



Universidad
Continental

Matemática I

Guía de Trabajo



Visión

Ser una de las 10 mejores universidades privadas del Perú al año 2020, reconocidos por nuestra excelencia académica y vocación de servicio, líderes en formación integral, con perspectiva global; promoviendo la competitividad del país.

MISIÓN

Somos una universidad privada, innovadora y comprometida con el desarrollo del Perú, que se dedica a formar personas competentes, íntegras y emprendedoras, con visión internacional; para que se conviertan en ciudadanos responsables e impulsen el desarrollo de sus comunidades, impartiendo experiencias de aprendizaje vivificantes e inspiradoras; y generando una alta valoración mutua entre todos los grupos de interés.

Universidad Continental

Material publicado con fines de estudio

Código: UC0564

2017



Presentación

La Asignatura de Matemática I está diseñada para desarrollar en el estudiante habilidades y competencias básicas que le permitan interpretar diversos tipos de información para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.

Los contenidos en el presente material de trabajo se dividen en 4 unidades didácticas:

- Ecuaciones e inecuaciones
- Funciones
- Rectas, parábolas y sistemas de ecuaciones
- Funciones exponencial y logarítmica

El éxito en el manejo de este material exige primero la comprensión plena de conceptos, definiciones y terminologías desarrolladas en las clases teóricas, en las cuales se podrán utilizar estas prácticas para reforzar el trabajo cooperativo y la formación de círculos de estudio.

Se recomienda resolver la totalidad de ejercicios y problemas ya que éstos son tomados como modelo para la elaboración de prácticas calificadas y pruebas de desarrollo.

Finalmente, agradecemos a los docentes de Matemática I, quienes trabajaron en la elaboración del presente material a través de sus aportes y sugerencias.

Los autores



ÍNDICE

	Pág.
PRESENTACIÓN	
ÍNDICE	
PRIMERA UNIDAD: Ecuaciones e inecuaciones	
Práctica N° 1: Ecuaciones lineales	5
Práctica N° 2: Ecuaciones que conducen a ecuaciones lineales	7
Práctica N° 3: Ecuaciones cuadráticas	9
Práctica N° 4: Ecuaciones que conducen a ecuaciones cuadráticas	10
Práctica N° 5: Aplicaciones con ecuaciones	11
Práctica N° 6: Inecuaciones lineales y sus aplicaciones	16
Práctica N° 7: Ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto	20
SEGUNDA UNIDAD: Funciones	
Práctica N° 8: Funciones	22
Práctica N° 9: Aplicaciones de las funciones	24
Práctica N° 10: Gráfica de funciones	28
Práctica N° 11: Gráfica de una función definida por partes y sus aplicaciones	30
Práctica N° 12: Traslaciones y reflexiones	34
TERCERA UNIDAD: Funciones cuadráticas y sistemas de ecuaciones	
Práctica N° 13: Ecuación de la recta	39
Práctica N° 14: Aplicaciones con las funciones lineales	41
Práctica N° 15: Funciones cuadráticas	45
Práctica N° 16: Sistema de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas	48
Práctica N° 17: Aplicaciones de los sistemas de ecuaciones lineales	50
CUARTA UNIDAD: Funciones exponencial y logarítmica	
Práctica N° 18: Función exponencial	54
Práctica N° 19: Función logarítmica	58
Práctica N° 20: Propiedades de los logaritmos	60
Práctica N° 21: Ecuaciones exponenciales y logarítmicas	63
Práctica N° 22: Aplicaciones de las ecuaciones exponenciales y logarítmicas	64



PRIMERA UNIDAD

ECUACIONES E INECUACIONES

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de aplicar propiedades y definiciones en el proceso de resolución de problemas de ecuaciones e inecuaciones, interpretando los resultados obtenidos dentro de un contexto cotidiano.

Práctica Nº 1: Ecuaciones lineales

Práctica Nº 2: Ecuaciones que conducen a ecuaciones lineales

Práctica Nº 3: Ecuaciones cuadráticas

Práctica Nº 4: Ecuaciones que conducen a ecuaciones cuadráticas.

Práctica Nº 5: Aplicaciones con ecuaciones.

Práctica Nº 6: Inecuaciones lineales y sus aplicaciones

Práctica Nº 7: Ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 01
Tema: Ecuaciones Lineales

I. En los ejercicios del 1 al 5 determina por sustitución cuáles de los números dados satisfacen la ecuación.

1. $17x - x^2 = 0$; $-2; 0$
2. $4x - x^2 = 4(x - 1)$; $-2; 4$
3. $-80 - 2x = -x^2$; $-8; -10$
4. $x(-3 + x) - 7(1 - x) = -2$; $1; -5$
5. $(x - 1)(x + 3)^2(x + 4) = 0$; $1; -3; 4$

II. En los ejercicios del 1 al 30, resuelva las ecuaciones despejando la variable por transposición de términos o mediante reglas de monotonía:

1. $8x = 22$
2. $0,8x = 0,4$
3. $\frac{7}{8}x = 0$
4. $7x - 9x = -8$
5. $6x - 9 = 4x - 5$
6. $5(x - 3) - 4x = 7$
7. $4(p - 3) - 3(1 - p) = 2p - 8$
8. $8(1 - z) - 1 = 3[3z - 2(1 - z)]$
9. $\frac{3}{7}x = 3x - 8$
10. $\frac{7}{4}x - \frac{x}{4} - x = \frac{1}{4}$
11. $\frac{5}{7}\left(1 - \frac{7}{5}x\right) - 8x = 3\left(x + \frac{5}{21}\right)$
12. $\frac{2x-1}{5} = \frac{x+3}{4}$
13. $\frac{x-1}{2} + \frac{x+4}{3} = -1$
14. $\frac{x+7}{4} - \frac{x-3}{3} = 2$
15. $3 - \frac{x-5}{5} = \frac{x-4}{2} - 1$
16. $\frac{x}{2} + \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{20} = 10$
17. $\frac{2x-3}{9} - \frac{x+5}{6} = \frac{3-x}{2} + 1$
18. $x - 2 - \frac{x}{2} = \frac{1+x}{7}$
19. $\frac{7+9x}{4} - 7x = 1 - \frac{2-x}{9}$
20. $\frac{1+t}{3} + \frac{4+t}{2} + 1 = \frac{t+3}{5} + 4$
21. $\frac{x-2}{3} - \frac{x-2}{2} = \frac{1}{3} - \frac{x}{6}$
22. $\frac{1}{3} - \frac{2x-1}{3} = -\frac{1}{3}x - \frac{2x-1}{6}$
23. $-9\left\{99 - \frac{1}{11}(11x)\right\} = 99(-9 - x) - 1$
24. $(x + 1)^2 - 4x = (x - 1)^2 - x + 8$
25. $\frac{x}{2} + \frac{x-1}{6} + \frac{x-2}{3} - \frac{x+1}{5} = \frac{3}{30}$
26. $8 + \frac{1}{8}(88 - x) = -\frac{9}{8}x + 9x + 8(1 - x)$
27. $\frac{x-1}{0.5} + \frac{x+1}{0.8} + \frac{x}{0.4} = \frac{1}{4}$



28. $\left[7\left(1 - \frac{1}{7}x\right) + x\right] - 7x = 7\left[1 + 77\left(x - \frac{1}{77}\right)\right]$
29. $x(x-1)(x+1) = x^3 - \frac{7}{8}(x-3)$
30. $\frac{7}{9}\left(18 - \frac{9}{7}x\right) - 3\left(x - \frac{1}{3}\right) + (x+2)(x-2) = (x-1)^2$

III. En los ejercicios del 1 al 10 exprese el símbolo indicado en términos de los símbolos restantes.

1. Área de un triángulo: Despeja h : $A = \frac{1}{2}bh$
2. Volumen de un cilindro circular recto: Despeja h : $V = \pi r^2 h$
3. Alza de precio. Despeja C : $S = C + RC$
4. Descuento. Despeja L : $S = L - RL$
5. Inversión a interés simple. Despeja r : $A = P + Prt$
6. Inversión a interés compuesto. Despeja P : $A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$
7. Área de un trapecioide. Despeja b : $A = \frac{1}{2}(a+b)h$
8. Volumen de segmentos esféricos. Despeja r : $V = \frac{1}{3}\pi h^2(3r - h)$
9. Expansión térmica. Despeja α : $L = L_o[1 + \alpha(\Delta t)]$
10. Progresión aritmética. Despeja a : $S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- Arthur Goodman/Lewis Hirsch. Álgebra y trigonometría con Geometría Analítica. 1ra. edición. PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S.A.
- Allen R. Angel. Álgebra Intermedia. Cuarta edición. PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S.A.
- Michael Sullivan. Cuarta edición. Precálculo. PEARSON EDUCACIÓN (México)
- Larson-Hostetler. Séptima edición. Precálculo. REVERTÉ, S.A. DE C.V (México)
- www.editorial-bruno.es.



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 02
Tema: Ecuaciones que conducen a ecuaciones lineales

I. Resolver las siguientes ecuaciones:

1. $\frac{5}{x^2-1} = \frac{1}{x-1}$

2. $\frac{5x+1}{x+2} = 0$

3. $\frac{x+4}{2x+1} = 3$

4. $\frac{1}{x} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

5. $\frac{1}{x} = \frac{4}{3x} + 1$

6. $\frac{2x-1}{x+2} = \frac{4}{5}$

7. $\frac{3}{x+1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3x+3}$

8. $\frac{4}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{35}{x^2-1}$

9. $\frac{5x+8}{3x+4} = \frac{5x+2}{3x-4}$

10. $\frac{10x^2-5x+8}{5x^2+9x-19} = 2$

11. $\frac{3x-1}{x^2+7x+12} = \frac{1}{2x+6} + \frac{7}{6x+24}$

12. $\frac{1+2x}{1+3x} - \frac{1-2x}{1-3x} = -\frac{3x-14}{1-9x^2}$

13. $\frac{(5x-2)(7x+3)}{(7x)(5x-1)} - 1 = 0$

14. $\frac{3}{x-4} = \frac{2}{x-3} + \frac{8}{x^2-7x+12}$

15. $\frac{6x-1}{18} - \frac{3(x+2)}{5x-6} = \frac{1+3x}{9}$

II. Resolver las siguientes ecuaciones con radicales

1. $\sqrt{2x+2} = 2$

2. $\sqrt{x-8} = 2$

3. $5 - \sqrt{3x+1} = 0$

4. $\sqrt{x+3} = \sqrt{5x-1}$

5. $\sqrt{2x+1} = \sqrt{x+1}$

6. $\sqrt{x+3} = 4$

7. $\sqrt{2x^2-1} = x$

8. $\sqrt{4x^2-15} - 2x = -1$

9. $\sqrt{x+4} + \sqrt{x+1} = 5$

10. $3x = \sqrt{9x^2+7} - 1$



III. En los siguientes ejercicios despejar la variable x

$$1. \frac{ax+b}{cx+d} = 2$$

$$2. a^2x + (a - 1) = (a + 1)x$$

$$3. a(x + b) + x(b - a) = 2b(2a - x)$$

$$4. \frac{x+1}{b} = \frac{x-1}{b} + \frac{b+1}{x}$$

$$5. 3(2a - x) + ax = a^2 + 9$$

$$6. \frac{m}{x} - \frac{1}{m} = \frac{2}{m}$$

$$7. \frac{x}{2a} - \frac{1-x}{a^2} = \frac{1}{2a}$$

$$8. \frac{a-1}{a} + \frac{1}{2} = \frac{3a-2}{x}$$

$$9. \frac{x+m}{m} - \frac{x+n}{n} = \frac{m^2+n^2}{mn} - 2$$

$$10. \frac{1}{n} - \frac{m}{x} = \frac{1}{mn} - \frac{1}{x}$$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- HAEUSSLER Ernest y PAUL Richard. *Matemáticas para administración, economía, ciencias sociales y de la vida*. 8a.ed. México: Pearson. 2007
- STEWART James, REDLIN Lothar y WATSON Saleem. *Précalculo: Matemáticas para el cálculo*. (5a. ed.). México: Cengage Learning. 2007



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 03 Tema: Ecuaciones cuadráticas

I. En los problemas del 1 al 30 resuelva por factorización.

1. $x^2 - 6x + 9 = 0$
2. $y^2 + 4x + 3 = 0$
3. $x^2 - 8x + 15 = 0$
4. $x^2 + x - 20 = 0$
5. $u^2 - 6u - 7 = 0$
6. $x^2 - 49 = 0$
7. $y^2 - 12y = -32$
8. $x^2 - 13x + 36 = 0$
9. $x^2 - 16 = 0$
10. $3x^2 + 6x = 0$
11. $p^2 - 7p = 0$
12. $x^2 + 11x = -28$
13. $9x^2 + 1 = 6x$
14. $3t^2 + 20t = 7$
15. $y(5y + 2) = 3$
16. $6 + 5u - 4u^2 = 0$
17. $-x^2 + 3x + 18 = 0$
18. $\frac{6}{5}x^2 = \frac{1}{5}x$
19. $7r^2 = 5r$
20. $-x^2 - x + 56 = 0$
21. $x(x - 5)(x + 2) = 0$
22. $(x + 6)^2(x - 7)^2 = 0$
23. $x^3 - 100x = 0$
24. $y^3 - 6y^2 - 7y = 0$
25. $8x^3 + 6x^2 - 5x = 0$
26. $(n + 3)^2 - 12n - 4 = 0$
27. $(x + 4)(x^2 - x - 30) = 0$
28. $7(y^2 + 2y - 48)(y + 3) = 0$
29. $x(x - 5)^3 - 6(x - 5)^4 = 0$
30. $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$

II. En los ejercicios del 31 al 45 encuentre todas las raíces reales usando la fórmula cuadrática.

31. $x^2 + 4x - 32 = 0$
32. $x^2 - 4x - 21 = 0$
33. $9x^2 - 12x + 4 = 0$
34. $x^2 + 7x = 0$
35. $w^2 - 5w + 2 = 0$
36. $x^2 - 3x + 3 = 0$
37. $3 - 2y + y^2 = 0$
38. $3x^2 + x = 7$
39. $6x^2 + 13x - 5 = 0$
40. $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$
41. $0,03n^2 - 0,4n = 30$
42. $0,01x^2 + 0,4x - 0,3 = 0$
43. $3y^2 + 2y = 4$
44. $-3z^2 + 8z - 1 = 0$
45. $x^2 - 5 = \sqrt{3}x$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

<http://es.scribd.com/doc/639161/ECUACION-CUADRATICA>

Haeussler, E. y Paul, R., (2 007). Matemáticas para administración, economía, ciencias sociales y de la vida (8ª.ed.). México: Pearson.

