ángulo decrece a razón de 30 grados/s. ¿Cuán rápido se mueve el avión?

5. Una escalera de 15 pies está apoyada contra una casa cuando su base empieza a resbalarse. En el momento en que la parte superior de la escalera está a 12 pies del suelo, esta se está moviendo a una razón de 6 pies/seg. ¿Qué tan rápido se está resbalando la base de la escalera en ese momento?



6. Un tanque de agua en forma de cilindro circular recto de 40 metros de diámetro se drena de modo que el nivel del agua disminuye a razón constante de 3/2 metros/min. ¿Cuán rápido decrece el volumen del agua?

7. La resistencia total R en un circuito paralelo que contiene dos resistores de resistencia $R_1\ y\ R_2$ está dada por: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Si cada resistencia cambia con el tiempo t, entonces ¿Cómo están relacionadas $\frac{dR}{dt}, \frac{dR_1}{dt}, \frac{dR_2}{dt}$?

8. En una pila cónica se deja caer arena a razón de 600 pies3/s. Si la altura de la pila es el doble del radio de la base. Determina en que razón aumenta la altura cuando la pila tiene 5 pies de altura.

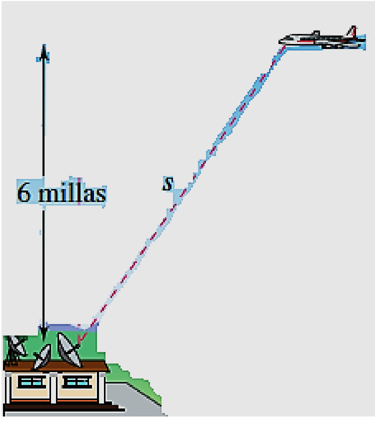
9. Una mujer que corre a razón constante de 50 km/h cruza un punto P en dirección al norte. Diez minutos después, un hombre que corre a razón constante de 45 km/h cruza por el mismo punto P en dirección al este. ¿Cuán rápido cambia la distancia entre los corredores 100 minutos después de que el hombre cruza por el punto P?
10. Se tiene un cubo de hielo se derrite de modo que siempre conserva su forma cúbica. Si el volumen del cubo de hielo decrece a razón de ¼ $pulg^3$/min, ¿Cuán rápido cambia el área superficial del cubo de hielo cuando el área superficial es de 54 $pulg^2$?

II. Bloque

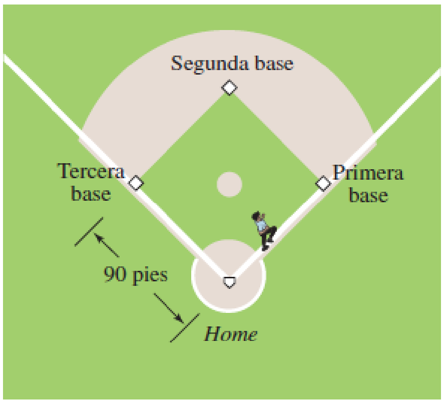
1. Un obrero levanta, con ayuda de una soga, un tablón hasta lo alto de un edificio en construcción (ver figura). Asumiendo que el extremo por donde es sujetado el tablón sigue una trayectoria perpendicular al piso a razón de 0.15 m/s ¿A qué ritmo se desliza por el suelo el otro extremo cuando está a 2.5 m de la base del edificio?

2. Cada uno de los extremos verticales de una canal de agua de 20 pies de longitud es un triángulo equilátero con el vértice hacia abajo. Se bombea agua a razón constante de 4 $pies^3$/min. ¿Cuán rápido sube el nivel h del agua cuando la profundidad del agua es de 1 pie?

3. Un avión recorre una ruta de vuelo que le llevará directamente sobre una estación de radar, la altitud del avión es de 6 millas. Si la distancia entre el avión y el radar está decreciendo a razón de 400 millas/hora, cuando s = 10 millas, ¿Cuál es la velocidad del avión?

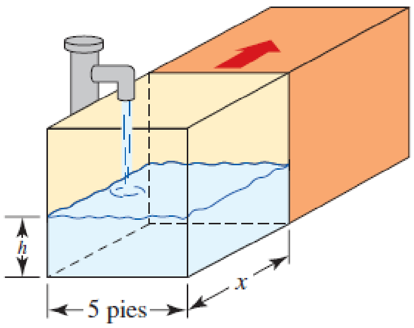


4. Un diamante de béisbol es un cuadrado de 90 pies por lado, como se muestra en la figura. Un jugador golpea la pelota y corre hacia la primera base a razón de 20 pies/s. ¿A qué razón cambia la distancia del corredor a segunda base en el instante en que el corredor está a 60 pies de Home?

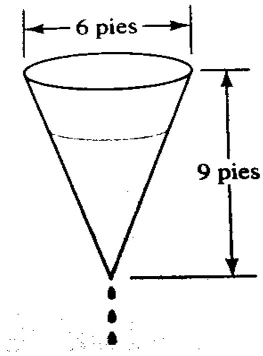


5. Una cámara de rastreo, ubicada a 1200 pies del punto de lanzamiento, sigue a un globo de aire caliente con ascenso vertical. En el instante en que el ángulo de elevación θ de la cámara es $\pi/6$, el ángulo crece a razón de 0.1 rad/min. ¿A qué razón sube el globo en ese instante?

6. Un tanque rectangular de agua de 5 pies de ancho está dividido en dos tanques por medio de una separación que se mueve en la dirección indicada a razón de 1 pie/min cuando al tanque frontal se bombea agua a razón de 1 pie^3/min. ¿A qué razón cambia el nivel del agua cuando el volumen del agua en el tanque frontal es de 80 pies^3 y $x = 8$ pies?



7. Por la parte inferior de un tanque cónico se fuga agua a razón de $1\,pie^3/min$, como se muestra en la figura.
   ¿A qué razón cambia el nivel del agua cuando el agua tiene $6\,pies$ de profundidad?
   ¿A qué razón cambia el radio del agua cuando el agua tiene $6\,pies$ de profundidad?

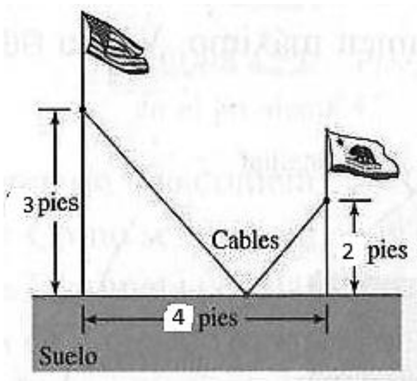


8. Un tren sale de una estación en cierto momento y viaja hacia el norte a 250 km/h. Un segundo tren sale hacia el Este de la misma estación 2 horas después y va a 300 km/h. Halle la razón a la cual los dos trenes se separaran 1.5 horas después de que el segundo tren deja la estación.

III. Bloque

1. Suponga que un incendio forestal se propaga en forma de un círculo cuyo radio cambia a razón de 1.8m/min. ¿A qué razón está creciendo el área de la región incendiada cuando el radio alcanza 60m? e interprete este resultado en términos de área y tiempo.

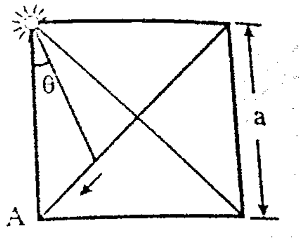
2. Dos astabanderas están asegurados con cables sujetos a un solo punto entre las astas. ¿Dónde debe ubicarse el punto a fin de minimizar la cantidad de cable usado?



3. A las 8:00 p.m., el barco P está a 20 millas dirección norte del barco Q. El barco P navega hacia el sur a razón de 9 millas/hora y el barco Q se dirige hacia el oeste a razón de 12 millas/hora. A las 9:20 p.m. ¿A qué razón cambia la distancia entre los dos barcos?