Stewart, J., Redlin, L y Watson, S., (2007). Precálculo: Matemáticas para el cálculo (5a.ed.) Mexico: Cengage Learning.

Barnett, Ziegler, Byleen, Sobecki., (2013). Precálculo



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 04

Tema: Ecuaciones que conducen a ecuaciones cuadráticas

I. Resolver las siguientes ecuaciones fraccionarias

1. $x^2 = \frac{2x+1}{3}$

2. $2x^2 - 1 = \frac{7x}{2}$

3. $\frac{x}{3} + \frac{3}{x} = 2$

4. $\frac{3}{x^2} - \frac{1}{x} = 2$

5. $\frac{2}{x^2} + \frac{3}{x} = 2$

6. $\frac{x+3}{x} + x = \frac{45}{x}$

7. $\frac{4x^2 - 3x + 5}{x^2 - 2x + 13} = 2$

8. $\frac{x-4}{x+4} = \frac{2x-11}{x-1}$

9. $\frac{x+2}{x-3} = \frac{x+3}{2x+1}$

10. $\frac{2}{x+1} + \frac{x-3}{x} = 3$

11. $\frac{3x}{x-1} - \frac{x-1}{2x} = 1$

12. $\frac{2x+1}{x-4} - \frac{x-3}{x+1} = 0$

13. $\frac{x-4}{x+1} + \frac{2x-3}{x+2} = 0$

14. $\frac{2x}{x+3} - \frac{x}{x-2} = \frac{-10}{x^2+x-6}$

15. $\frac{x}{x-4} + \frac{x}{x-2} = \frac{5x-12}{x^2-6x+8}$

16. $\frac{2x-1}{3x+1} + \frac{2x}{3x-1} = \frac{5x+5}{9x^2-1}$

17. $\frac{5}{x+3} - \frac{2}{x-3} = \frac{x^2-6x-3}{x^2-9}$

18. $\frac{16}{x^2-4x} - \frac{x}{x-4} = \frac{2}{x}$

19. $\frac{3-y}{2y+y^2} - \frac{4}{y} = 2$

20. $\frac{4}{y-2} + \frac{5}{y} = \frac{3}{y+1}$

II. Resolver las siguientes ecuaciones con radicales

1. $\sqrt{x+2} = x$

2. $\sqrt{4-3x} - x = 0$

3. $x - \sqrt{x-1} = 1$

4. $x - \sqrt{4x+5} = 0$

5. $x - \sqrt{5x-4} = 0$

6. $\sqrt{2x-3} + 1 = x$

7. $6x - \sqrt{18x-8} = 2$

8. $\sqrt{3x+6} - 2 = x$

9. $\sqrt{4x} - 2 = x$

10. $5\sqrt{x} - 4 = x$

11. $2\sqrt{x} - x = 1$

12. $4 - \sqrt{3x-1} = x$

13. $4 - \sqrt{26-11x} = x$

14. $\sqrt{2x+39} - x = 2$

15. $\sqrt{2x-3} = x+2$

16. $\sqrt{x} - \sqrt{x+2} = -1$

17. $\sqrt{3x} - \sqrt{x+4} = -2$

18. $\sqrt{x+4} + 2 = 2\sqrt{x}$

19. $\sqrt{5x+19} - \sqrt{5x} = -1$

20. $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-3} = 2$

21. $\sqrt{\sqrt{x}+3} = \sqrt{2x+2}$

22. $\sqrt{2-\sqrt{x}} = \sqrt{x+2}$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

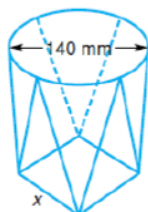
- HAEUSSLER Ernest y PAUL Richard. *Matemáticas para administración, economía, ciencias sociales y de la vida*. 8a.ed. México: Pearson. 2007
- STEWART James, REDLIN Lothar y WATSON Saleem. *Précalculo: Matemáticas para el cálculo*. (5a. ed.). México: Cengage Learning. 2007

PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 05

Tema: Aplicaciones de las ecuaciones

Resolver los siguientes problemas

01. Las edades de Ana y Julia están en razón 3:2. ¿Qué edad tiene cada una si sus edades suman 80 años?
02. Dos amigos se reparten S/. 27 000. Por cada S/. 5 que recibe uno, el otro recibe S/. 4. ¿Cuánto dinero recibe cada uno?
03. Se desea repartir S/. 56 000 entre cuatro personas en razón 1:2:3:4. ¿Cuánto dinero recibe la persona que recibe menos?
04. Si una persona de 1,75 m de estatura proyecta una sombra de 1,25 m de longitud, calcula la altura de un árbol que, en el mismo instante, proyecta una sombra de 12 m.
05. En el año 1990, para América Latina en su conjunto, la población indígena alcanzaba aproximadamente a 40 millones de personas, representando algo menos del 10% de la población total y caracterizándose por una alta concentración en ciertos países de la región. Con casi 5 millones, Bolivia presenta la mayor proporción de población indígena lo que significaba el 71% del total de su población. Le seguía Guatemala con 66% de población indígena, país en el que también residen algo más de 5 millones.
Según la información entregada en el texto, ¿en cuántas personas se ha estimado la población de América Latina en el año 90?
06. Una malla de alambre se colocará alrededor de un terreno rectangular de modo que el área cercada sea de 80m^2 y el largo del terreno sea el doble de su ancho. ¿Cuántos metros de malla se utilizarán?
07. El perímetro de un rectángulo es de 200 metros y su largo es tres veces el ancho. Determine las dimensiones del rectángulo.
08. Un terreno rectangular de 4×12 metros se usa como jardín. Se decide poner una vereda en toda la orilla interior de modo que 12m^2 del terreno se dejen para las flores. ¿Cuál debe ser el ancho de la vereda?
09. El diámetro de un conducto circular de ventilación es de 140mm. Este conducto es acoplado a un conducto cuadrado como se muestra en la figura. Para asegurar un flujo suave de aire, las áreas de las secciones circular y cuadrada deben ser iguales. Calcule, al milímetro más cercano, cuál debe ser la longitud "x" del lado de la sección cuadrada.





- 10.** Una pareja de celebridades quiere tener una piscina rectangular en el patio de su casa de vacaciones. Ellos quieren que tenga 24 metros de longitud e insisten en que el área sea por lo menos igual a la piscina del vecino, que es un cuadrado de 12 metros en cada lado. Halla las dimensiones de la piscina más pequeña que satisfaga estos criterios.

- 11. Utilidad.** Una compañía de refinación de maíz produce gluten de maíz para alimento de ganado, con un costo variable de 76 soles por tonelada. Si los costos fijos son 100 mil soles por mes y el alimento se vende en 120 soles por tonelada, ¿cuántas toneladas deben venderse para que la compañía tenga una utilidad mensual de 520 mil soles?

- 12. Ventas.** La directiva de una compañía quiere saber cuántas unidades de su producto necesita vender para obtener una utilidad de 120 mil soles. Para este caso se cuenta con la siguiente información: precio de venta por unidad es 22 soles; costo variable por unidad es 16 soles; costo fijo total, 620 mil soles. A partir de esta información determine las unidades que deben venderse aproximadamente.

- 13. Inversión.** Una persona desea invertir 20 mil soles en dos empresas, de modo que el ingreso total por año sea de 1 640 soles. Una empresa paga el 6% anual; la otra tiene mayor riesgo y paga un 8,5% anual. ¿Cuánto debe invertir en cada una?

- 14. Inversión.** Una persona desea invertir 20 mil soles, parte a una tasa de interés de 6% anual y el resto al 7% anual. El interés total al final de un año fue equivalente a una tasa de $6\frac{3}{4}\%$ anual sobre el total inicial de 20 mil soles. ¿Cuánto se invirtió a cada tasa?

- 15.** Una tienda de artículos deportivos aumenta en 60% el precio de cada artículo que vende con respecto al valor mayorista. ¿Cuál es el precio mayorista de una tabla para nieve que se vende por 144 soles?

- 16.** El precio de venta de un reproductor MP3 después de un descuento de 30% fue 140 soles. ¿Cuál era el precio original?

- 17. Alojamiento.** El dormitorio de una universidad puede albergar a 210 estudiantes. Este otoño hay cuartos disponibles para 76 estudiantes de nuevo ingreso. En promedio un 95% de aquellos estudiantes de nuevo ingreso que hicieron una solicitud realmente reservan un cuarto, ¿cuántas solicitudes de cuartos debe distribuir el colegio si quiere recibir 76 reservaciones?

- 18. Encuestas.** Un grupo de personas fue encuestado y el 20%, ó 700 de ellas favoreció a un nuevo producto sobre la marca de mayor venta. ¿Cuántas personas fueron encuestadas?

- 19. Precios.** El costo de un producto al menudeo es de 3,40 soles. Si se desea obtener una ganancia del 24% sobre el precio de venta. ¿a qué precio debe venderse el producto?



- 20. Retiro de bonos.** En dos años una compañía requiere de 1 123 600 soles con el fin de retirar algunos bonos. Si ahora invierte 1 millón con este objetivo, ¿cuál debe ser la tasa de interés compuesta anualmente, que debe recibir sobre este capital para retirar los bonos?
- 21. Ingresos.** Una compañía determina que si produce y vende "x" unidades de un producto, el ingreso total por las ventas será $100\sqrt{x}$. Si el costo variable por unidad es de 2 soles y el costo fijo de 1200 soles, determine los valores de "x" para que el ingreso total sea igual a su costo total.
- 22. Punto de equilibrio.** Un fabricante de cartuchos para juegos de vídeo, vende cada cartucho en 19,95 soles. El costo de fabricación de cada cartucho es de 12,92 soles. Los costos fijos mensuales son de 8 mil soles. Durante el primer mes de ventas de un nuevo juego, ¿cuántos cartuchos debe vender el fabricante para llegar al punto de equilibrio (esto es, para que el ingreso total sea igual al costo total)?
- 23.** Encuentre el punto de equilibrio para la empresa con función de costo $C(x) = 5x + 1\,000$ y función de ingresos $R(x) = 15x$
- 24.** Encuentre el punto de equilibrio para la empresa como función de costos $C(x) = 0,2x + 120$ y función de ingresos $R(x) = 0,4x$
- 25.** Encuentre el punto de equilibrio para la empresa con función de costos $C(x) = 150x + 2000$ y función de ingresos $R(x) = 270x$
- 26.** La demanda "x" de cierto artículo está dado por $x = 200 - 15p$, en donde p es el precio por unidad de artículo. El ingreso mensual R obtenido de las ventas de este artículo está dado por $R = 2000 - 15p^2$. ¿Cómo depende R de "x"?
- 27. Auto Time,** fabricante de cronómetros, tiene gastos fijos mensuales de S/. 48 000 y un costo unitario de producción de S/.8. Los cronómetros se venden a S/.14 cada uno. Calcule la ganancia o pérdida correspondiente a niveles de producción de 4 000 y 10 000 cronómetros respectivamente.
- 28. Club de inversión.** Un club de inversión compró un bono de una compañía petrolera por \$5 000. El bono da un rendimiento de 8% anual. El club ahora quiere comprar acciones de una compañía de suministros para hospitales. El precio de cada acción es de \$20 y se gana un dividendo de \$0,50 al año por acción. ¿Cuántas acciones debe comprar el club de modo que de su inversión total en acciones y bonos obtenga el 5% anual?
- 29. Control de calidad.** En un periodo determinado, el fabricante de dulce con centro de caramelo determinó que el 3,1% de las barras fueron rechazadas por imperfecciones.
- a) Si c barras de dulce se fabrican en un año, ¿cuántas esperaría rechazar el fabricante?
- b) Para este año, el consumo anual del dulce se proyecta que será de 600 millones de barras. Aproximadamente, ¿cuántas barras tendrá que producir el fabricante, si toma en cuenta las rechazadas?
- 30. Negocios.** Suponga que los clientes comprarán q unidades de un producto cuando el precio es de $\frac{(800 - q)}{4}$ soles cada uno. ¿Cuántas unidades deben venderse a fin de que el ingreso por ventas sea de 400 soles?



- 31. Plan de incentivos.** Un empleado de una tienda de computadoras recibe un salario de 2 500 soles mensuales más una comisión de 8% sobre todas las ventas superiores a 7 mil soles durante el mes. ¿Cuánto debe vender el empleado en un mes para ganar un total de 3 170 soles?
- 32. Plan de incentivos.** Un segundo empleado de la tienda de computadoras del problema anterior recibe un salario de 1 175 soles al mes más una comisión de 5% sobre todas las ventas durante el mes.
- a) ¿Cuánto debe vender el empleado en un mes para ganar un total de 3 170 soles mensuales?
- b) Determina el nivel de ventas en que ambos empleados reciban los mismos ingresos mensuales. Si los empleados pueden seleccionar cualquiera de estos métodos de pago, ¿cómo asesorarías a un empleado para hacer esta selección?
- 33. Plan de incentivos.** Una compañía de maquinaria tiene un plan de incentivos para sus agentes de ventas. Por cada máquina que un agente venda la comisión se incrementa en \$0,04, siempre que se vendan más de 600 unidades. Por ejemplo, la comisión sobre cada una de 602 máquinas vendidas será de \$40,08. ¿Cuántas máquinas debe vender un agente para obtener ingresos por \$30 800?
- 34. Alternativas en los negocios.** El inventor de un juguete nuevo ofrece a la compañía Rey Plastic los derechos de exclusividad para fabricar y vender el juguete por una suma total de 25 mil soles. Después de estimar que las posibles ventas futuras al cabo de un año serán nulas, la compañía está revisando la siguiente propuesta alternativa: dar un pago total de 2 mil soles más una regalía de 0,50 soles por cada unidad vendida. ¿Cuántas unidades deben venderse el primer año para hacer esta alternativa tan atractiva al inventor como la petición original? (Sugerencia: determine cuando son iguales los ingresos de ambas propuestas)
- 35. Rentas.** Usted es el asesor financiero de una compañía que posee un edificio con 54 oficinas. Cada una puede alquilarse en 400 soles mensuales. Sin embargo, por cada incremento de 20 soles mensuales se quedarán dos vacantes sin posibilidad de que sean ocupadas. La compañía quiere obtener un total de 20 240 soles mensuales de rentas del edificio. Se le pide determinar la renta que debe cobrarse por cada oficina.
- 36. Inversión.** Hace 6 meses, una compañía de inversión tenía un portafolio de 3 100 soles, que consistía en acciones de primera y acciones atractivas. Desde entonces, el valor de la inversión en acciones de primera aumentó $\frac{1}{10}$, mientras que el valor de las acciones atractivas disminuyó $\frac{1}{10}$. El valor actual del portafolio es de 3 240 soles. ¿Cuál es el valor actual de la inversión en acciones de primera?
- 37. Ingreso.** El ingreso mensual de cierta compañía está dado por $R = 800p - 7p^2$, donde p es el precio en soles del producto que fabrica esa compañía. ¿A qué precio el ingreso será de 10 mil soles, si el precio debe ser mayor de 50 soles?
- 38. Equilibrio de mercado.** Cuando el precio de un producto es p soles por unidad, suponga que un fabricante suministrará $2p - 8$ unidades del producto al mercado y que los consumidores demandarán $300 - 2p$ unidades. En el valor de p para el cual la oferta es igual a la demanda, se dice que el mercado está en equilibrio. Determine ese valor de p .