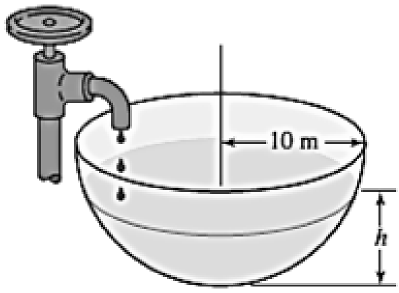
4. En la expansión adiabática del aire, la presión P y el volumen V están relacionados por $PV^{1.4} = k$, donde k es una constante. En cierto instante, la presión es 100 lb/pulg^2 y el volumen es 32 pulg^3. ¿A qué razón cambia la presión en ese instante si el volumen disminuye a razón de 2 pulg^3/s?

5. En una plaza cuadrada de lado "a" hay un foco luminoso en una esquina. Un hombre ubicado en el centro de la plaza camina con una velocidad de 4 m/seg. Sobre la diagonal hacia la esquina "A" según muestra la figura. Halle la variación del ángulo θ con respecto al tiempo en términos de "$\boldsymbol{\theta}$" y "a".



6. Un hombre en un muelle tira de una soga atada al nivel del agua a un bote a razón de 50 pies/min. Si las manos del hombre están a 16 pies sobre el nivel del agua, ¿Con qué rapidez se acerca el bote al muelle cuando la cantidad de soga suelta es de 20 pies?

7. A un tanque hemisférico de 10 m de radio gotea agua a razón de $0{,}1\ m^3/min$ y esta sale por un orificio en la parte inferior del tanque a razón de $0{,}2\ m^3/min$. Si la relación entre el volumen del agua y la altura en un cualquier instante t esta dado por $V = 10\pi h^2 - \frac{\pi}{3}h^3$; ¿A qué razón cambia la profundidad del agua cuando la profundidad es de $5\ m$? (05 Puntos)



Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 17
TEMA N° 17: Optimización

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

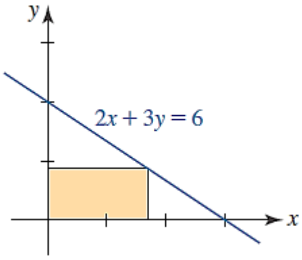
Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de una función.

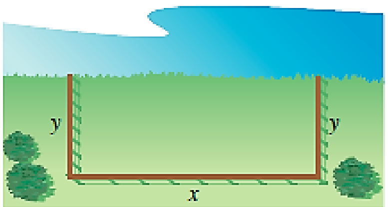
I. Bloque

1. Encontrar dos números positivos que la suma es S y el productos es máximo.
2. Encontrar dos números positivos, donde el segundo número es el recíproco del primero y la sima es un mínimo.
3. Encontrar el largo y el ancho de un rectángulo que tiene el perímetro de 80 metros y un área máxima.
4. Encontrar el largo y el ancho de un rectángulo que tiene el área de 32 pies cuadrados y un perímetro mínimo.
5. Encuentre las dimensiones de la región sombreada de modo que su área sea máxima.



Determine el punto sobre la gráfica de la función que está más cerca al punto dado:

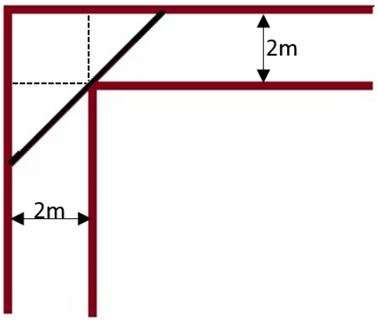
6. $f(x) = x^2$; $\left(2, \frac{1}{2}\right)$
7. $f(x) = \sqrt{x - 8}$; $(12, 0)$
8. Una página rectangular contendrá 30 pulgadas cuadradas de área impresa. Los márgenes de cada lado son de 1 pulgada. Encontrar las dimensiones de la página de manera tal que se use la menor cantidad de papel.
9. Un granjero planea cercar un pastizal rectangular adyacente a un río. El pastizal debe contener 245000m2 para proporcionar suficiente pastura para el rebaño. ¿Qué dimensiones requeriría la cantidad mínima de cercado si no es necesario vallar a los largo del río?



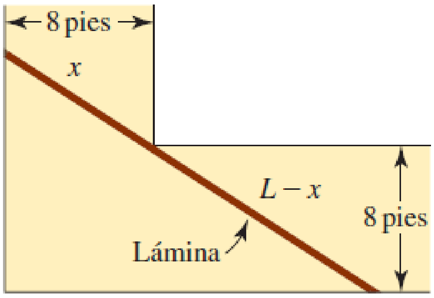
10. Determinar las dimensiones de un sólido rectangular (con una base cuadrada) de volumen máximo si su área superficial es de 150 pulgadas cuadradas.

II. Bloque

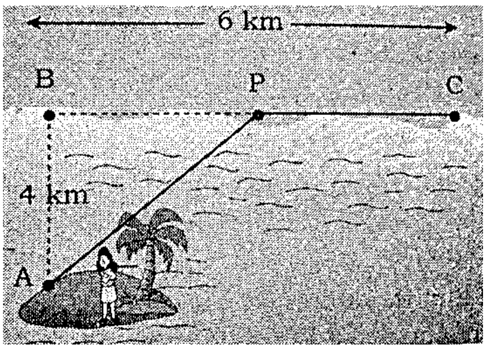
1. Un granjero desea construir un corral rectangular de 64000 pies2 con un lado a lo largo de un acantilado vertical. El cercado a lo largo del acantilado cuesta S/. 2.50 por pie, mientras que a lo largo de los otros tres lados cuesta S/. 3.50 por pie. Encuentre las dimensiones del corral, de modo que el costo del cercado sea mínima.
2. Un rectángulo está delimitado por el eje x y el semicírculo $y = \sqrt{25 - x^2}$. ¿Qué largo y ancho debe tener el rectángulo de manera que su área sea un máximo?
3. Un pasillo de 2 metros de ancho da vuelta en ángulo recto. ¿Cuál es la longitud de la varilla delgada más larga que puede trasladarse alrededor de la esquina, asumiendo que la varilla no puede doblarse?



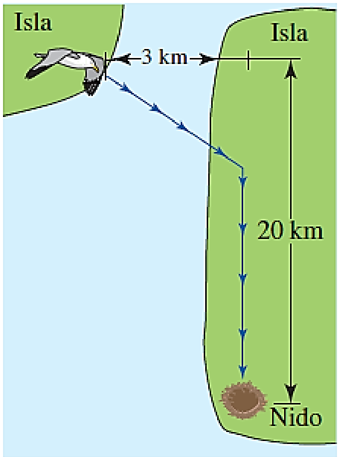
4. Encuentre la longitud máxima L de una lámina delgada que puede transportarse horizontalmente alrededor de una esquina en ángulo recto.



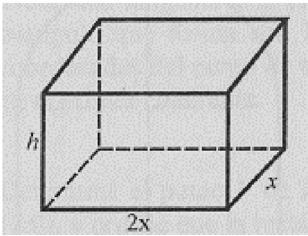
5. Una isla está ubicada en el punto A, 4km del punto más cercano B de una playa recta. Una mujer, en la isla quiere ir al punto C, que está a 6 km de B, tal como se ve en la figura. La mujer puede dirigirse al punto P, entre B y C en un bote con remos a 5 km/h y después caminar de P a C a una velocidad de 8 Km/h. Determinar la mejor ruta que la mujer puede recorrer en el menor tiempo posible.



6. Algunas aves vuelan más lentamente sobre agua que sobre tierra. Un ave vuela a razones constantes de 6 km/h sobre el agua y 10km/h sobre tierra. Use la información de la figura. Para encontrar la trayectoria a la cual el ave debe seguir para minimizar el tiempo total de vuelo entre la costa de una isla y su nido ubicado en la costa de otra isla.