- 39. Equilibrio de mercado.** Repita el problema anterior para las condiciones siguientes a un precio de p soles por unidad, la oferta es $3p^2 - 4p$ y la demanda es $24 - p^2$
- 40. Saldo compensatorio.** Un saldo compensatorio se refiere a aquella práctica en la cual un banco requiere a quien solicita un crédito, mantenga en depósito una cierta parte de un préstamo durante el plazo del mismo. Por ejemplo, si una compañía obtiene un préstamo de 100 mil soles, el cual requiere de un saldo compensatorio del 20%, tendría que dejar 20 mil soles en depósito y usar sólo 80 mil soles. Para satisfacer los gastos de renovación de sus herramientas, J&G Compañía debe pedir prestados 95 mil soles. El banco, con el que no han tenido tratos previos requiere de un saldo compensatorio del 15%. Aproximando a la unidad de millar de soles más cercana, diga, ¿cuál debe ser el monto total del préstamo para obtener los fondos necesarios?

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

Precálculo; Raymond A. Barnett, Michael R. Ziegler y otros; Editorial Mc Grw Hill, 7ma edición, México, 2013.

<https://www.youtube.com/watch?v=Jixqs1Akers>



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 06

Tema: Inecuaciones lineales y sus aplicaciones

I. Resuelva las siguientes desigualdades, de su respuesta en notación de intervalos y representéla en forma geométrica sobre la recta de los números reales.

1. $2 + x < 9x + 6$
2. $3x + 5 \leq -7x + 8$
3. $2 + 3x < 5x + 8$
4. $2x + 3 \leq 3x + 7$
5. $3x - 5 > 7x + 12$
6. $-2x \leq 4$
7. $-12x > 6$
8. $2x + 1 \leq 5$
9. $4 - 2x < 15$
10. $4x - 2(x - 3) \geq 0$
11. $5x - 2(x + 3) \leq x$
12. $\frac{1}{2}x - 3 > \frac{1}{3}x + 1$
13. $\frac{3}{4}x - 1 \leq \frac{1}{2}x + 2$
14. $\frac{3}{2}(x - 1) - 2 \leq \frac{1}{3}x - 1$
15. $(x - 1)^2 - 7 > (x - 2)^2$
16. $(x + 2)(x - 1) + 26 < (x + 4)(x + 5)$
17. $6(x^2 + 1) - (2x - 4)(3x + 2) < 3(5x + 21)$
18. $(x - 2)^2 + (x - 3)^2 \leq 2(x - 1)^2$
19. $-3 \leq x + 4 \leq 0$
20. $-8 \leq -1 + 3x \leq 11$
21. $6 < 2x - 4 \leq 8$
22. $-6 \leq \frac{x + 6}{2} \leq 0$
23. $-2 < \frac{5 - x}{4} \leq 2$
24. $-6 \leq \frac{3 - 2x}{2} \leq 1$
25. $2(x + 1) - 3(x - 2) < x + 6$
26. $\left(2 - \frac{1}{3}x\right)(-3) + 4\left(-\frac{1}{2}x + \frac{7}{4}\right) > 0$
27. $\frac{3x + 1}{7} - \frac{2 - 4x}{3} \geq \frac{-5x - 4}{14} + \frac{7x}{6}$
28. $6\left(\frac{x + 1}{8} - \frac{2x - 3}{16}\right) > 3\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}\right) - \frac{3}{8}(3x - 2)$
29. $\frac{2}{3}\left[x - \left(1 - \frac{x - 2}{3}\right)\right] + 1 \leq x$
30. $2 - \left[-2(x + 1) - \frac{x - 3}{2}\right] \leq \frac{2x}{3} - \frac{5x - 3}{12} + 3x$

II. Resuelva los siguientes problemas

1. **Utilidades:** Cada mes del año pasado una compañía tuvo utilidades mayores que \$ 25 000 pero menores que \$ 71 000. Si S representa los ingresos totales del año, describa S utilizando desigualdades.
2. Utilizando desigualdades, simbolice el enunciado siguiente: El número de horas de trabajo x para fabricar un producto no es menor que 7/3 ni mayor que 6.
3. **Utilidades** La compañía Warren fabrica un producto que tiene un precio unitario de venta de \$35 y un costo unitario de \$ 20. Si los costos fijos son de \$ 900 000, determine el número mínimo de unidades que deben venderse para que la compañía tenga utilidades.



- 4. Utilidades** Para producir una unidad de un producto nuevo, una compañía determina que el costo del material es de \$ 3,00 y el de mano de obra de \$ 5,50. El gasto general, sin importar el volumen de ventas, es de \$ 7 500. Si el precio para un mayorista es de \$ 8,20 por unidad, determine el número mínimo de unidades que debe venderse para que la compañía obtenga utilidades.
- 5. Utilidades** Para producir una unidad de un producto nuevo, una compañía determina que el costo del material es de \$ 7 y el de mano de obra de \$ 12,50. El gasto general, sin importar el volumen de ventas, es de \$ 20 000. Si el precio para un mayorista es de \$ 10,00 por unidad, determine el número mínimo de unidades que debe venderse para que la compañía obtenga utilidades.
- 6. Arrendamiento con opción a compra** Un hombre de empresa quiere determinar la diferencia entre el costo de poseer un automóvil y el de arrendarlo con opción a compra. Él puede arrendar un automóvil por \$ 500 al mes (con una base anual). Bajo este plan, el costo por milla (gasolina y aceite) es de \$ 0,075. Si él compra el automóvil, el gasto fijo anual sería de \$ 5 300, y otros costos ascenderían a \$ 0,095 por milla. ¿Cuántas millas por lo menos tendría que conducir él por año para que el arrendamiento no fuese más caro que la compra?
- 7. Fabricación de camisetas** Una fábrica de camisetas produce P camisetas con un costo de mano de obra total (en dólares) de $2,3P$ y un costo total por material de $0,7P$. Los gastos generales para la planta son de \$ 7 500. Si cada camiseta se vende en \$ 4,2, ¿cuántas camisetas deben venderse para que la compañía obtenga utilidades?
- 8. Publicidad** El costo unitario de publicidad de una revista es de \$ 0,80. Cada una se vende al distribuidor en \$ 0,70, y la cantidad que se recibe por publicidad es el 15% de la cantidad recibida por todas las revistas vendidas arriba de las 15 000. Encuentre el menor número de revistas que pueden publicarse sin pérdida, esto es, que utilidad ≥ 0 . (suponga que toda la emisión se venderá)
- 9. Asignación de producción** Una compañía produce calculadoras científicas. Durante una semana normal de trabajo, el costo por mano de obra para producir una calculadora es de \$ 10,00, pero si es hecho en tiempo extra su costo asciende a \$ 15,00. El administrador ha decidido no gastar más de \$ 70 000 por semana en mano de obra. La compañía debe producir 20 000 calculadoras esta semana. ¿Cuál es la cantidad mínima de calculadoras que deben producirse durante una semana normal de trabajo?
- 10. Inversión** Una compañía invierte \$ 80000 de sus fondos excedentes a dos tasas de interés anual: 7% y 9,25%. Desea un rendimiento anual que no sea menor al 8,75%. ¿Cuál es la cantidad mínima que debe invertir a la tasa de 9,25%?
- 11. Inversión** Una compañía invierte \$ 65 000 de sus fondos excedentes a dos tasas de interés anual: 6% y 8%. Desea un rendimiento anual que no sea menor al 7,50%. ¿Cuál es la cantidad mínima que debe invertir a la tasa de 8%?



- 12. Razón de activo** La razón de activo de un negocio es el cociente de sus activos circulantes (efectivo, inventario de mercancías y cuentas por cobrar), a sus pasivos circulantes (préstamos a corto plazo e impuestos).
La tasa de activo de "Envasadora de cereales andinos" es 2,9. Si sus activos circulantes son S/. 870 000, ¿cuáles son sus pasivos circulantes? Para elevar sus fondos de reserva, ¿cuál es la cantidad máxima que puede pedir prestada a corto plazo si quiere que su razón de activo no sea menor que 1,6?
- 13. Asignación de ventas** Actualmente, un fabricante tiene 4 500 unidades de un producto en inventario. Hoy el precio unitario del producto es de S/.5 por unidad. El próximo mes el precio por unidad se incrementará en S/. 0,70. El fabricante quiere que el ingreso total recibido por la venta de las 4 500 unidades no sea menor que S/.23 900. ¿Cuál es el número de unidades que pueden venderse este mes?
- 14. Sueldo por hora** A los pintores con frecuencia se les paga por hora o por obra terminada. El salario que reciben puede afectar su velocidad de trabajo. Por ejemplo, suponga que unos pintores pueden trabajar por S/.14,5 la hora, o por S/. 400 más S/.5,5 por hora. Suponga que el trabajo les toma t horas. ¿Para qué valores de t la segunda forma de pago es mejor?
- 15. Compensación** Suponga que una compañía le ofrece un puesto en ventas y que usted elige entre dos métodos para determinar su salario. Un método paga S/. 15 200 más un bono del 2,5% sobre sus ventas anuales. El otro método paga una comisión directa del 7% sobre sus ventas. ¿Para qué nivel de ventas anuales es mejor seleccionar el primer método?
- 16. La razón de prueba de ácido** La razón de prueba de ácido (o razón rápida) de un negocio es la razón de la liquidez de sus activos – efectivo y valores más cuentas por cobrar – a sus obligaciones actuales. La mínima razón para que una compañía tenga unas finanzas sólidas es alrededor de 1,0 pero por lo común, esto varía un poco de industria a industria. Si una compañía tiene S/.400 000 en efectivo y valores, y tiene S/. 350 000 en obligaciones actuales, ¿cuánto necesita tener en cuentas por cobrar para mantener la razón en o por arriba de 1,2?
- 17. Costo de la renta de un automóvil** Una compañía que renta vehículos ofrece dos planes para rentar un automóvil.
Plan A: 30 soles por día y 20 céntimos por kilómetro recorrido
Plan B: 70 soles por día y gratis kilómetros recorridos de forma ilimitada.
¿Para qué valor de millas el plan B le hará ahorrar dinero?
- 18. Costos de llamadas de larga distancia.** Una compañía telefónica ofrece dos planes de larga distancia.
Plan A: 45 soles por mes y 5 céntimos por minuto
Plan B: 20 soles por mes y 10 céntimos por minuto
¿Para cuántos minutos de llamadas de larga distancia el plan B sería más ventajoso desde el punto de vista financiero?



19. Costos de manejo de un automóvil. Se estima que el costo anual de manejar un cierto automóvil nuevo se obtiene mediante la fórmula

$$C = 0,80K + 750$$

Donde K representa la cantidad de kilómetros recorridos al año y C es el costo en dólares. Antonella compró uno de esos vehículos y decide apartar para el año próximo entre 1 800 y 2 500 soles para los costos de manejo. ¿Cuál es el intervalo correspondiente de kilómetros que puede recorrer con su nuevo automóvil?

20. Las instrucciones en un empaque de película indican que la caja debe conservarse a una temperatura entre 5°C y 30°C. ¿Qué temperaturas corresponden en la escala Fahrenheit?

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- HAEUSSLER Ernest y PAUL Richard. *Matemáticas para administración, economía, ciencias sociales y de la vida*. 8a.ed. México: Pearson. 2007
- STEWART James, REDLIN Lothar y WATSON Saleem. *Précalculo: Matemáticas para el cálculo*. (5a. ed.). México: Cengage Learning. 2007



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 07

Tema: Ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto

En los ejercicios resuelva la ecuación o desigualdad dada. Exprese la solución en forma gráfica y simbólica

1. $|x| = 9$
2. $|-x| = 5$
3. $\left|\frac{x}{4}\right| = 6$
4. $\left|\frac{6}{x}\right| = 4$
5. $|-2x| = 4$
6. $\left|\frac{x}{3}\right| = 9$
7. $\left|\frac{8}{x}\right| = 12$
8. $|4x| = 12$
9. $|x - 9| = 5$
10. $|6 + 2x| = 8$
11. $|5x - 3| = 0$
12. $|5x + 1| = x$
13. $|x - 12| = x$
14. $|14 - 2x| = 4x$
15. $|4x - 3| = 2x$
16. $|x| < 7$
17. $|-x| < 5$
18. $|x| > 9$
19. $|-x| > 7$
20. $\left|\frac{2}{x}\right| < 4$
21. $\left|\frac{5}{x}\right| < 10$
22. $\left|\frac{x}{2}\right| > 4$
23. $\left|\frac{x}{8} + 1\right| > 6$
24. $\left|\frac{x}{3}\right| > \frac{2}{3}$
25. $\left|\frac{1}{x} - 2\right| > 4$
26. $|2x + 3| < 6$
27. $\left|\frac{5-3x}{2}\right| < 4$
28. $\left|\frac{x+9}{3}\right| < 2$
29. $\left|\frac{4-3x}{2}\right| \leq 5$
30. $\left|\frac{2-7x}{3}\right| \leq 8$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO.
<https://www.youtube.com/watch?v=Mvz0BkXYeH0>
- INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO.
<https://www.youtube.com/watch?v=x10ZrPJTJiE>



SEGUNDA UNIDAD

FUNCIONES

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de utilizar las funciones, su regla de correspondencia y representación gráfica para resolver problemas matemáticos es de su entorno cotidiano.

Práctica N° 8: Funciones

Práctica N° 9: Aplicaciones de las funciones

Práctica N° 10: Gráfica de funciones

Práctica N° 11: Gráfica de una función definida por partes y sus aplicaciones.

Práctica N° 12: Traslaciones y reflexiones



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 08 Tema: Funciones

I. Determina el dominio de las siguientes funciones

1. $f(x) = -10$

2. $f(x) = x - 1$

3. $f(x) = 25 - x^2$

4. $f(x) = \sqrt{x+4}$

5. $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$

6. $f(t) = \sqrt{-t-8}$

7. $f(r) = \frac{10}{(4-r)}$

8. $f(u) = \frac{3u-5}{(-u^2+2u+5)}$

9. $f(x) = x^3 - 12x + 2$

10. $f(x) = \frac{x-4}{x^2-6x-16}$

11. $f(x) = \sqrt{-2x+25}$

12. $f(t) = \frac{4-t^2}{2t^2-7t-4}$

13. $f(s) = \frac{s}{s+4}$

14. $f(x) = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{2x-1}}$

15. $f(x) = \frac{x^4}{x^2+x-6}$

II. Evalúe la función en los valores indicados

1. $f(x) = 2x - 1$;

$f(0), f(-2), f(1/2)$

2. $H(x) = 4 - x^2$;

$H(-6), H(t), H(t^2)$

3. $G(s) = s^2 + s$;

$G(-3), G(2x), G(-x^2)$

4. $f(x) = x^2 - 3x + 5$;

$f(2), f(-1), f(x+h)$

5. $f(s) = \frac{s-2}{s^2+6}$;

$f(3), f(-3x), f(x+h)$

6. $g(x) = x^{3/2}$;

$g(0), g(16), f(1/4)$

7. $G(x) = 4x^2 - 5$;

$G(2), G(\sqrt{2}), G(1/3)$

8. $f(x) = 6x$;

$f(s), f(t-1), f(y+3)$

9. $f(v) = \frac{3}{2\sqrt{v}}$;

$f(64), f(1/4), f(2-x)$

10. $H(x) = (3+x)^2$;

$H(1), H(0), H(t-2)$

11. $f(x) = \llbracket x \rrbracket$.

$f(2,1), f(2,9), f(-3,1), f(7/2)$

12. $g(x) = 2\llbracket x \rrbracket$

$g(-3), g(0,25), g(9, 5), g(11/3)$

13. $h(x) = \llbracket x + 3 \rrbracket$

$h(-2), h(1/2), h(4,2), h(-21/6)$

14. $g(x) = -7\llbracket x + 4 \rrbracket + 6$

$g(1/8), g(9), g(-4), g(3/2)$



III. En los problemas del 1al 8, determine

(a) $f(x+h)$ y (b) $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

1. $f(x) = 3x - 1$

2. $f(x) = \frac{x}{3}$

3. $f(x) = x^2 + 2x$

4. $f(x) = x^2 + 2x - 3$

5. $f(x) = 1 - 2x - 4x^2$

6. $f(x) = x^4$

7. $f(x) = \frac{2}{x}$

8. $f(x) = \frac{x+4}{x}$

9. Si $f(x) = 3x + 5$,
determine $\frac{f(1-h)-f(3)}{h}$

10. Si $f(x) = 3x^2 - x$, determine
 $\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$

IV. Determine los valores funcionales para cada función

1. $f(x) = 6$;
 $f(1), f(s-2), f(4/3)$

2. $g(x) = |x - 5|$;
 $g(4), g(8), g(-2)$

3. $f(x) = \begin{cases} -5, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$
 $f(-2), f(-1), f(-1), f(0), f(1), f(2)$

4. $f(x) = \begin{cases} -2, & x < 0 \\ 5x, & x \geq 0 \end{cases}$
 $f(-1), f(-4), f(0), f(3), f(1/25)$

5. $f(r) = \begin{cases} r + 2, & r < 1 \\ r - 1, & r \geq 1 \end{cases}$
 $f(-3), f(2), f(0), f(5)$

6. $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x < 0 \\ x - 1, & x \geq 0 \end{cases}$
 $f(-3), f(0), f(2), f(3), f(5)$

7. $f(x) = \begin{cases} 4, & x \leq 0 \\ 2x - 1, & x > 0 \end{cases}$
 $f(-3), f(0), f(2), f(3), f(5)$

8. $G(x) = \begin{cases} x, & x \geq 4 \\ 2 - x^3, & x < 4 \end{cases}$
 $G(-1), G(0), G(-2), G(6)$

9. $f(t) = \begin{cases} t & ; t > 0 \\ t - 1 & ; t = 0 \\ 2 & ; t < 0 \end{cases}$
 $f(-1), f(0), f(-4), f(2), f(6)$

10. $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x > 0 \\ x + 5 & ; x = 0 \\ 3x & ; x < 0 \end{cases}$
 $f(-4), f(-1/6), f(1/6), f(3)$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- Ernest Haeussler y Richard. Matemática para administración y economía (2003). Pearson educación Décima edición. México.
- James Stewart, Lothar Redlin y Saleem Watson. Precálculo (2007). Cengage Learning. Quinta Edición. México.



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 09 Tema: Aplicaciones de las funciones

I. Valor numérico de una función contextualizada

01. La suma S de los primeros n números naturales pares está dado por la función

$$S = f(n) = n^2 + n .$$

Determina la suma de:

- a) Los primeros 10 números naturales pares.
- b) Los primeros 15 números naturales pares.

02. Tasa de física. La distancia en pies que cae un objeto en ausencia de la resistencia del aire es dada por $S(t) = 16t^2$, donde t es el tiempo en segundos.

- a) Encontrar $S(0)$; $S(1)$; $S(2)$ y $S(3)$.
- b) Encontrar y simplificar $\frac{S(2+h)-S(2)}{h}$
- c) ¿Qué sucede en el inciso b) cuando h tiende a 0? Interprete físicamente.

03. La distancia de frenado, d , en metros para un automóvil que viaja a v kilómetros por hora está dada por la función

$$d = f(v) = 0,18v + 0,01v^2$$

Determine la distancia de frenado para las siguientes velocidades:

- a) 50 km/h
- b) 25 km/h

04. Las ganancias, P , en millones de dólares, obtenidas al construir un edificio con x pisos puede aproximarse mediante la función

$$P = f(x) = 0,02x^2 + 0,1x - 0,3 .$$

Determine la ganancia aproximada obtenida al construir un edificio de oficinas de:

- a) 3 pisos
- b) 5 pisos

05. Si el costo de un boleto para un concierto de rock se incrementa en x dólares, el crecimiento estimado en el ingreso, R , en miles de dólares está dado por la Función

$$R = f(x) = 24 + 5x - x^2 ; x < 8 .$$

Determine el crecimiento del ingreso si el costo por boleto se incrementa en:

- a) \$1
- b) \$4



06. Presión en la profundidad del mar. La función P , dada por

$$P(d) = \frac{1}{33}d + 1 ,$$

proporciona la presión en atmósferas (el atm), a una profundidad d , en pies, bajo el mar.

- Encontrar $P(0)$; $P(5)$; $P(10)$; $P(33)$ y $P(200)$.
- Encontrar el dominio de la función.

07. Distancia de frenado en el deslumbramiento del hielo. La distancia de frenado (a cierta velocidad fija) de neumáticos regulares sobre el resplandor del hielo es una función de la temperatura del aire F , en grados Fahrenheit. Esta función es estimada por

$$D(F) = 2F + 115$$

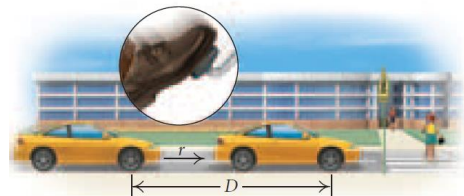
donde $D(F)$ es la distancia de frenado, en pies, cuando la temperatura del aire es F , en grados Fahrenheit.

- Encontrar $D(0^\circ)$; $D(-20^\circ)$; $D(10^\circ)$ y $D(32^\circ)$.
- Explique por qué el dominio debería restringirse a $[-57,5^\circ; 32^\circ]$.

08. El tiempo de reacción Supongamos que mientras conduce un coche, ve cerca de una escuela a un guardia de seguridad de tráfico en la carretera. El cerebro registra la información y envía una señal al pie para golpear el freno. El coche recorre una distancia D , en pies, durante este tiempo, donde D es una función de la velocidad r , en millas por hora. La distancia es una función lineal definida por

$$D(r) = \frac{11}{10}r + \frac{1}{2}$$

- Encontrar $D(5)$; $D(10)$; $D(20)$; $D(50)$ y $D(65)$
- ¿Cuál es el dominio de esta función? Explicar.



09. Periodo de un péndulo. El periodo T (en segundos) de un periodo simple es una función de su longitud l (en pies), la cual está definida por la ecuación

$$T(l) = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

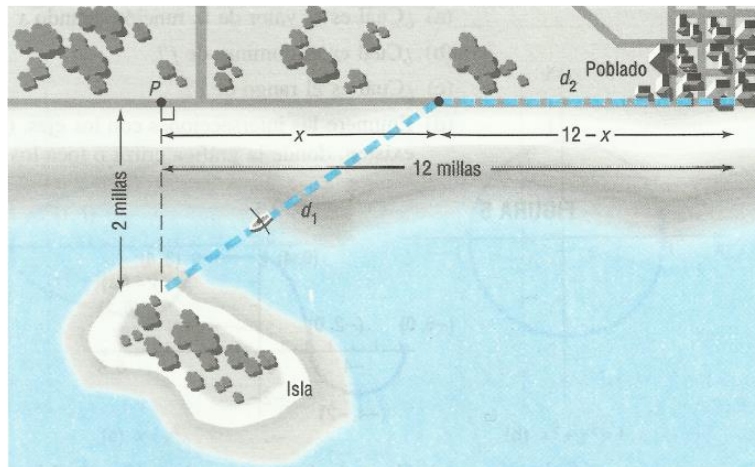
Donde $g \approx 32,2$ pies por segundo en cada segundo es la aceleración gravitacional. Utilice una calculadora para determinar el periodo de un péndulo cuya longitud mide 1 pie. ¿En cuánto aumentará el periodo si la longitud crece a 2 pies?

10. Distancia a un poblado. Una isla se encuentra a 2 millas del punto P más cercano de una costa recta. Un poblado está a 12 millas de dicha costa desde el punto P .

- Si una persona puede remar a una velocidad promedio de tres millas por hora y caminar 5 millas por hora, exprese el tiempo T que tardaría en ir de la isla al poblado como una función de la distancia x de P hasta donde esa persona deja anclado el bote en que llegó a la costa. (Véase la figura)



- b) ¿Cuánto tiempo tardará la persona en ir de la isla al poblado si deja anclado el bote a 4 millas de P?
c) ¿Y si lo deja anclado a 8 millas de P?



II. Resolver los siguientes problemas

- 01. Viaje en tren** Un boleto de viaje redondo en tren a la ciudad cuesta \$4,50. Escriba su costo como función del ingreso del pasajero. ¿Qué tipo de función es?
- 02. Función de costo.** En la fabricación de un componente para una máquina, el costo inicial es de \$850, y todos los costos adicionales son de \$3 por unidad producida.
- a) Expresé el costo total C (en dólares) como una función lineal del número q de unidades producidas.
b) ¿Cuántas unidades se producen si el costo total es de \$1600?
- 03. Ventas.** Para estimular las ventas a grupos grandes, un teatro cobra dos precios. Si su grupo es menor de 12, cada boleto cuesta \$9,50. Si su grupo es de 12 o más, cada boleto cuesta \$8,75. Escriba una función definida por partes para representar el costo de comprar "n" boletos
- 04. Inscripciones** El club automovilístico "Sapito rápido" está organizando un rally por el valle. La cuota de inscripción es de S/.175 por auto para los primeros 10 y S/. 250 adicionales por cada auto adicional. Encontrar la función de ingresos por inscripción $C(x)$ como una función del número de autos x .
- 05. Planificación de eventos.** Una joven pareja está planeando su boda en un club de yates. El *Yacht Club* cobra una tarifa plana de \$1 000 para reservar la sala para una fiesta privada. El costo de los alimentos es de \$35 por persona para las primeras 100 personas y 25 dólares por persona por cada persona adicional más allá de los 100 primeros. Escriba la función de costos $C(x)$ como una función del número de personas x asistir a la recepción.
- 06. Renta de autos** La función $C(x)$ proporciona el costo por arrendar autos, la agencia carga \$0,30 por milla cuando el total de millas recorridas no excede a 75, y \$0,30 por milla para las primeras 75 millas, más \$0,20 por cada milla adicional recorrida cuando el total de millas recorridas excede a 75. Encuentre $C(50)$.



- 07. Racionamiento de energía** En algunas zonas de los Estados Unidos, los apagones han obligado a algunas regiones con el racionamiento de la electricidad. Supongamos que el costo es de \$0,09 por kilowatts (kW) para los primeros 1 000 kW a usos domésticos. Después de 1 000 kW, el costo aumenta a 0,18 por kW, escribir estas cargas de electricidad en la forma de una función definida por partes $C(h)$, donde $C(h)$ es el costo por kW-h. Determinar el costo de 1 200 kW.
- 08. Precios para el gas natural** La compañía local de gas cobra \$0,75 por termia de gas natural, hasta 25 termias. Una vez que las 25 termias se ha superado, la carga se duplica a \$1,50 por termias debido a lo limitado de la oferta y la demanda. Escribir estas cargas para el consumo de gas natural en la forma de una función definida por partes $C(t)$, donde $C(t)$ es el cargo por t termias. Determinar el costo a un hogar que utiliza 45 termias durante un mes de invierno.
- 09. Los precios de admisión:** En un parque de diversiones, los bebés menores de 2 años entran gratis. Los niños mayores de 2 años pero menores de 13 años pagan \$2, los adolescentes de 13 a 20 años pagan \$5, adultos de 20 a 65 años pagan \$7, y las personas mayores o iguales de 65 años entran pagando el precio de adolescentes. Escriba esta información en la forma de una función definida por partes y calcula el costo de ingreso para una familia de 9, conformada por: un abuelo de 70 años, dos adultos (44; 45 años), 3 adolescentes, 2 niños y un bebé.

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

Ejemplo:

- Arthur Goodman/Lewis Hirsch. Álgebra y trigonometría con Geometría Analítica. 1ra. edición. PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S.A.
- Allen R. Angel. Álgebra Intermedia. Cuarta edición. PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S.A.
- Michael Sullivan. Cuarta edición. Precálculo. PEARSON EDUCACIÓN (México)
- Larson-Hostetler. Séptima edición. Precálculo. REVERTÉ, S.A. DE C.V (México)
- www.editorial-bruno.es.