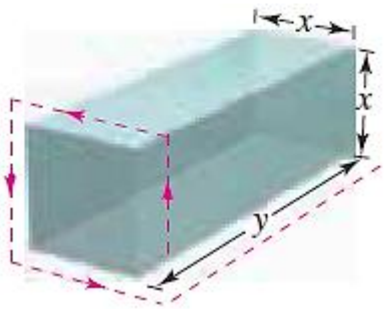
7. Un fabricante desea construir cajas cerradas de 256 cm^3 de capacidad. La base debe ser un rectángulo cuyo largo es el doble del ancho. Si se sabe que el precio del material para la base y la tapa es de S/. 3 por cm2, y para los lados es de S/. 2 por cm^2, halle las dimensiones de la caja que minimizan su costo.



8. Un campo de atletismo de 400 kilómetros de perímetro consta de un rectángulo que tiene pegado en cada uno de sus lados menores un semicírculo. Con el fin de realizar varias actividades al mismo tiempo, se pretende que el área de la parte rectangular sea la mayor posible. Halle las dimensiones del campo para tal fin.

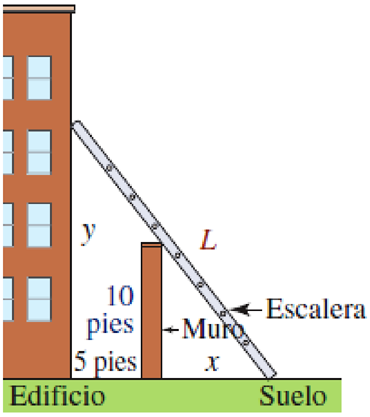
III. Bloque

1. Un paquete rectangular que se va a enviar por un servicio postal puede tener una longitud y un perímetro que tiene un máximo de 108 pulgadas. Determinar las dimensiones del paquete de volumen máximo que puede enviarse. (Suponer que la sección transversal es cuadrada.)



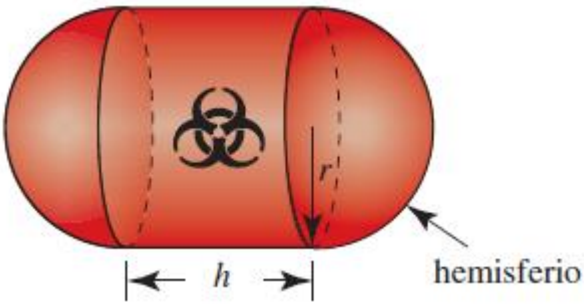
2. Se producirá un canalón transversal rectangular al doblar cantidades iguales de los extremos de una plancha de aluminio de 30 cm de ancho. ¿Cuáles son las dimensiones de la sección transversal de modo que el volumen sea máximo?

3. Un muro de 10 pies de altura está a 5 pies de un edificio, como se muestra en la figura. Encuentre la longitud L de la escalera más corta, apoyada en el muro, que llega desde el suelo hasta el edificio.

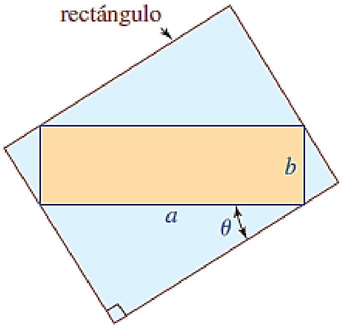


4. Un sólido se forma juntando dos hemisferios a los extremos de un cilindro circular recto. El volumen total del sólido es de 14 cm^3. Encontrar el radio del cilindro que produce el área superficial mínima.

5. Un contenedor que transporta desechos peligrosos se fabrica de plástico pesado y se forma al unir dos hemisferios a los extremos de un cilindro circular recto como se muestra en la figura. El volumen total del contenedor es de $30\pi\ pies^3$. El costo por pie cuadrado para los extremos es una vez y media el costo por pie cuadrado del plástico usado en la parte cilíndrica. Encuentre las dimensiones del contenedor de modo que su costo de producción sea mínimo.

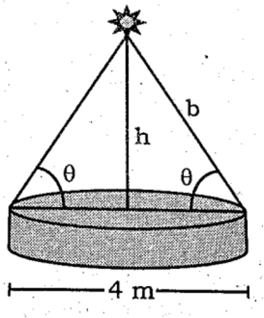


6. Encuentre las dimensiones del rectángulo de área máxima que puede circunscribirse alrededor de un rectángulo de longitud a y ancho b. (considerar a y b como constantes).

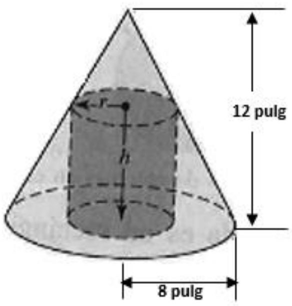


7. Una lámpara está situada sobre el centro de una mesa circular de 4 metros de diámetro. Hallas la altura h para que la iluminación I en el perímetro de la mesa sea máxima, si: (05 Pts.)

$$I = \frac{k \operatorname{sen} \theta}{b^2}, \quad k: constante$$



8. Encuentre el radio y la altura del cilindro circular recto, que posee volumen máximo que puede inscribirse en un cono circular recto de 8 pulgadas de radio y 12 pulgadas de altura.



Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 18
TEMA N° 18: Regla de L´Höpital

Sección : ....
Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....
Nombres : ....
Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de una función.

I. Bloque

A. Evaluar el límite, usando la regla de L'Höpital para encontrar el límite dado, o concluya que no existe.

1. $\lim_{x\to 1}\frac{x^a-1}{x^b-1}$	2. $\lim_{x\to 1}\frac{\ln x^2}{x^2-1}$
3. $\lim_{x\to 0^+}\frac{e^x-(x+1)}{x^n}$	4. $\lim_{x\to 1}\frac{\arctan x-\frac{\pi}{4}}{x-1}$
5. $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{e^{x/2}}$	6. $\lim_{x\to 0}\frac{1+x-e^x}{sen^2 x}$

II. Bloque

B. Describir el tipo de forma indeterminada que se obtiene por sustitución directa. Evaluar el límite, usando la regla de L'Höpital para encontrar el límite dado, o concluya que no existe.

1. $\lim_{x\to 1^+}\left(\frac{3}{\ln x}-\frac{2}{x-1}\right)$	2. $\lim_{x\to 2^+}\left(\frac{1}{x^2-4}-\frac{\sqrt{x-1}}{(x-2)(x+2)}\right)$
3. $\lim_{x\to\infty} x\ln x$	4. $\lim_{x\to 0^+} x^3 \cot x$
5. $\lim_{x\to\infty}\left(x\, sen\frac{1}{x}\right)$	6. $\lim_{x\to\infty} x^{1/4}\, sen\frac{1}{\sqrt{x}}$
7. $\lim_{x\to\infty} x\left(\cos\frac{1}{x}-e^{\frac{2}{x}}\right)$	

III. Bloque

1. Describir el tipo de forma indeterminada que se obtiene por sustitución directa. Evaluar el límite, usando la regla de L'Höpital para encontrar el límite dado, o concluya que no existe.

$$\lim_{x\to 0^+} x^{\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x\to 0^+}(e^x+x)^{\frac{2}{x}}$$

$$\lim_{x\to 1^+}(\ln x)^{x-1}$$

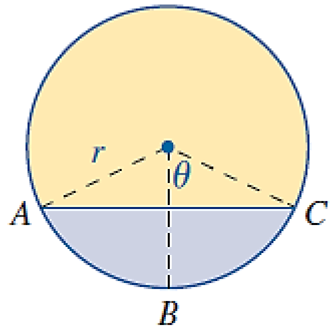
$$\lim_{x \to 0} (\operatorname{senh} x)^{\tan x}$$

$$\lim_{x \to 0^+} (1 + Sen4x)^{Cotx}$$

$$\lim_{x \to 0^+} (x + Senx)^{Tanx}$$

$$\lim_{x \to +0} (\operatorname{sen} x)^{(1-e^x)}$$

2. Considere el círculo que se muestra en la figura siguiente:
   Si el arco ABC mide 5 pulg de longitud, exprese el área A de la región sombreada como una función del ángulo indicado θ. Evalúe: $\lim_{\theta \to 0} A(\theta)$



Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

UNIDAD IV

Derivadas de Funciones Parciales

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad el estudiante será capaz de resolver ejercicios y problemas de aplicación de límites y derivadas de funciones de varias variables, utilizando propiedades de la derivada parcial.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 19
TEMA N° 19: Funciones de Varias Variables

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....
Nombres : ....
Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de las funciones de varias variables.

I. Bloque

A. Encuentre el dominio de la función dada.

1. $f(x, y) = \dfrac{xy}{x^2 + y^2}$	2. $f(x, y) = \dfrac{y^2}{y + x^2}$
3. $f(x, y) = (x^2 - 9y^2)^{-2}$	4. $f(x, y) = x^2 - y^2\sqrt{4 + y}$
5. $f(s, t) = s^3 - 2t^2 + 8st$	6. $f(u, v) = \dfrac{u}{\ln(u^2 + v^2)}$
7. $g(r, s) = e^{2r}\sqrt{s^2 - 1}$	8. $g(\theta, \phi) = \dfrac{\tan\theta + \tan\phi}{1 - \tan\theta\tan\phi}$
9. $H(u, v, w) = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2 - 16}$	10. $f(x, y, z) = \dfrac{\sqrt{25 - x^2 - y^2}}{z - 5}$

II. Bloque

A. Dibuje el dominio de la función dada.

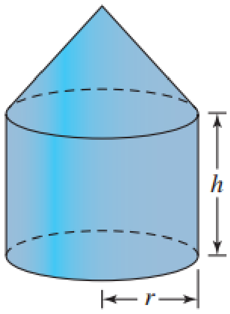
1. $f(x, y) = \sqrt{x} - \sqrt{y}$	2. $f(x, y) = \sqrt{(1 - x^2)(y^2 - 4)}$
3. $f(x, y) = \sqrt{\ln(y - x + 1)}$	4. $f(x, y) = e^{\sqrt{xy + 1}}$
5. $f(x, y) = \sqrt{36 - 4x^2 - 9y^2}$	

B. Evalué la función dada en los puntos indicados.

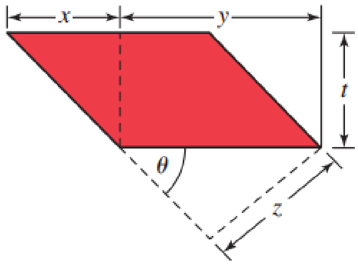
6. $f(x, y) = \displaystyle\int_x^y (2t - 1)\,dt; \quad (2, 4), (-1, 1)$	7. $f(x, y) = \ln\dfrac{x^2}{x^2 + y^2}; \quad (3, 0), (5, -5)$
8. $f(x, y, z) = (x + 2y + 3z)^2;$	

III. Bloque

1. La temperatura, presión y volumen de un gas ideal encerrado están relacionados por medio de $T = 0.01PV$, donde T, P y V se miden en kelvins, atmósferas y litros, respectivamente. Dibuje las isométricas T=300k, 400K y 600K.
2. Exprese la altura de una caja rectangular con una base cuadrada como una función del volumen y de la longitud de un lado de la caja.
3. Una lata de refresco se construye con un costado lateral de estaño y una tapa y fondo de aluminio. Dado que el costo es de 1.8 centavos por unidad cuadrada de la tapa, 1 centavo por unidad cuadrado del fondo y 2.3 centavos por unidad cuadrada del costado, determinar la función de costo $C(r,h)$, donde r es el radio de la lata y h es su altura.
4. Como se muestra en la figura, una tapa cónica descansa sobre la parte superior de un cilindro circular. Si la altura de la tapa es dos tercios de la altura del cilindro, exprese el volumen del sólido como una función de las variables indicadas.



5. A menudo una muestra de tejido es un cilindro que se corta oblicuamente, como se muestra en la figura. Exprese el espesor t del corte como una función de x, y y z.



6. En medicina a menudo se emplean fórmulas para el área de la superficie para calibrar dosis de fármacos, puesto que se supone que la dosis del fármaco D y el área de la superficie S son directamente proporcionales. La siguiente función simple puede utilizarse para obtener una estimación rápida del área superficial del cuerpo de un humano: $S = 2ht$, donde h es la altura (en cm) y t es la máxima circunferencia de músculo (en cm) estime el área de la superficie de una persona de 156 cm de altura con na circunferencia de músculo máxima de 50 cm estime su propia área superficial.

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 20
TEMA N° 20: Límites Varias Variables

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de los límites de varias variables.

I. Bloque

A. Evalué el límite dado, si existe.

1. $\lim_{(x,y)\to(5,-1)} (x^2 + y^2)$	2. $\lim_{(x,y)\to(1,2)} \dfrac{4x^2 + y^2}{16x^4 + y^4}$
3. $\lim_{(x,y)\to(1,1)} \dfrac{4 - x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$	4. $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{6xy^2}{x^2 + y^4}$
5. $\lim_{(x,y)\to(1,2)} x^3y^2(x + y)^3$	6. $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{e^{xy}}{x + y + 1}$
7. $\lim_{(x,y)\to(\pi,\pi/4)} \cos(3x + y)$	8. $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2 - 3y + 1}{x + 5y - 3}$
9. $\lim_{(x,y)\to(1,0)} \dfrac{x^2y}{x^3 + y^3}$	10. $\lim_{(x,y)\to(0,3)} \dfrac{xy - 3y}{x^2 + y^2 - 6y + 9}$

II. Bloque

A. Determine donde es continua la función.

1. $f(x,y) = \sqrt{x}\cos\sqrt{x+y}$	2. $f(x,y) = y^2e^{1/xy}$
3. $f(x,y) = \tan\dfrac{x}{y}$	4. $f(x,y) = \ln(4x^2 + 9y^2 + 36)$

B. Determine si la función indicada es continua dados en el plano xy.

5. $f(x,y) = \begin{cases} x + y, & x \geq 2 \\ 0, & x < 2 \end{cases}$ $\quad x^2 + y^2 <$	6. $f(x,y) = \begin{cases} x + y, & x \geq 2 \\ 0, & x < 2 \end{cases}$ $\quad x \geq$
7. $f(x,y) = \begin{cases} x + y, & x \geq 2 \\ 0, & x < 2 \end{cases}$ $\quad y > x$	

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 21
TEMA N° 21: Derivada de Funciones de Varias Variables
Derivadas Parciales de Primer Orden

Sección : ………………………………………………………

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ………………………………………………………
Nombres : ………………………………………………………
Fecha : …../…../2016 Duración: Indic. Tiempo
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de funciones de varias variables.