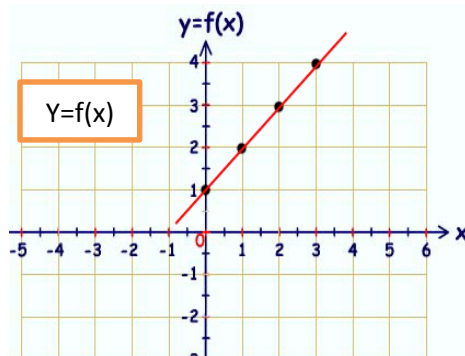
PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 10

Tema: Gráfica de funciones

I. Observe cada gráfica y responda

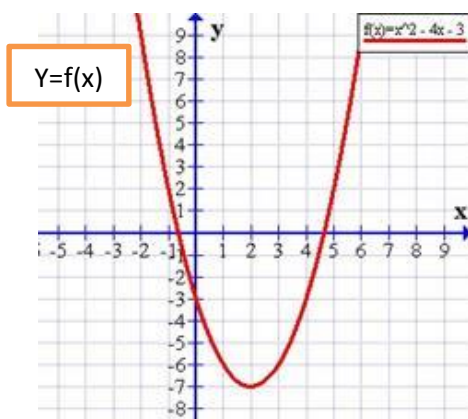
1. En la siguiente gráfica determine lo siguiente:

- Dominio de la función
- Rango de la función
- Estime $f(1)$; $f(2)$; $f(3)$



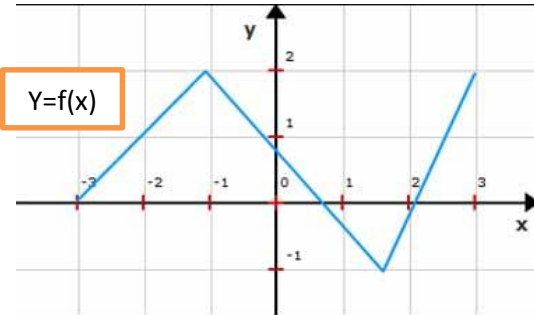
2. En la siguiente gráfica determine lo siguiente:

- Dominio de la función
- Rango de la función
- Estime $f(0)$; $f(1)$; $f(2)$; $f(3)$; $f(4)$



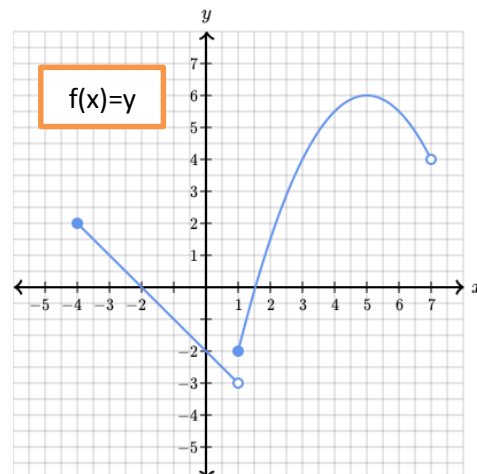
3. En la siguiente gráfica determine lo siguiente:

- Dominio de la función
- Rango de la función
- Estime: $f(-3)$; $f(-1)$; $f(2)$; $f(3)$



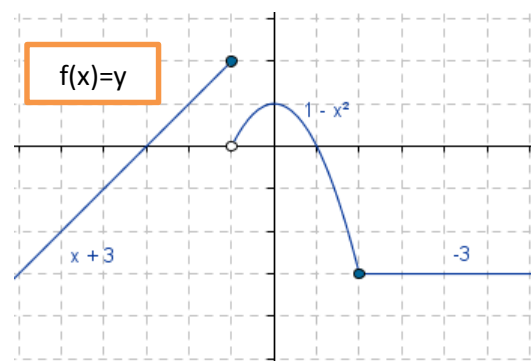
4. En la siguiente gráfica determine lo siguiente:

- Dominio de la función
- Rango de la función
- Estime $f(-4)$; $f(-2)$; $f(0)$; $f(7)$



5. En la siguiente gráfica determine lo siguiente:

- Dominio de la función
- Rango de la función
- Estime: $f(-1)$; $f(-2)$; $f(-3)$; $f(0)$; $f(4)$





II. Esboza la gráfica de las siguientes funciones constantes: Elabora una tabla de valores, determina el dominio y rango de la función.

1. $f(x) = 3$
2. $f(x) = -5$
3. $f(x) = 1$; $-4 \leq x \leq 4$
4. $f(x) = -2$; $-2 < x < 3$
5. $f(x) = 3$; $x < 3$

III. Esboza la gráfica de las siguientes funciones lineales. Elabora una tabla de valores, determina el dominio y rango de la función

1. $f(x) = x + 1$
2. $f(x) = -2x + 3$
3. $f(x) = \frac{x+1}{2}$
4. $f(x) = x - 3$; $-2 < x < 6$
5. $f(x) = -2x - 3$; $-3 \leq x < 5$

IV. Esboza la gráfica de las siguientes funciones valor absoluto: Elabora una tabla de valores, determina el dominio y rango de la función.

1. $f(x) = |x|$
2. $f(x) = -|x - 3|$
3. $f(x) = |2x + 4|$
4. $f(x) = |x + 3|$; $-3 < x \leq 4$
5. $f(x) = |x - 2|$; $x \leq 2$

V. Esboza la gráfica de las siguientes funciones raíz cuadrada: Elabora una tabla de valores, determina el dominio y rango de la función.

1. $f(x) = \sqrt{x}$
2. $f(x) = \sqrt{x + 1}$
3. $f(x) = \sqrt{2x + 4}$
4. $f(x) = -\sqrt{x - 3}$
5. $f(x) = \sqrt{-x + 1}$

VI. Esboza la gráfica de las siguientes funciones cuadráticas. Elabora una tabla de valores, determina el dominio y rango de la función.

1. $f(x) = x^2$
2. $f(x) = x^2 + 2$
3. $f(x) = x^2 - 4$
4. $f(x) = 2 - 3x^2$
5. $f(x) = -2x^2 + 1$; $-4 \leq x < 3$

VII. Esboza la gráfica de las siguientes funciones máximo entero. Elabora una tabla de valores, determina el dominio y rango de la función.

1. $f(x) = \llbracket x \rrbracket$
2. $f(x) = \llbracket x \rrbracket - 1$
3. $f(x) = \llbracket x - 3 \rrbracket$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

https://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_matem%C3%A1tica

<http://www.vitutor.com/fun/2/funciones.html>



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 11

Tema: Gráfica de una función definida por partes

I. En los ejercicios del 1 al 20 grafica la función y determina el dominio, rango e intervalos de crecimiento y decrecimiento.

$$1. f(x) = \begin{cases} 5x, & \text{si } x < 0 \\ 4, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} 4, & \text{si } x \leq 0 \\ x^2, & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

$$3. h(r) = \begin{cases} 3r - 1, & \text{si } r > 2 \\ r^2 - 4r + 7, & \text{si } r \leq 2 \end{cases}$$

$$4. p(x) = \begin{cases} |x|, & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$5. f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{si } x \leq 2 \\ x, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$6. r(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & \text{si } x < -2 \\ 3 + x, & \text{si } -2 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

$$7. f(x) = \begin{cases} x^2 + 5, & \text{si } x \leq -1 \\ -x^2 + 4x + 3, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$8. s(x) = \begin{cases} 1 - (x - 1)^2, & \text{si } x \leq 2 \\ \sqrt{x - 2}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$9. f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 3, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$10. t(x) = \begin{cases} \sqrt{4 + x}, & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{4 - x}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$11. f(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ 0, & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ x - 3, & \text{si } 2 < x \leq 8 \end{cases}$$

$$12. f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{si } x < 0 \\ x^2, & \text{si } 0 \leq x < 4 \\ -x, & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

$$13. f(x) = \begin{cases} 3x, & \text{si } x < 0 \\ x + 1, & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ (x - 2)^2, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$14. f(x) = \begin{cases} -x, & \text{si } x \leq 0 \\ 9 - x^2, & \text{si } 0 < x \leq 4 \\ x - 3, & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

$$15. f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ 3, & \text{si } 3 \leq x \leq 5 \\ x - 1, & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

$$16. f(x) = \begin{cases} 5, & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ 2 - x, & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ \sqrt{x - 3}, & \text{si } 3 < x \leq 8 \end{cases}$$

$$17. f(x) = \begin{cases} 2 - |x|, & \text{si } x < -2 \\ x^2, & \text{si } -2 \leq x < 1 \\ \sqrt{x - 1}, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$18. f(x) = \begin{cases} -x, & \text{si } x < 0 \\ 1 - |x - 1|, & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ x - 3, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$19. f(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x < 0 \\ |x - 1|, & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$20. f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } x < 0 \\ |x|, & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ x, & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

II. Resolver los siguientes problemas

21. **Tarifas.** Un teléfono celular cuesta 48 dólares al mes. El plan incluye 300 minutos gratis y cada minuto adicional de uso cuesta 30 centavos de dólar. El costo mensual C es una función de la cantidad de minutos empleados " x " y se expresa como:

$$C(x) = \begin{cases} 48 & \text{si } 0 \leq x \leq 300 \\ 48 + 0,3(x - 300) & \text{si } x > 300 \end{cases}$$

Determine:

- $C(100)$, $C(200)$, $C(600)$
- ¿Qué representan las respuestas del inciso a)?



22. **Compras por internet.** Una librería por internet cobra \$ 20 por envío para pedidos menores a \$150, pero el envío es gratis para pedidos de \$150 o más. El costo C de un pedido es una función del precio total " x " de los libros comprados, dada por:

$$C(x) = \begin{cases} x + 20 & \text{si } x < 150 \\ x & \text{si } x \geq 150 \end{cases}$$

Determine:

- a) $C(80)$, $C(100)$, $C(200)$ y $C(300)$
b) ¿Qué representan las respuestas del inciso a)?
23. **Costo de estancia en un hotel.** En cierto hotel de la ciudad de Huancayo se cobra S/.80 por noche para las tres primeras noches y S/.65 por cada noche adicional. El costo total C es una función del número de noches " x " que permanece un huésped en el hotel.

- a) Complete las expresiones en la siguiente función definida por partes.

$$C(x) = \begin{cases} \dots \dots \dots & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ \dots \dots \dots & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

- b) Determine $C(2)$, $C(5)$, $C(10)$
c) ¿Qué representan las respuestas del inciso b)?
24. **Multas por exceso de velocidad.** La velocidad máxima permitida en las autopistas es 90Km/h y la mínima 45Km/h. La multa por violar estos límites es S/.35 por cada km/h arriba del máximo o abajo del mínimo. La función F que indica la multa en función de la velocidad " x " a la que conduce una persona se define como:

$$F(x) = \begin{cases} 35(45 - x) & \text{si } 0 < x < 45 \\ 0 & \text{si } 45 \leq x \leq 90 \\ 35(x - 90) & \text{si } x > 90 \end{cases}$$

Determine:

- a) $F(30)$, $F(130)$, $F(84)$
b) ¿Qué representan las respuestas del inciso a)?
25. **Impuesto a la renta.** Si T representa el impuesto sobre un ingreso " x " (en dólares) para un contribuyente de un determinado estado y se define de la siguiente manera:

$$T(x) = \begin{cases} 0,02x & \text{si } 0 \leq x \leq 2\,050 \\ 0,05x - 51,3 & \text{si } 2\,050 < x \leq 5\,600 \\ 1\,100 - 0,06x & \text{si } x > 5\,600 \end{cases}$$

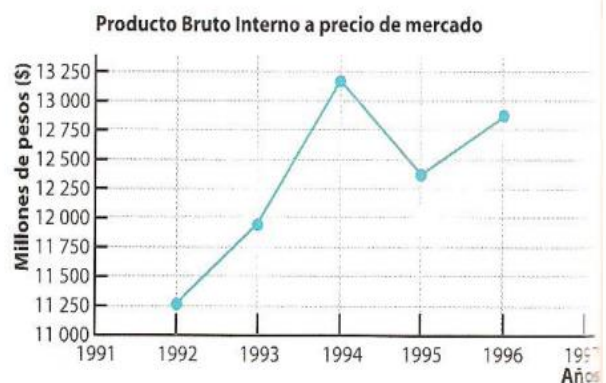
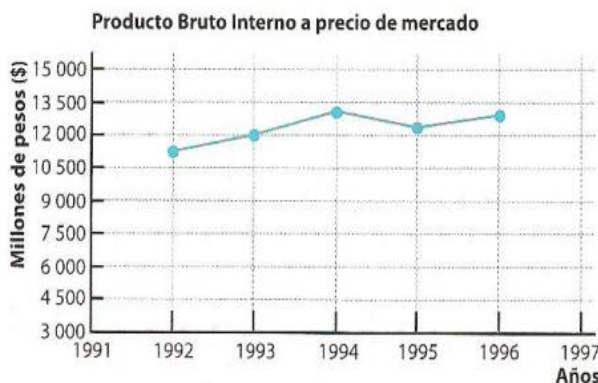
Determine:

- a) $T(1\,200)$, $T(3\,050)$, $T(6\,423,50)$
b) ¿Qué representan las respuestas del inciso a)?
26. **Tarifas eléctricas** Westside Energy cobra a sus clientes una tarifa base de \$7 por mes, más 20 centavos por kilowatt-hora (KWh) por los primeros 200 KWh empleados y 5 centavos por KWh para todo consumo mayor de 200 KWh. Suponga que un cliente utiliza " x " KWh de electricidad en un mes.

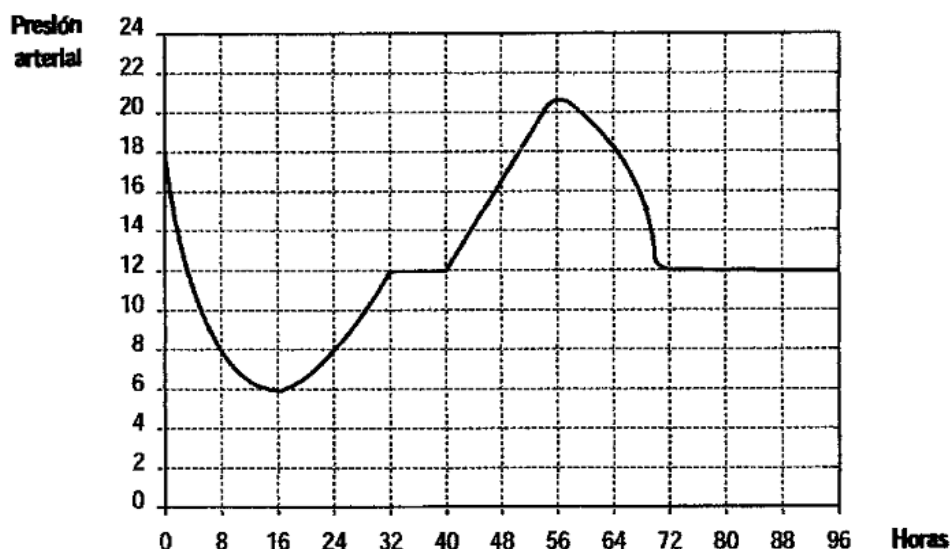
- a) Expresar el costo mensual E como una función de x .
b) Grafique la función E para $0 \leq x \leq 400$



27. **Comisiones de ventas** Un sitio web con un alto volumen paga vendedores para conseguir anunciantes publicitarios para el sitio. Cada vendedor recibe \$200 semanales de salario y una comisión de 4% sobre todas las ventas superiores a \$3 000 durante una semana. Además, si las ventas semanales son de \$8 000 o más, el vendedor obtiene una bonificación de \$100. Halla una función definida por partes para las ganancias semanales E (en dólares) en términos de las ventas semanales x (en dólares). Traza la gráfica de esta función y halla las ganancias semanales por ventas de \$5 750 y de \$9 200.
28. **Contribución sobre ingresos estatales** Las contribuciones por ingresos en un determinado estado, para una persona soltera que presenta su planilla son 3% por los primeros \$10 000 de ingresos tributables y 5% sobre los ingresos tributables que excedan de \$10 000. Halla una función definida por partes para las contribuciones adeudadas por una persona soltera con un ingreso de x dólares, y traza la gráfica de esta función.
29. Los siguientes gráficos corresponden al producto bruto interno de cierto país; uno de ellos figura en un diario oficialista y, el otro, en uno opositor.
- ¿Los dos gráficos representan la misma información?
 - ¿Representan la misma función?
 - ¿A qué diario corresponde cada gráfico? justificar la elección.