I. Bloque

A. Para cada una de las siguientes funciones, calcule todas las derivadas parciales de primer orden.

1.1) $z = x^2 - x + y^2,\ \ f_y(a,b)$;

1.2) $z = -x^2 - 3\ln y + 4$;

1.3) $f(x,y) = 2x - x^2 y + xy^2$;

1.4) $z = \dfrac{x}{y} - 2xy^2$;

1.5) $z = xye^{xy}$;

1.6) $g(x,y) = \sqrt{x^4 - y^2}\ ,\ \ f_y(a,b)$

1.7) $z = -\dfrac{y}{x-1}$;

1.8) $h(x,y) = \sqrt[3]{y}(1-x)$;

1.9) $f(x,y) = \dfrac{x}{e^{x/y}}$;

1.10) $z = \ln(x - e^x y)$;

1.11) $z = e^{-x-3y}(2-y)$;

1.12) $z = xy\sqrt{x^2 + y^2}$;

1.13) $z = -x^2 - 3\ln y + 4$;

1.14) $f(x,y,z) = 2xz - x^2 y + xy^2$;

1.15) $f(u,v,w) = \dfrac{u+1}{uv^2} - 2u^2 w$;

1.16) $f(x,y,z) = xye^{xyz}$;

II. Bloque

B. En los ejercicios evalúe las derivadas parciales indicadas.

2.1) $f(x,y) = x^2 - xy^2 + y^3\ ,\ \ f_y(2,-7)$;

2.2) $z = -(y+2)^2 - x\ln(y^2+1) + 7$; $\left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right|_{(x,y)=(2,0)}$

2.3) $z = ye^{3x} + \dfrac{x}{y}$, $\left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right|_{(x,y)=(0,1)}$

2.4) $z = \dfrac{x}{y} - 2xy^2$, $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{(x,y)=(-1,2)}$

2.5) $f(x,y) = xye^{xy}$, $f_x(2,1)$ $f_y(2,1)$

2.6) $g(x,y) = x\sqrt{3x+y^2}$, $\left.\dfrac{\partial g}{\partial y}\right|_{(x,y)=(1,-1)}$

2.7) $f(x,y,z) = \dfrac{e^{2y+3x}}{z}$, $f_x(2,1,-1)$ $f_z(2,1,3)$

III. Bloque

3.1. Una compañía elabora dos tipos de celulares, el básico y el sofisticado. La función de costos conjuntos está dada por:

$$C(x,y) = 0.1x^2 + 0.5y^2 + 4xy + 2000$$

donde x es el número de celulares básicos y y el número de celulares sofisticados a producir.

a) Encuentre los costos marginales cuando se producen 500 celulares del tipo básico y 100 del otro tipo.
b) Interprete sus resultados

3.2. Si la función de costos conjunto de una fábrica que elabora dos productos X y Y está dada por:

$$C(x,y) = y^2 + 40xy + 5x + 400$$

donde x el número de artículos de tipo X y y el número de artículos tipo Y.

a) Encuentre el costo marginal con respecto a y si se producen 4 artículos de tipo X y 7 de tipo Y.
b) Interprete sus resultados.

3.3. La función de producción de un producto elaborado por cierta empresa está dada por:

$$P(K,L) = 10K^{0.4}L^{0.6}$$

unidades, donde L es el tamaño de la fuerza laboral medido en horas-trabajador por semana y K es el monto de capital invertido por semana en UM.

a) Determine las productividades marginales cuando K=100 y L=500.
b) Interprete sus resultados

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 22
TEMA N° 22: Pendientes de Recta Tangente

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de funciones de varias variables.

I. Bloque

A. Determinar las pendientes de las siguientes funciones de varias variables:

1.1 Determine la pendiente de la recta tangente en: $(1,-1,4)$ en el plano $x=1$.

1.2 Determine la pendiente de la recta tangente en: $(1,-1,4)$ en el plano $y=-1$.

1.3 Suponga que:

$$f(x,y)=\frac{18xy}{x+y}$$

a) Determine las ecuaciones paramétricas para la recta tangente en $(-1,4,-24)$ en el plano $x=-1$.
b) Encuentre ecuaciones simétricas para la recta tangente en $(-1,4,-24)$ en el plano $y=4$.

1.4 Suponga que:

$$z=\sqrt{9-x^2-y^2}$$

a) ¿A qué tasa está cambiando z con respecto a x en el plano y=2 en el punto (2, 2, 1)?
b) ¿A qué tasa está cambiando z con respecto a y en el plano $x=\sqrt{2}$ en el punto $(\sqrt{2},\sqrt{3},2)$?

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 23
TEMA N° 23: Derivadas Parciales de Orden Superior y Mixto

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de funciones de varias variables.

I. Bloque

A. Encuentre la derivada parcial indicada.

1. $z = e^{xy}, \quad \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$	2. $z = x^4 y^{-2}, \quad \dfrac{\partial^3 z}{\partial x^3}$
3. $f(x,y) = 5x^2y^2 - 2xy^3, \quad f_{xy}$	4. $f(p,q) = \dfrac{\ln(p+q)}{q^2}, \quad f_{qp}$
5. $w = u^2v^3t^3 \quad w_{tuv}$	6. $w = \dfrac{\cos(u^2v)}{t^3} \ ; \quad w_{vvt}$
7. $F(r,\theta) = e^{r^2}\cos\theta, \quad F_{r\theta r}$	8. $H(s,t) = \dfrac{s+t}{s-t}, \quad H_{tts}$

B. Verificar que las derivadas parciales indicadas son iguales:

$z = x^6 - 5x^4y^3 + 4xy^2 \ ; \ \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$	$z = \tan^{-1}(2xy) \ ; \ \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$

$W = u^3v^4 - 4u^2v^2t^3 + v^2t \ ; \ W_{uvt} \ , \ W_{tvu} \ , \ W_{vut}$

$W = (u^2+v^2+t)^2 \ ; \ W_{uvt} \ , \ W_{tvu} \ , \ W_{vut}$

II. Bloque

A. En los problemas, encuentre las derivadas parciales indicadas.

1. $f(x,y,z) = sen(3x+yz) \ ; \quad f_{xxyz}$	2. $f(x,y,z) = e^{xyz^2} \ ; \quad f_{xxx}; \ f_{xyz}$
3. $u = e^{r\theta} sen\theta \ ; \ \dfrac{\partial^3 u}{\partial r^2 \partial \theta}$	

B. Calcule todas las derivadas de segundo orden incluyendo las parciales cruzadas.

1.1) $z = x + 3xy - y^2$; **1.2)** $f(t,s) = t^3 - st^2 - 4s^2t$; **1.3)** $g(x,y) = \ln(x^2 + y^2)$;

1.4) $z = \dfrac{2y}{1-x}$; **1.5)** $z = \sqrt{\dfrac{x}{y+2}}$; **1.6)** $f(x,y,z) = \ln x + y^2 - \dfrac{1}{z}$;

1.7) $f(x,y) = xye^{2x}$; **1.8)** $g(u,v) = -e^{3uv}$

C. Calcule y evalúe la derivada parcial indicada.

2.1) $f(x,y) = x^2$, $f_{yx}(2,1)$; **2.2)** $z = y(x+2)^2$; $z_{yy}(2,1)$

2.3) $z = ye^{3y} + \dfrac{x}{y}$, $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}\right|_{(x,y)=(-1,1)}$; **2.4)** $z = \dfrac{x\ln(y^3-1)}{y+1} - 2xy^2$, $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right|_{(x,y)=(1,2)}$;

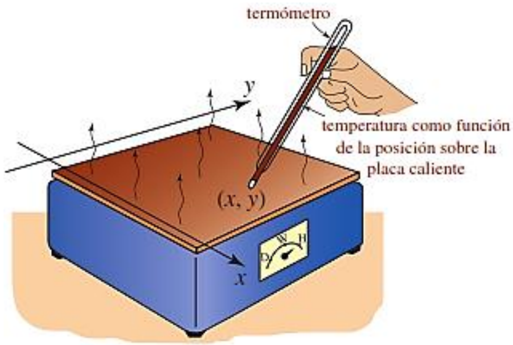
2.5) $f(x,y) = xe^{-y}$, $f_{xy}(2,1)$, $f_{yx}(2,1)$;

2.6) $g(x,y,z) = xyz^2 - x^2yz$, $g_{zz}(1,2,0)$; $g_{xy}(1,-1,2)$; $g_{yy}(6,8,1)$;

2.7) $f(x,y,z) = e^{2y+3x}/z$, $f_{xxx}(2,1,-1)$, $f_{zxx}(2,1,3)$; **2.8)** $h(s,t,u) = (s+2t+3u)^4$, $h_{tt}(1,-1,1)$, $h_{ut}(1,-1,0)$

III. Bloque

En los problemas 3.1 y 3.2 verifique que la distribución de temperatura indicada satisface la **ecuación de Laplace** en dos dimensiones $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$. Una solución $u(x,y)$ puede interpretarse como la distribución de temperatura independiente del tiempo a través de una delgada placa bidimensional. Vea la figura.