30. Se ha tomado la presión arterial a un paciente hospitalizado durante un tiempo. Los registros se han representado gráficamente en la figura.





- a) ¿Durante cuánto tiempo se tomaron los datos de la presión arterial del paciente?
- b) ¿Entre qué valores osciló su presión?
- c) ¿En qué periodos el valor de a presión estuvo aumentando? ¿Cuándo fue disminuyendo? ¿En algún momento se mantiene constante?
- d) ¿Cuál fue la máxima presión y cuándo la alcanzó? ¿y cuál fue la mínima? ¿A qué hora del día?
31. **Llamadas telefónicas** El costo de una llamada telefónica diurna desde Perú al Estado de Nueva Yersi, es de 69 centavos para el primer minuto y 58 centavos por cada minuto adicional (o parte de un minuto). Dibuje la gráfica del costo C (en dólares) de la llamada telefónica como una función del tiempo t (en minutos).
32. **Cargo por entrega** El costo de enviar un paquete para entre al día siguiente, de los Ángeles a Miami, es \$23,40 para un paquete que pese hasta 1 libra sin que llegue a ésta, y \$ 3,75 por cada libra adicional o parte de una libra. Un modelo para que el costo total C (en dólares) de enviar el paquete es $C = 23,40 + 3,75[[x]]$, $x > 0$, donde x es el peso en libras.
- a) Trace una gráfica del modelo
- b) Determine el costo de enviar un paquete que pesa 9,25 libras.
33. **Cargo por entrega** El costo de enviar un paquete para entrega al día siguiente, de nueva York a Atlanta, es \$22,65 para un paquete que pesa hasta 1libra sin que llegue a ésta, y \$ 3,70 por cada libra adicional o parte de una libra.
- a) Use la función mayor entero para crear un modelo del costo C de entregar el día siguiente un paquete que pesa x libras, $x > 0$.
- b) Trace la gráfica de la función.

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

<https://www.youtube.com/watch?v=VQge5hGpO2c>

<https://es.khanacademy.org/math/algebra/algebra-functions/piecewise-functions/e/piecewise-graphs-linear>

Haeussler, E. y Paul, R., (2 007). Matemáticas para administración, economía, ciencias sociales y de la vida (8ª.ed.). Mexico: Pearson.

Stewart,J.,Redlin, L y Watson, S., (2007). Precálculo: Matemáticas para el cálculo (5a.ed.) México: Cengage Learning.

Barnett, Ziegler, Byleen, Sobecki., (2013).Precálculo

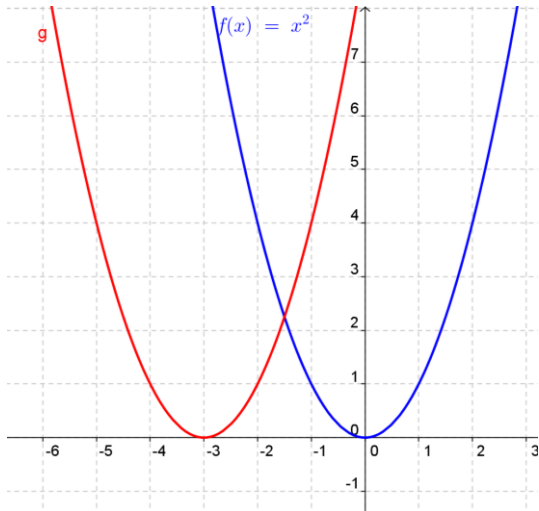


PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 12

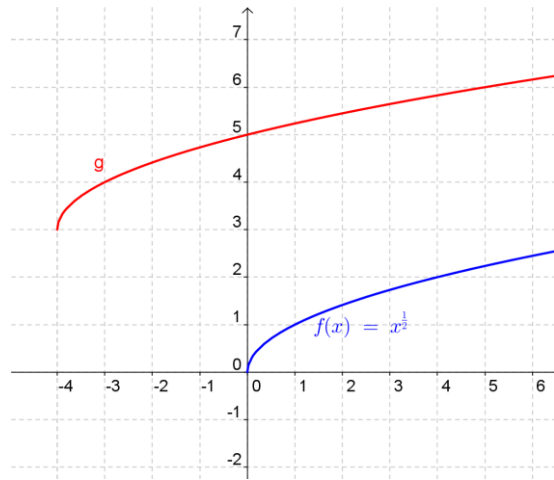
Tema: Traslaciones y reflexiones

I. Se dan las gráficas de f y g . Encuentre una fórmula para la función g .

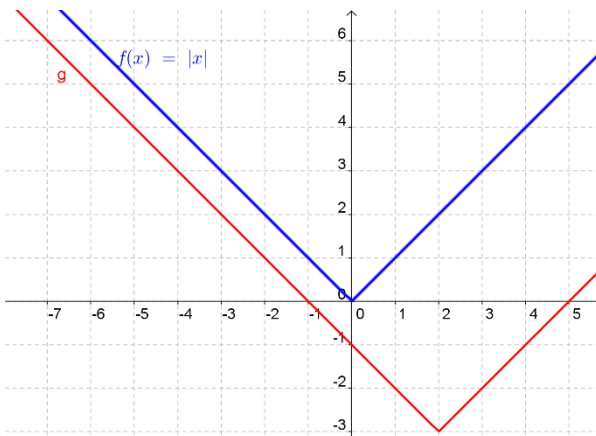
1.



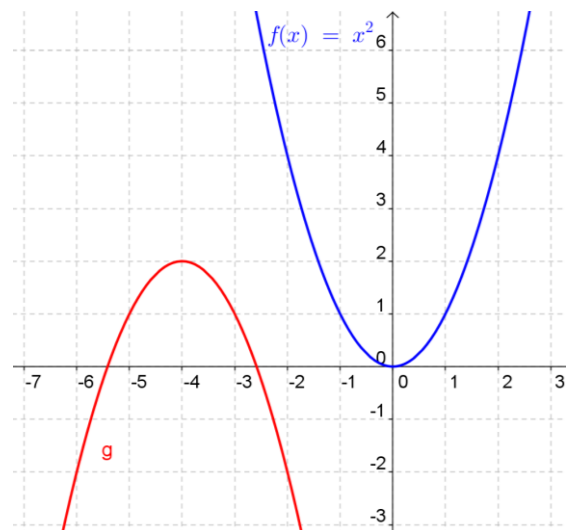
3.



2.

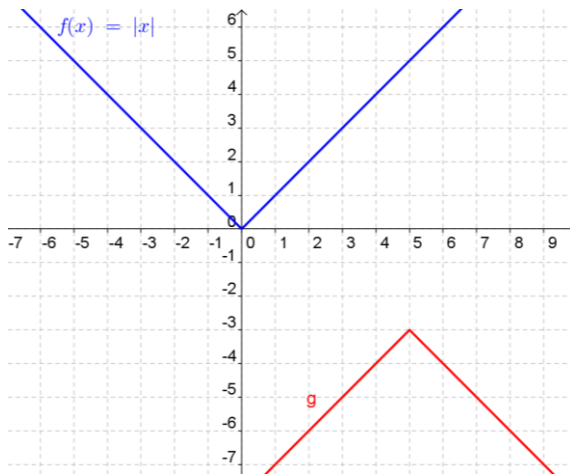


4.

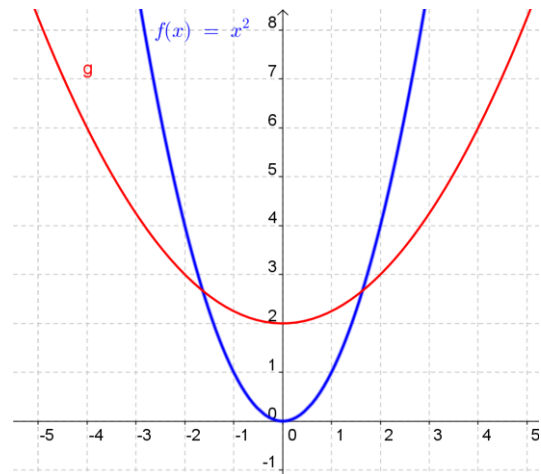




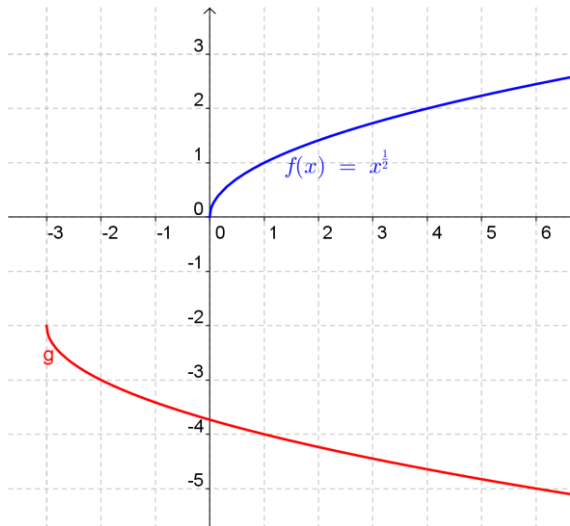
5.



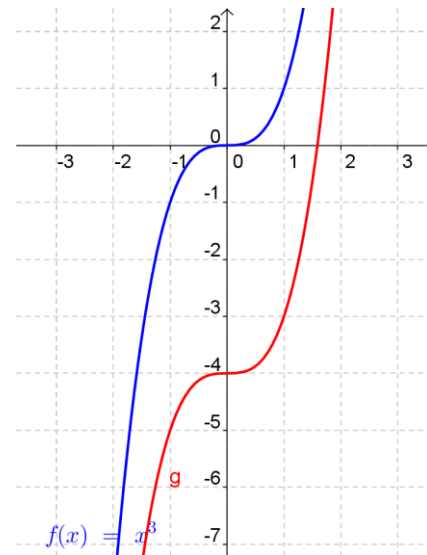
8.



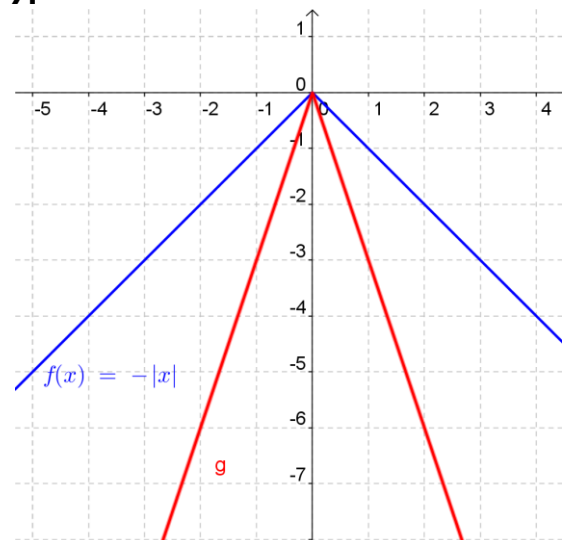
6.



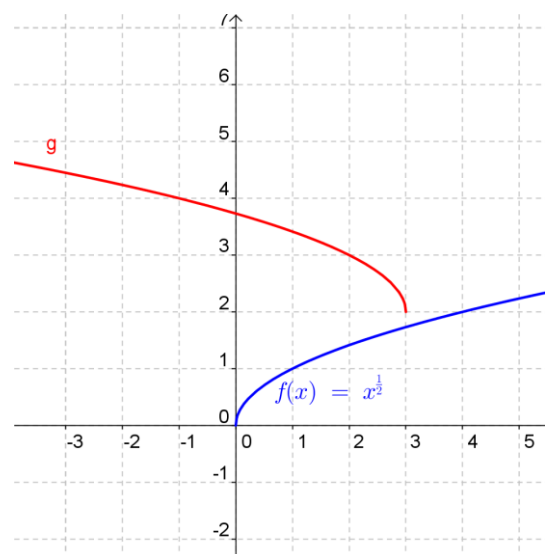
9.



7.



10.