3.1 $u(x,y) = (\cosh 2\pi y + \operatorname{senh} 2\pi y)\operatorname{sen} 2\pi x$

3.2 $u(x,y) = e^{-(n\pi x/L)} sen(n\pi y/L)$, n y L constantes

En los problemas 3.3 y 3.4 verifique que la función dada satisface la **ecuación de Laplace** en tres dimensiones $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$

3.3 $u(x,y,z) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

3.4 $u(x,y,z)=e^{\sqrt{m^2+n^2}x}\cos my\, sennz$

3.5 verifique que la función dada $u(x,t)=\cos(x+at)+sen(x-at)$, satisface la ecuación de onda unidimensional $a^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}$

3.6 La concentración molecular $C(x,\, t)$ de un líquido está dada por $C(x,t)=t^{-1/2}e^{-x^2/kt}$. Verifique que esta función satisface la ecuación de difusión unidimensional $\dfrac{k}{4}\dfrac{\partial^2 C}{\partial x^2}=\dfrac{\partial C}{\partial t}$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 24
TEMA N° 24: Derivada Parcial Implícita

Sección : …………………………………………………	Apellidos : …………………………………………………
Docente : Escribir el nombre del docente	Nombres : …………………………………………………
	Fecha : …../…../2016 Duración: Indic. Tiempo
	Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de funciones de varias variables.

I. Bloque

A. Encuentre la derivada parcial indicada.

1. $x^3 - 2x^2y^2 + y = 1;\ \dfrac{\partial y}{\partial x}$	2. $\cos(xy) = 1 + seny\ ;\ \dfrac{\partial y}{\partial x}$
3. $\tan^{-1}(x^2y) = x + xy^2\ ;\ \dfrac{\partial y}{\partial x}$	4. $e^y senx = x + xy\ ;\ \dfrac{\partial y}{\partial x}$
5. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$; $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial x}$	6. $z = \ln(xyz)$; $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial x}$
7. $xy^2z^3 + x^2 - y^2 = 5z^2$; $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial x}$	8. $yz + x\ln y = z^2$; $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial x}$
9. $x^{2/3} + y^{2/3} + z^{2/3} = a^{2/3}$; $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial x}$	10. $e^z = xyz$; $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial x}$

II. Bloque

A. Suponga que la ecuación dada define a z como una función de las dos variables restantes. Emplee diferenciación implícita para encontrar las primeras derivadas parciales.

1. $x^2 + y^2 + z^2 = 25$	2. $z^2 = x^2 + y^2z$
3. $z^2 + u^2v^3 - uvz = 0$	4. $se^z - e^{st} + 4s^3t = z$

5. Halla $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, donde $x\cos y + y\cos z + z\cos x$

6. La ecuación $sen(x+y+z) + senxz = 1$ define z como una función de x y y, determina $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial x}$

7. Calcule $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, si z se define implícitamente como una función de x y y mediante la ecuación $x^3 + y^3 + z^3 + 6xyz = 1$

8. Halla $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial x}$ de la ecuación $x\log y + \frac{2e^{y^2+z}}{x} - \frac{x}{z^2} = -1$ en el punto $(2,1,-1)$

III. Bloque

3.1 Sea la curva $C: x^3 + xy^2 + x^3y^5 - 3 = 0$. ¿Cuál es el valor de la pendiente de la recta tangente a C en (1, 1)?

3.2 La siguiente ecuación explica la relación que se da en una reacción química entre tres sustancias $x, y \wedge z$:

$$\frac{x^2z + e^{xy}}{xz} = \frac{3}{2}$$

En el instante en que $x = 1,\ y = 0,\ z = 2$, calcula las derivadas parciales de x con respecto a $y \wedge z$

3.3 Sea la ecuación con tres indeterminadas x2+y2+z2+ 2 x y z -1 = 0. En ella podemos considerar que z=f(x,y) se encuentra en forma implícita. Dado el punto Po (-1,-1,-1) que pertenece a la gráfica de la ecuación, calcular las dos derivadas primeras, y las tres derivadas segundas para los puntos del entorno de ese Po.

3.4 Dada $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + xy + 2z - 1,$

a) Determina si $F(x, y, z) = 0$, define en el punto $P(0,-1,0)$ a z como función implícita de $x \wedge y$, es decir $z = f(x, y)$

b) Encuentre las derivadas parciales de primer y segundo orden de la función $z = f(x, y)$ en el punto $(0,-1)$

c) Halla en $(0,-1)$ el valor de ∂z y $\partial^2 z$ cuando $\partial x = \partial y = 0.2$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 25
TEMA N° 25: Regla de Cadena para funciones de varias variables

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de funciones de varias variables.

I. Bloque

En los problemas 1.1 a 1.10, encuentre la derivada parcial indicada, aplicando la regla de la cadena.

1.1. $z = x^2y^3,\ x = s\cos t,\ y = s\,sen t;\quad \frac{\partial z}{\partial s}$ y $\frac{\partial z}{\partial t}$

1.2. $z = arcsen(x-y),\ x = s^2+t^2,\ y = 1-2st;\quad \frac{\partial z}{\partial s}$ y $\frac{\partial z}{\partial t}$

1.3. $z = e^{x+2y},\ x = s/t,\ \ y = t/s\ ;\quad \frac{\partial z}{\partial s}$ y $\frac{\partial z}{\partial t}$

1.4. $z = x^2\cos 4y,\ x = u^2v^3,\ y = u^3+v^3;\quad \frac{\partial z}{\partial u}$ y $\frac{\partial z}{\partial v}$

1.5. $w = \tan^{-1}\sqrt{uv},\ \ u = r^2-s^2,\ \ v = r^2s^2;\quad \frac{\partial w}{\partial r}$ y $\frac{\partial w}{\partial s}$;

1.6. $R = rs^2t^4,\ \ r = ue^{v^2},\ \ s = ve^{-u^2},\ t = e^{u^2v^2};\quad \frac{\partial R}{\partial u}$ y $\frac{\partial r}{\partial v}$;

1.7. $Q = \ln(pqr),\ \ p = t^2sen^{-1}x,\ \ q = \frac{x}{t^2},\ r = \tan^{-1}\frac{x}{t}\ ;\quad \frac{\partial Q}{\partial x}$ y $\frac{\partial Q}{\partial t}$;

1.8. $w = \sqrt{x^2+y^2},\ \ x = \ln(rs+tu),\ \ y = \frac{t}{u}\cosh rs\ ;\quad \frac{\partial w}{\partial t},\ \frac{\partial w}{\partial r}$ y $\frac{\partial w}{\partial u}$;

1.9. $u = \frac{x-y}{1+xy},\ \ x = \tan s,\ \ y = \tan t\ ;\quad \frac{\partial u}{\partial s}$ y $\frac{\partial u}{\partial t}$

1.10. $z = e^x seny,\ \ x = st^2,\ \ y = s^2t\ ;\quad \frac{\partial z}{\partial s}$ y $\frac{\partial z}{\partial t}$;

II. Bloque

En los problemas 2.1 a 2.4, mediante un diagrama de árbol, escriba la regla de la cadena para el caso dado. Suponga que todas las funciones son derivables

2.1. $u = f(x,y)$, donde $x = x(r,s,t)$, $y = y(r,s,t)$

2.2. $R = f(x,y,z,t)$, donde $x = x(u,v,w)$, $y = y(u,v,w)$, $z = z(u,v,w)$, $t = t(u,v,w)$

2.3. $w = f(r,s,t)$, donde $r = r(x,y)$, $s = s(x,y)$, $t = t(x,y)$

2.4. $t = f(u,v,w)$, donde $u = u(p,q,r,s)$, $v = v(p,q,r,s)$, $w = w(p,q,r,s)$

En los problemas del 2.5 a 2.8, use la regla de la cadena para calcular las derivadas parciales que se indican.