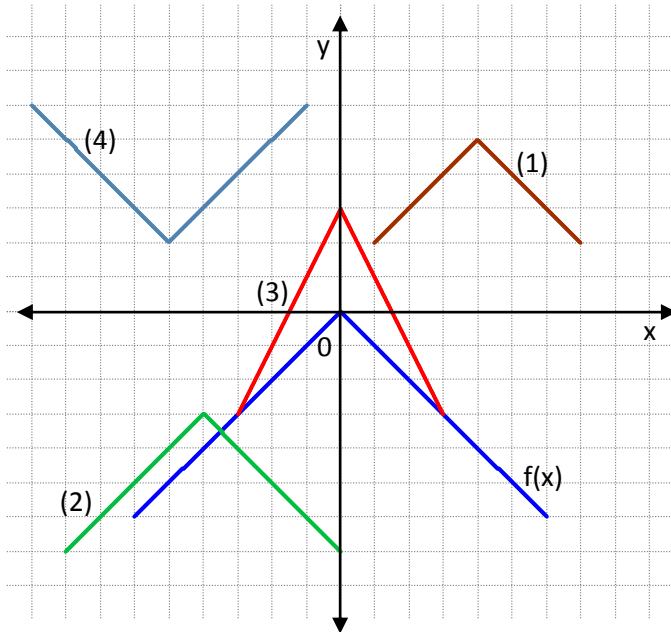
11. Se le da la gráfica de $y = f(x)$. Compare cada ecuación con su gráfica.

a) $y = f(x - 4) + 5$

b) $y = f(3x) + 3$

c) $y = -f(x + 5) + 2$

d) $y = f(x + 4) - 3$



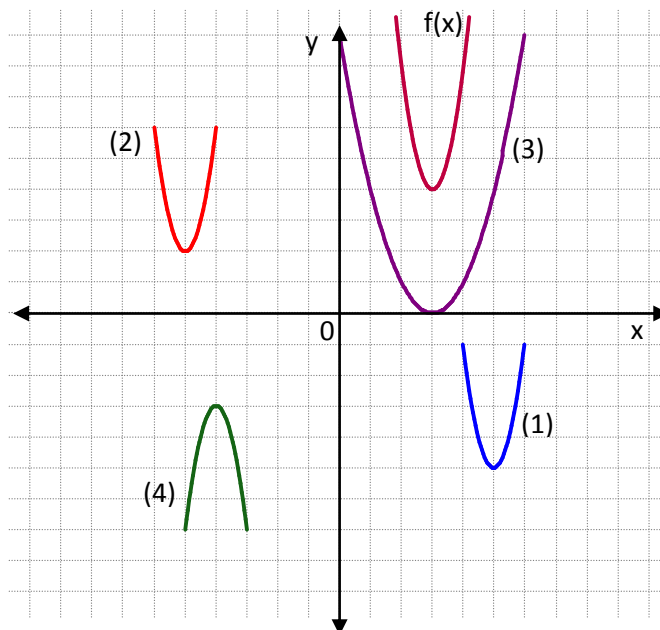
12. Se le da la gráfica de $y = f(x)$. Compare cada ecuación con su gráfica:

a) $y = f(x - 2) - 9$

b) $y = f(0,5x) - 4$

c) $y = -f(x + 7) - 7$

d) $y = f(x + 8) - 2$





II. Se da una función f y se aplican a su gráfica las transformaciones indicadas (en el orden dado). Escriba la función para la gráfica transformada final.

1. $f(x) = x^3$; desplace hacia arriba 4 unidades y 5 unidades a la izquierda.
2. $f(x) = |x|$; desplace hacia abajo 2 unidades y una unidad a la derecha.
3. $f(x) = \sqrt{x}$; desplace 4 unidades a la derecha, alargue verticalmente por un factor 3 y refleje en el eje x .
4. $f(x) = x^2$; desplace hacia la izquierda $2/3$ unidad, acorte verticalmente por un factor de $1/4$ y desplazarse hacia abajo 6 unidades.
5. $f(x) = |x|$; desplace a la derecha 5 unidades, alargue verticalmente por un factor de 4, desplace hacia arriba 3 unidades.

III. Bosqueje la gráfica de la función, no mediante la gráfica de puntos, sino iniciando con la gráfica de una función estándar y aplicando transformaciones.

1. $f(x) = (x + 3)^2$
2. $g(x) = (x - 4)^2$
3. $f(x) = -(x - 2)^2$
4. $g(x) = 3 - x^2$
5. $y = x^3 + 4$
6. $f(x) = 1 - x^3$
7. $y = |x + 3| - 2$
8. $y = |x - 2| + 3$
9. $f(x) = 4 - |x|$
10. $y = 5 - |x + 2|$
11. $y = \sqrt{x} + 5$
12. $y = \sqrt{3 - x} + 4$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- HAEUSSLER Ernest y PAUL Richard. *Matemáticas para administración, economía, ciencias sociales y de la vida*. 8a.ed. México: Pearson. 2007
- STEWART James, REDLIN Lothar y WATSON Saleem. *Précalculo: Matemáticas para el cálculo*. (5a. ed.). México: Cengage Learning. 2007



TERCERA UNIDAD

**FUNCIONES CUADRÁTICAS Y
SISTEMAS DE ECUACIONES**

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de representar gráficamente rectas y parábolas y resolver sistemas de ecuaciones lineales relacionadas a un contexto real.

Práctica N° 13: Ecuación de la recta

Práctica N° 14: Aplicaciones con las funciones lineales

Práctica N° 15: Funciones cuadráticas

Práctica N° 16: Sistema de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas

Práctica N° 17: Aplicaciones de los sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas.



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 13

Tema: Ecuación de la recta

I. Halle la pendiente de la recta que pasa por los puntos dados:

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1. (1 ; 3) y (2 ; 5) | 6. (4, 6) y (3, 3) |
| 2. (2, -5) y (6, 1) | 7. (2, 1) y (-4, 4) |
| 3. (-3, -1) y (2, -2) | 8. (2, 4) y (-3, -1) |
| 4. (5, 3) y (-3, 4) | 9. (-1, -1) y (2, -3) |
| 5. (-3, 5) y (-2, 3) | 10. (3, -4) y (-2, -1) |

II. Determine una ecuación lineal general ($Ax + By + C = 0$) de la recta que tiene las propiedades indicadas, y haga el bosquejo de cada recta.

- | | |
|--|--|
| 11. Pasa por (3; -2) y tiene pendiente 4. | 19. Tiene pendiente -3 y su intersección con el eje Y es 5. |
| 12. Pasa por (-1; 4) y tiene pendiente -5. | 20. Tiene pendiente $1/4$ y su intersección con el eje Y es -3. |
| 13. Pasa por (-4; -1) y tiene pendiente 3. | 21. Tiene pendiente 2 y su intersección con el eje Y es $3/2$. |
| 14. Pasa por (6; 3) y tiene pendiente $-1/3$. | 22. Tiene pendiente $-1/2$ y su intersección con el eje Y es -4. |
| 15. Pasa por (-3; 5) y (-2; 3). | 23. Es horizontal y pasa por (-3; -1). |
| 16. Pasa por (5; 3) y (-3; 4). | 24. Es vertical y pasa por (3; -4). |
| 17. Pasa por (-1; -1) y (2; -3). | 25. Pasa por (-2; -1) y es vertical. |
| 18. Pasa por (2; 1) y (-4; 4). | |

III. Encuentre si es posible, la pendiente y la intersección con el eje Y de la recta determinada por la ecuación, y haga el bosquejo de la gráfica.

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 26. $y = 2x - 3$ | 31. $y = 3$ |
| 27. $x + 3 = -1$ | 32. $4x - 5 = 3y + 7$ |
| 28. $2x - 3y + 1 = 0$ | 33. $2y = 5x$ |
| 29. $y - 5 = 2x$ | 34. $y + 4 = 3(x - 1)$ |
| 30. $x = -6$ | 35. $8y + 3 = 0$ |

IV. Determine una forma lineal general y la forma pendiente ordenada al origen de cada ecuación.

- | | |
|-----------------------|--------------------------------------|
| 36. $3x = 4 + y$ | 42. $3(x + 1) - 2(y - 3) = 5$ |
| 37. $5x = 1 - 3y$ | 43. $4(3 - x) + 5(y + 2) = -1$ |
| 38. $2x + y = 8$ | 44. $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = -1$ |
| 39. $4y - 3x = -4$ | 45. $y = \frac{3}{25}x - 6$ |
| 40. $4x - y - 9 = 0$ | |
| 41. $5y - 2x + 4 = 0$ | |

V. Determine si las rectas son paralelas, perpendiculares o ninguna de las dos.

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 46. $-2x + 4y = -3$; $-12x - 6y = 4$ | 51. $2x = y - 10$; $y = -2x + 5$ |
| 47. $y = 3x - 4$; $y = 3x + 1$ | 52. $7y + 1 = 7x$; $x + 5 = y$ |
| 48. $y = -2x + 5$; $y = -2x - 2$ | 53. $y = -3x + 5$ y $y = \frac{1}{3}x + \frac{16}{3}$ |
| 49. $y = 3x + 2$; $y = 5x - 3$ | 54. $x - 5y = 15$ y $y = -5x - 5$ |
| 50. $3x + 4y = 2$; $8x - 6y = 5$ | 55. $y = -2$ y $x = 4$ |



VI. Determine una ecuación de la recta que satisfaga las condiciones dadas. Si es posible, de la respuesta en la forma pendiente-ordenada al origen.

56. Pasa por $(2, 1)$ y es paralela a $y = 3x - 4$

57. Pasa por $(-3, 4)$ y es paralela a $x = -2$

58. Pasa por $(3, 2)$ y es paralela a $y = 5$

59. Pasa por $(-3, -1)$ y es paralela a $y = -\frac{3}{4}x + \frac{2}{5}$.

60. Es perpendicular a $y = -2x + 5$ y pasa por $(1, -2)$

61. Es perpendicular a $3x + 4y = 2$ y pasa por $(0, -3)$

62. Pasa por $(-1, 2)$ y es perpendicular a $y = 3$

63. Pasa por $(2, -2)$ y es perpendicular a la recta $y = -2x + 5$

64. Pasa por $(-4, -5)$ y es paralela a la recta $-2x + 4y = -3$

65. Pasa por $(3, -7)$ y es paralela al eje Y.

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- HAEUSSLER Ernest y PAUL Richard. *Matemáticas para administración, economía, ciencias sociales y de la vida*. 8a.ed. México: Pearson. 2007
- STEWART James, REDLIN Lothar y WATSON Saleem. *Précalculo: Matemáticas para el cálculo*. (5a. ed.). México: Cengage Learning. 2007



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 14

Tema: Aplicaciones de las funciones lineales

- 1. Producto** La suma de dos números positivos es 50. Encuentre una función que modele su producto P en términos de x , uno de los números.
- 2. Área** Un triángulo isósceles tiene un perímetro de 12 cm. Encuentre una función que modele su área A en términos de la longitud de su base b .
- 3. Perímetro** Un triángulo rectángulo tiene un cateto que mide la mitad de su hipotenusa. Encuentre una función que modele su perímetro P en términos de la longitud " x " del cateto más pequeño.
- 4. Área** La longitud de un lote de edificación rectangular es cuatro veces su ancho. Encuentre una función que modele su área en términos de su ancho " x ".
- 5. Área** Un cartel publicitario es 12 pulgadas más largo que su ancho. Encuentre una función que modele su área A en términos de su ancho " x ".
- 6. Volumen** Una caja rectangular para empacar galletas tiene una base cuadrada, su altura es la mitad del ancho de la base. Encuentre una función que modele su volumen V en términos de su ancho " x ".
- 7. Volumen** La altura de un cilindro es tres veces su radio. Encuentre una función que modele el volumen V del cilindro en términos de su radio " r ".
- 8. Perímetro** El terreno del nuevo súper mercado *Open plaza* tiene un área rectangular de 3 200 metros cuadrados. Encuentre una función que modele su perímetro P en términos de la longitud " x " de uno de sus lados.
- 9. Longitud** La estudiante más alta de la UCCI mide 1,85m de estatura, está parada cerca de una lámpara del alumbrado del patio de la universidad que tiene 5m de altura. Encuentre una función que modele la longitud " L " de su sombra en términos de su distancia " d " desde la base de la lámpara.
- 10. Ingreso de un estadio** Un equipo de fútbol provinciano juega en un estadio que aloja 50 mil espectadores. Con el precio del boleto a 15 soles, la asistencia promedio en juegos recientes ha sido 27 mil espectadores. Un estudio de mercado indica que por cada sol que se reduce al precio del boleto, la asistencia se incrementa en 3 000. Encuentre una función que modele el ingreso en términos del precio del boleto.
- 11. Maximizar la ganancia** Una empresa dedicada a observar aves elabora y vende alimentadores simples para aves con el fin de reunir fondos para sus actividades de conservación. El costo del material para cada alimentador es 6 soles, y venden un promedio de 20 por semana a un precio de 10 soles cada uno. Han estado considerando subir el precio, así que llevan a cabo un estudio y encuentran que por cada incremento de un sol pierden dos ventas por semana. Encuentre una función que modele la ganancia semanal en términos del precio por alimentador.
- 12. Ecuación de demanda** Suponga que los clientes demandarán 40 unidades de un producto cuando el precio es de 12 soles por unidad y 25 unidades cuando el precio es 18 soles cada una. Halle la ecuación de la demanda, suponiendo que es lineal. Determine el precio por unidad cuando se requieran 45 unidades.



- 13. Ecuación de demanda** La demanda semanal para un libro que se vende mucho es de 20 mil ejemplares cuando el precio es 12 soles cada uno, y de 10 mil libros cuando el precio es de 20 soles cada uno. Determine una ecuación de demanda para el libro, suponiendo que aquella es lineal
- 14. Ecuación de oferta** Un fabricante de microondas produce 3 000 unidades cuando el precio es de 640 soles y 2 200 unidades cuando el precio es de 450 soles. Suponga que el precio "p" y la cantidad "q" producidas están relacionadas de manera lineal. Determine la ecuación de la oferta.
- 15. Ecuación de oferta** Suponga que un fabricante de zapatillas colocará en el mercado 40 mil pares cuando el precio es 45 soles el par y 25 mil pares de zapatillas cuando el precio es 25 soles. Determine la ecuación de oferta. Suponiendo que el precio "p" y la cantidad "q" están relacionados de manera lineal.
- 16. Ecuación de costo** Suponga que el costo para producir 10 unidades de un producto es 40 soles y el costo para 20 unidades es 70 soles. Si el costo "c" está relacionado de manera lineal con la producción "q", determine el costo de producir 45 unidades.
- 17. Ecuación de costo** Un anunciante va por un impresor y éste le cobra 89 soles por 100 copias de un volante y 93 soles por 200 copias de otro volante. Este impresor cobra un costo fijo, más una tarifa por cada copia de volantes de una sola página. Determine una función que describa el costo de un trabajo de impresión, si "x" es el número de copias que se hacen.
- 18. Tarifas de electricidad** Una compañía de electricidad cobra a clientes residenciales 0,85 céntimos por kilowatt/hora más un cargo base mensual. La factura mensual de un cliente viene con 67,50 soles por 380 kilowatt/hora. Determine una función lineal que describa el monto total por concepto de electricidad, si "x" es el número de kilowatt/hora utilizados en un mes.
- 19. Terapia por radiación** Un paciente con cáncer recibirá terapias mediante fármacos y radiación. Cada centímetro cúbico de la droga que será utilizada contiene 180 unidades curativas y cada minuto de exposición a la radiación proporciona 320 unidades curativas. El paciente requiere 2 400 unidades curativas. Si se administran "d" centímetros cúbicos y "r" minutos de radiación, determine una ecuación que relacione d y r. haga la gráfica de la ecuación para $d \geq 0$ y $r \geq 0$; considere el eje horizontal como d.
- 20. Depreciación** Suponga que el valor de una bicicleta disminuye cada año en 10% de su valor original. Si el valor original es 1 800 soles, determine una ecuación que exprese el valor "v" de la maquinaria "t" año después de su compra, en dónde $0 \leq t \leq 10$. Haga un bosquejo de la ecuación, seleccione t como el eje horizontal y v como el eje vertical. ¿Cuál es la pendiente de la recta resultante?
- 21. Depreciación** Una lavadora nueva se desprecia 120 soles por año, y tiene un valor de 340 soles después de 3 años. Determine una función que describa el valor de esta lavadora, si "x" es la edad, en años de la lavadora.
- 22. Apreciación** Una casa se vendió en 1 183 000 soles seis años después de que se construyó y compró. Los propietarios originales calcularon que el edificio se apreciaba 53 mil soles por año, mientras ellos fuesen los propietarios. Encuentre una función lineal que describa la apreciación del edificio, en miles, si "x" es el número de años desde la compra original.