2.5. $T = \dfrac{v}{2u+v}$, $u = pq\sqrt{r}$, $v = p\sqrt{qr}$

$\dfrac{\partial T}{\partial p}, \dfrac{\partial T}{\partial q}$ y $\dfrac{\partial T}{\partial r}$ donde: $p = 2,\ q = 1,\ r = 4$

2.6. $\dfrac{\partial w}{\partial r}$ y $\dfrac{\partial w}{\partial \theta}$ donde: $r = 2,\ \theta = \pi/2$

$w = xy + yz + zx$, $x = r\cos\theta$, $y = rsen\theta$, $z = r\theta$

2.7. $P = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$, $u = ex^y$, $v = ye^x$, $w = e^{xy}$

$\dfrac{\partial P}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial P}{\partial y}$ donde: $x = 0,\ y = 2$

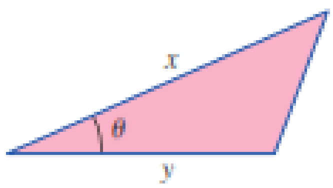
2.8. $u = xe^{ty}$, $x = \alpha^2\beta$, $y = \beta^2\gamma$, $t = y^2\alpha$

$\dfrac{\partial u}{\partial \alpha}$, $\dfrac{\partial u}{\partial \beta}$ y $\dfrac{\partial u}{\partial \gamma}$ donde: $\alpha = -1,\ \beta = 2,\ \gamma = 1$

III. Bloque

3.1. El voltaje en los extremos de un conductor aumenta a una tasa de 2 volts/min y la resistencia disminuye a razón de 1 ohm/min. Emplee $I = E/R$ y la regla de la cadena para calcular la tasa a la cual la corriente que circula por el conducto está cambiando cuando $R = 50$ohms y $E = 60$volts.

3.2. La longitud del lado marcado x del triángulo de la figura aumenta a una tasa de 0.3cm/s el lado marcado y crece a una tasa de 0.5cm/s y el ángulo inclinado θ aumenta a una tasa de 0.1rad/s. emplee la regla de la cadena para determinar la tasa a la cual el área del triángulo está cambiando en el instante $x = 10cm$, $y = 8cm$, $\theta = \pi/6$



3.3. La ecuación de estado de Van de Waals para un gas real CO_2 es

$$P = \frac{0.08T}{V - 0.0427} - \frac{3.6}{V^2}$$

Si dT/dt y dV/dt son las tasa a las cuales cambian, respectivamente, la temperatura y el volumen, utilice la regla de la cadena para determinar dP/dt

3.4. Un bebé crece a una tasa de 2 pul/año y gana peso a una tasa de 4.2lb/año. Utilice $S = 0.1091w^{0.425}h^{0.725}$ y la regla de la cadena para determinar la tasa a la cual el área superficial del bebé está cambiando cuando éste pesa 25lb y mide 29 pulg de altura.

3.5. Una partícula se mueve en el espacio tridimensional, de manera que sus coordenadas en cualquier tiempo son $x = 4\cos t,\ y = 4\operatorname{sen} t,\ \ z = 5t,\ t \geq 0$. Emplee la regla de la cadena para encontrar la tasa a la cual su distancia $w = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ a partir del origen está cambiando en $t = 5\pi/2$ segundos.

3.6. Si $g(s,t) = f(s^2 - t^2, t^2 - s^2)$ y f es derivable, demuestre que g satisface la ecuación $t\dfrac{\partial g}{\partial s} + s\dfrac{\partial g}{\partial t} = 0$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 26
TEMA N° 26: Derivadas Parciales con tres variables

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de funciones de varias variables.

I. Bloque

A. Obtenga las derivadas parciales de primer orden de las siguientes funciones.

1. $f(x,y)=x^2-3xy-y^3x^3$
2. $f(x,y)=\dfrac{3x}{2y}$
3. $f(x,y,z)=\sqrt{x^2-y^2+z^2}$
4. $f(x,y,z)=x^2y+y^2z+z^2x$
5. $f(x,y,z)=\left(x^y\right)^z+\left(x^z\right)^y+\left(y^z\right)^x+\left(y^x\right)^z+\left(z^y\right)^x+\left(z^x\right)^y$
6. $f(x,y)=arcsen\left(\dfrac{y}{x}\right)-\arccos\left(\dfrac{x}{y}\right)$
7. $f(x,y,z)=\ln\left(e^{x^2y^2z^2}e^{xyz}\right)-e^{\sqrt{2\ln 4}}$
8. $f(x,y)=3\sqrt{sen\left(\dfrac{xyz}{y^2z^{-1}}\right)}$
9. $f(m,n)=(m+1)^n(n+1)^m$
10. $f(x,y)=\arctan\left(\dfrac{2xy}{x^2-y^2}\right)$

II. Bloque

B. En los siguientes ejercicios determina las derivadas parciales para la función en el punto indicado.

1. Si $f(x,y)=sen\left(\dfrac{x}{1+y}\right)$, halla las expresiones de $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial f}{\partial y}$.
2. $f(x,y)=xe^y+3y$, evalúe en el punto (1,0).

3. $f(x,y)=\sqrt{2x+3y}$, evalúe en el punto (2,4).
4. $f(x,y)=sen(y-x)$, evalúe en el punto (3,3).
5. $f(x,y)=x^2-xy+2y^2$, evalúe en el punto (0,1).
6. $f(x,y)=e^{sen\left(y/x\right)}$, evalúe en el punto (1,1).
7. $f(x,y)=e^{sen(x+y)}$, evalúe en el punto (1,1).
8. $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$, evalúe en el punto (2,-1).

III. Bloque

1. Calcula las de derivadas parciales de primer orden de la función $z=z(x,y)$ definidas implícitamente por $yz^4+x^2z^3-e^{xyz}=0$. Particularizar para el punto $(x,y)=(1\ ,\ 0)$.
2. Calcula las de derivadas parciales de primer orden de la función $z=z(x,y)$ definidas implícitamente por $z^3+ze^x+\cos y=0$.
3. Calcula las de derivadas parciales de primer orden de la función $z=z(x,y)$ definidas implícitamente por $3x^2y^2+2z^2xy-2zx^3+4zy^3-4=0$. En el punto $(2,\ 1)$ siendo $z(2,\ 1)=2$.
4. Calcula todas las derivadas de segundo orden incluyendo las parciales totales.

   a) $z=x+3xy-y^2$
   b) $f(t,s)=t^3-st^2-4s^2t$
   c) $f(x\ ,y,\ z)=\ln x+y^2-\dfrac{1}{z}$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 27
TEMA N° 27: Extremos de funciones multivariable

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....

Nombres : ....

Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo

Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de funciones de varias variables.

I. Bloque

A. Halla los extremos relativos e identifíquelos, para cada una de las funciones:

1. $f(x,y)=x^3-2y^2-2y^4+3x^2y$	2. $f(x,y)=x^4+y^4-2x^2+4xy-2y^2$
3. $f(x,y)=\frac{8}{x}+\frac{x}{y}+y$	4. $f(x,y)=xy\,e^{-x^2-y^2}$
5. $f(x,y)=x^3y^2(6-x-y)$	6. $f(x,y)=x^2+xy+y^2-2x-y$
7. $f(x,y)=e^{x-y}(x^2-2y^2)$	8. $f(x,y)=(x-1)^2+2y^2$
9. $f(x,y)=3xy-x^2y-xy^2$	10. $f(x,y)=\frac{-4x}{x^2+y^2+1}$

II. Bloque

A. Calcule en los ejercicios 1 y 2 los valores máximos y mínimos absolutos de f sobre el conjunto D.

1. $f(x,y)=5-3x+4y$, D es una región triangular cerrada, con vértices (0,0); (4,0) y (4,5).
2. $f(x,y)=x^2+2xy+3y^2$, D es una región triangular cerrada, con vértices (-1,1); (2,1) y (-1,-2).
3. ¿Cuál es el área máxima que puede tener un rectángulo si la longitud de su diagonal es 4
4. ¿Cuáles son los valores máximos y mínimos que puede tener una la función $f(x,y)=x^2+2y^2$, sobre el círculo $x^2+y^2=1$?

B. Halla en las funciones del 5 al 7 todos los puntos críticos, si poseen:

5. $f(x,y)=\ln[2+sen(xy)]$
6. $g(x,y)=x^2+y^2+3xy+10$
7. $h(x,y)=x^5y+xy^5+xy$

8. Encuentra los extremos absolutos de la función $f(x,y)=xy^2$ en el conjunto:
$$A=\left\{(x\ ,\ y)\in IR\,/\,x^2+y^2\le 4,\ x\ge -\frac{5}{3}\right\}$$

III. Bloque

A. Determina, si existen, los extremos de las siguientes funciones e indica qué tipo de extremo es:

1. $f(x,y)=x^3+y^2-3xy+y-5$
2. $f(p,q)=pq-\dfrac{1}{p}-\dfrac{1}{q}$
3. $f(K,L)=K^{1/3}L^{2/3}$
4. $f(x,y)=e^{x+y}$
5. $f(x,y)=4xe^{3y}$
6. $f(K,L)=4K^{1/4}L^{1/2}-L-2K$ con $D_f=\{(K,L)\in R^2\,/\,K>0\wedge L>0\}$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

PRÁCTICA DE CÁLCULO I N° 28
TEMA N° 28: Multiplicadores de Lagrange

Sección : ....

Docente : Escribir el nombre del docente

Apellidos : ....
Nombres : ....
Fecha : ...../...../2016 Duración: Indic. Tiempo
Tipo de Práctica: Individual ( ) Grupal ( )

INSTRUCCIONES: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios en forma ordenada y con buena caligrafía, utilizando las propiedades de la derivada de funciones de varias variables.

I. Bloque

A. Utilice los multiplicadores de Lagrange para encontrar los extremos condicionados de las siguientes funciones con sus respectivas restricciones

1. $f(x, y) = 4x^2 + 2y^2 + 5$, con la restricción $x^2 + y^2 = 24$.
2. $f(x, y) = x^2y$ con la restricción $x^2 + 8y^2 - 24$.
3. $f(x, y) = 4xy$, con la restricción $x^2 + y^2 = 4$.
4. $f(x, y) = x + 2y$, con la restricción $x^2 + y^2 = 5$.
5. $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$, con la restricción $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.
6. $f(x,y,z) = xyz$, con la restricción $x + y + z = 5$ y $xy + yz + zx = 8$.
7. $f(x, y) = \cos^2 x + \cos^2 y$, con la restricción $y - x = \frac{\pi}{4}$.
8. $f(x, y) = e^{xy}$, con la restricción $x^2 + y^2 = 8$.
9. $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, con la restricción $2x + 4y = 15$.
10. Halla el valor máximo de $f(x, y) = 4xy$ donde $x > 0$ y $y > 0$, sujeto a la restricción o ligadura $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

II. Bloque

1. ¿Cuál es el área máxima que puede tener un rectángulo si la longitud de su diagonal es 4?
2. ¿Cuáles son los valores máximos y mínimos que puede tener una la función $f(x, y) = x^2 + 2y^2$, sobre el círculo $x^2 + y^2 = 1$?
3. Determine las dimensiones de un cilindro circular recto con **volumen máximo** si el área de su superficie es de 24π (unidades de longitud cuadradas).
4. Se desea fabricar una caja de cartón donde el material de los lados y la tapa es de Bs 1/metro cuadrado y el costo del material del fondo es de Bs 3/ metro

cuadrado. Determine las dimensiones que debe tener la caja para que su volumen sea de 2 metros cúbicos y su costo sea ***mínimo.***

5. El material para el fondo de una caja rectangular cuesta el triple por metro cuadrado que el material para los lados y la tapa. Determine la **máxima** capacidad (volumen) que la caja puede tener si la cantidad total de dinero a gastar es de 6 bolívares y el material del fondo cuesta Bs 0.90/metro cuadrado.
6. Determine las dimensiones de una caja rectangular con la capacidad máxima, es decir con el máximo volumen, si el área de la superficie total será 64 cm. cuadrados.
7. Determine cuál es la distancia más corta entre el plano cuya ecuación es $x+2y+3z=12$ y el punto origen del sistema $\Re^3$.
8. Determine la mínima distancia entre el origen y la superficie $x^2y-z^2+9=0$.

III. Bloque

1. Determine las dimensiones de una caja rectangular de volumen 2 m^3 para que la suma de las longitudes de las aristas sea mínima.
2. Determine las dimensiones de una caja rectangular de volumen máximo si la superficie total deberá ser 220 cm^2.
3. Se desea fabricar una caja donde el costo del material para los lados y la tapa es de $\$1,2/m^2$ y el costo de la parte inferior es de $\$2,4/m^2$. determine las dimensiones de la caja con volumen 2 m^3.
4. El material para la fabricación del fondo de una caja rectangular cuesta el doble por cada metro cuadrado que el material para los lados y la tapa. Determina la máxima capacidad que puede tener la caja si la cantidad total de dinero disponible es de 6 euros y el material del fondo cuesta 0,80 euros por metro cuadrado.
5. Determine cuál es el punto del plano $2x+4y+6z=12$ que es más cercano al origen ¿Cuál es la distancia más corta?
6. Un tanque metálico rectangular sin tapa debe contener 4,2 m^3 de líquido. ¿Cuáles son las dimensiones del tanque que requieren menos material para su construcción?

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LARSON R., EDWARDS B.H. Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1
- ZILL D.G y WRIGHT W.S. Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515/ Z77.

REFERENICAS BIBLIOGRÁFICAS

Bibliografía Básica

- **LARSON R., EDWARDS B.H.** Cálculo. Décima edición. México: CENGAGE Learning. 2014. 680 p. Código de la Biblioteca UC: 515 – L26- 2016 – V1

Bibliografía Complementaria

- **ANTON.** Cálculo de una Variable. Trascendentes Tempranas. Segunda edición. México: Limusa. 2009.
- **LEITHOLD.** El Cálculo. 33 Reimpresión. México: Editorial Oxford/Harla. 2013. 1360 p. Código de la biblioteca UC: 515.1 L42
- **ZILL D.G y WRIGHT W.S.** Cálculo de una Variable: Transcendentes Tempranas. Cuarta edición. China: Mc Graw Hill. 2011. 546 p. Código de la biblioteca UC: 515 / Z77

Recursos Digitales

- http://personales.unican.es/gonzaleof/Ciencias_1/LimiContiC1.pdf
- http://sauce.pntic.mec.es/~jpeo0002/Archivos/PDF/T09.pdf
- https://www.google.com.pe/?gws_rd=ssl#q=limites+de+una+funcion&tbm=vid
- https://www.google.com.pe/?gws_rd=ssl#tbm=vid&q=derivada+de+una+funcion
- http://www.ciens.ula.ve/matematica/publicaciones/guias/servicio_docente/2009/texto21/derivada_marzo2009.pdf
- http://cipri.info/resources/MCS2_T05-DERIVADAS_APLICACIONES.pdf
- http://cipri.info/resources/MCS2_T05-DERIVADAS_APLICACIONES.pdf
- http://dme.ufro.cl/clinicamatematica/images/Libros/Calculo/Leithold%20-%20El%20Calculo%20-%20espa%C3%B1ol%20-%207a.Ed..pdf
- http://edumatth.weebly.com/caacutelculo-multivariado.html
- http://mat.izt.uam.mx/mat/documentos/notas%20de%20clase/partei.pdf
- http://www.youtube.com/watch?v=P8QHsN-dS1s
- http://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/Libros/SUPERIOR/WMora-ITCR-CalculoVariasVariables.pdf