- 23. Apreciación** Una casa comprada en 245 mil soles se espera duplique su valor en 15 años. Encuentre una ecuación lineal que describa el valor de la casa después de "t" años.
- 24. Precios de reparación** Una empresa que repara copadoras comerciales, cobra por un servicio una cantidad fija más una tarifa por hora. Si un cliente tiene una factura de 160 soles por un servicio de una hora y 290 soles por un servicio de tres horas, determine una función lineal que describa el precio de un servicio, en donde "x" es el número de horas del servicio.
- 25. Fabricación** La compañía de zapatos TIGRE determina que el costo anual C de fabricar un par de cierto tipo zapatos es 30 soles por par más 100 mil soles en costos fijos en gastos generales. Cada par de zapatos que fabrican se vende al mayoreo en 50 soles.
- Determine la función que modele el costo de producir "x" pares de zapatos.
 - determine una ecuación que modele el ingreso de producido por la venta de "x" pares de zapatos.
- 26. Fabricación "Queen"**, un fabricante de raquetas para tenis determina que el costo anual C, de producir "x" raquetas es \$23 por raqueta más \$125 000 en costos generales fijos. A la compañía le cuesta encordar \$8 una raqueta.
- Determine una función $y_1 = u(x)$ que modele el costo de producir "x" raquetas sin cuerdas.
 - Determine una función $y_2 = s(x)$ que modele el costo de producir "x" raquetas encordadas.
- 27. Línea de isocostos** En análisis de producción, una línea de isocosto es una línea cuyos puntos representan todas las combinaciones de dos factores de producción que pueden comprarse por la misma cantidad. Suponga que un granjero tiene asignados 20 mil soles para la compra de "x" toneladas de fertilizante (con un costo de 200 soles por tonelada) y "y" acres de tierra (con un costo de 2 mil soles por acre). Determine una ecuación de la línea de isocosto que describa las distintas combinaciones que pueden comprarse con 20 mil soles. Observe que ni "x" ni "y" pueden ser negativas. (referencia, 1 acre = 4 046,85642 m²)
- 28. Línea de isoutilidad** Un fabricante produce los productos "A" y "B" para las cuales las ganancias por unidad son de 4 y 6 soles respectivamente. Si se venden "x" unidades de A y "y" unidades de B, entonces la ganancia total P está dada por $P = 4x + 6y$, donde $x, y \geq 0$.
- Haga el bosquejo de la gráfica de esta ecuación para $P = 240$. El resultado se conoce como línea de isoutilidad, y sus puntos representan todas las combinaciones de ventas que producen una utilidad de 240 soles.
 - determine la pendiente para $P = 240$.
 - Si $P = 600$, determine la pendiente.
 - ¿las rectas de isoutilidad para los productos A y B son paralelas?
- 29. Escala de calificaciones.** Por razones de comparación, un docente quiere cambiar la escala de calificaciones de un conjunto de exámenes escritos, de modo que la calificación máxima siga siendo 100, pero la media (promedio) sea de 80 en lugar de 56.
- determina una ecuación lineal que prediga esto (sugerencia: quiere que 56 se convierta en 80 y 100 permanezca como 100. Considere los puntos (56; 80) y (100; 100), y de manera más general, (x,y), donde "x" es la calificación anterior



- y "y" la nueva. Encuentre la pendiente y utilice la forma punto pendiente. Exprese y en términos de x)
- b) Si en la nueva escala 60 es la calificación más baja para acreditar, ¿cuál fue la calificación más baja para acreditar en la escala original?

30. Negocio de bebidas. La compañía de bebidas AJE vende latas de soda en máquinas y determina que, en promedio, vende 26 mil latas al mes cuando las latas se venden en 5 soles cada una. Por cada aumento de 20 céntimos en el precio, las ventas mensuales disminuyen en 1000 latas.
Determine una función $R(x)$ que modele el ingreso total que obtiene, en donde "x" es el número de aumentos de 20 céntimos en el precio de una lata.

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

Precálculo; Raymond A. Barnett, Michael R. Ziegler y otros; Editorial Mc Graw Hill, 7ma edición, México, 2013.

<https://www.youtube.com/watch?v=2db9oeGZnUg>



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 15

Tema: Funciones cuadráticas

I. En los siguientes ejercicios, sin necesidad de graficar, determine: (a) el vértice, (b) ¿El vértice corresponde al punto más bajo o al más alto de la gráfica? (c) las intersecciones con los ejes.

01. $y = f(x) = -2x^2 + 4x + 3$

02. $y = f(x) = -4x^2 + 4x + 2$

03. $y = f(x) = 10x^2 + 2x - 2$

04. $y = f(x) = 8x^2 + 4x - 1$

05. $y = f(x) = 16x^2 - 1$

06. $y = f(x) = x^2 + 2x + 1$,

07. $y = f(x) = x^2 - 4x - 1$

08. $y = f(x) = 4 + 2x - 2x^2$

09. $y = f(x) = 6 + 3x - 4x^2$

10. $y = f(x) = 9x^2 - 1$

II. En los problemas del 11 al 30 desarrolla según corresponda

11.Ingreso La función de demanda para el fabricante de un producto es $p = f(q) = 200 - 5q$, donde p es el precio (en dólares) por unidad cuando se demandan q unidades (por semana). Encuentre el nivel de producción que maximiza el ingreso total del fabricante y determine este ingreso.

12.Ingreso Un fabricante de casacas de cuero, tiene una demanda bajo la función $p = f(q) = 100 - 4q$, donde p es el precio (en dólares) por unidad cuando se demandan q unidades (por semana). Encuentre el nivel de producción que maximiza el ingreso total del fabricante y determine este ingreso.

13.Ingreso La función de demanda para la línea de lapiceros de plástico de una empresa de artículos de oficina es $p = f(q) = 0.60 - 0,0005q$, donde p es el precio (en dólares) por unidad cuando los consumidores demandan q unidades (diarias). Determine el nivel de producción que maximizará el ingreso total de la empresa y determine este ingreso.

14.Ingreso Una empresa tiene la demanda para un producto $p = f(q) = 300 - 6q$, donde p es el precio (en dólares) por unidad cuando se demandan q unidades (por semana). Encuentre el nivel de producción que maximiza el ingreso total del fabricante y determine este ingreso.

15.Ingreso La función de demanda para la línea de cartucheras de tela de una empresa de artículos escolares es $p = f(q) = 0,40 - 0,002q$, donde p es el precio (en soles) por unidad cuando los consumidores demandan q unidades (diarias). Determine el nivel de producción que maximizará el ingreso total de la empresa y determine este ingreso.

16.Ingreso La función de demanda para la línea de lap-tops de una compañía electrónica es $p = 2400 - 6q$, donde p es el precio (en dólares) por unidad cuando los consumidores demandan q unidades (semanales). Determine el nivel de producción que maximizará el ingreso total de la empresa y determine este ingreso.

17.Marketing Una compañía de marketing estima que n meses después de la introducción del nuevo producto de un cliente, $f(n)$ familias lo usarán, donde:

$$f(n) = \frac{5}{3}n(12 - n), \quad 0 \leq n \leq 12$$

Estime el número máximo de familias que usarán el producto.



18.Utilidad La utilidad diaria proveniente de la venta de un producto está dada por: $P(x) = -x^2 + 18x + 144$, donde x es el número de productos vendidos. Determine el vértice y las intersecciones de la función y grafique la función.

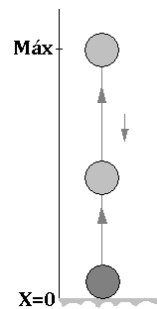
19.Utilidad La utilidad diaria proveniente de la venta de helados, del departamento de golosinas de una tienda está dada por:
 $H(x) = -x^2 + 4x + 16$, donde x es el número de helados vendidos. Determine el vértice y las intersecciones de la función y grafique la función.

20.Psicología Uno de los pronósticos de los precursores de la Psicología relaciona la magnitud de un estímulo, x , con la magnitud de una respuesta, y , lo cual se expresa mediante la ecuación $y = kx^2$, donde k es una constante del experimento. En un experimento sobre reconocimiento de patrones, $k = 4$. Determine el vértice de la función y construya la gráfica de su ecuación (suponga que no hay restricción sobre x).

21.Altura de una pelota Suponga que la altura h de una pelota lanzada verticalmente hacia arriba desde el piso está dada por la función:

$$h = 1,2 + 44,2t - \frac{9,8t^2}{2}, \text{ donde la altura } h \text{ se mide en metros y el tiempo } t$$

transcurrido en segundos. ¿Después de cuántos segundos de ser lanzada la pelota logra su máxima altura? ¿Cuál es su altura máxima?



22.Altura de una pelota Desde el piso se lanza una pelota bajo la función

$$h = 2,4 + 64t - \frac{9,8t^2}{2}, \text{ donde la altura } h \text{ se mide en metros y el tiempo } t$$

transcurrido en segundos. ¿Después de cuántos segundos de ser lanzada la pelota logra su máxima altura? ¿Cuál es su altura máxima?

23.Tiro con arco Un joven parado en una colina, lanza una flecha directamente hacia arriba con una velocidad inicial de 60 pies por segundo. La altura h , de la flecha en pies, t segundos después de que se lanzó, se describe mediante la función: $h(t) = -16t^2 + 60t + 22$, ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por la flecha? ¿Después de cuántos segundos de ser lanzada alcanza esa altura?

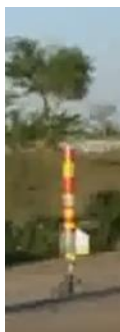


24.Lanzamiento de juguete Un niño de cuatro años de edad que está parado sobre una caja de juguetes lanza una marioneta directamente hacia arriba, con una velocidad inicial de 8 pies por segundo. La altura h de la marioneta en pies,

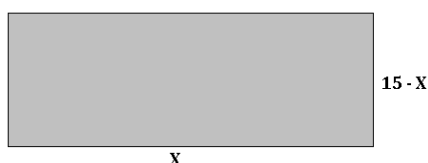


t segundos después de que se lanzó se describe mediante la función:
 $h(t) = -16t^2 + 8t + 4$, ¿Cuánto tiempo le toma alcanzar su altura máxima?
¿Cuál es esa altura máxima?

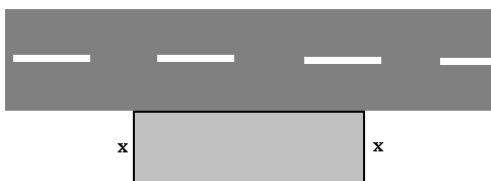
25. Lanzamiento de un cohete Un cohete de juguete se lanza verticalmente hacia arriba desde la azotea de un edificio con una velocidad inicial de 60 pies por segundo. La altura h del cohete en pies, t segundos después de ser lanzado, se describe por medio de la función: $h(t) = 12 + 60t - 16t^2$. Determina el vértice, las intersecciones, y grafique la función.



26. Área Exprese el área del rectángulo que muestra en la figura, como una función cuadrática de x . ¿Para qué valor de x , el área será máxima?



27. Terreno cercado Un agricultor desea cercar su terreno que está al pie de una carretera, poniendo a ésta como uno de los lados del terreno. Si el agricultor cuenta con 800 metros de alambre para la cerca, encuentre las dimensiones del área máxima que se puede delimitar.



28. Encuentre dos números cuya suma es 172 y su producto es un máximo.

29. A partir de la gráfica de $y = 1,2x^2 - 3,2x - 2,4$, determine las coordenadas del vértice. Redondear los valores a dos decimales. Verifique su respuesta con el uso de la fórmula para el vértice.

30. Encuentre el valor mínimo (redondeado a dos decimales) de la función $f(x) = 16x^2 + 4x - 5$, a partir de su gráfica.

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- LA FUNCION CUADRATICA. <https://www.youtube.com/watch?v=iBXf9x8JvWU>
- FUNCIONES CUADRATICAS. <https://www.youtube.com/watch?v=OYc4PumSfAg>



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 16
Tema: Sistema de ecuaciones lineales con dos y tres variables

I. En los problemas del 1 al 30 resuelve algebraicamente los sistemas.

1. $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ x - 2y = 8 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 4x + 5y = 13 \\ 3x + y = -4 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ 3x - 7y = 24 \end{cases}$
4. $\begin{cases} 7x - 8y = 9 \\ 4x + 3y = -10 \end{cases}$
5. $\begin{cases} 3r + 4s = 3 \\ r - 2s = -4 \end{cases}$
6. $\begin{cases} 5x - 6y = 4 \\ 3x + 7y = 8 \end{cases}$
7. $\begin{cases} \frac{1}{3}c + d = 3 \\ c - \frac{2}{3}d = -1 \end{cases}$
8. $\begin{cases} \frac{5}{3}R - Q = \frac{2}{3} \\ R + \frac{2}{5}Q = -2 \end{cases}$
9. $\begin{cases} \frac{7}{2}t + 7q = -3 \\ \frac{t}{5} - q = -7 \end{cases}$
10. $\begin{cases} \sqrt{3}x - 5z = 1 \\ 3x - \sqrt{2}z = 0 \end{cases}$
11. $\begin{cases} \sqrt{5}x - 7y = 1 \\ 3x - \sqrt{5}y = -2 \end{cases}$
12. $\begin{cases} 0,2x - 0,4y = 0,8 \\ 0,4x - 0,2y = -1 \end{cases}$
13. $\begin{cases} 3p - q = 7 \\ -12p + 4q = 3 \end{cases}$
14. $\begin{cases} 0,05x - 0,03y = 0,21 \\ 0,07x + 0,02y = 0,16 \end{cases}$
15. $\begin{cases} \frac{x-7}{6} - \frac{y+9}{5} = 9 \\ \frac{x+7}{5} + \frac{y-3}{7} = -7 \end{cases}$
16. $\begin{cases} x - 2y - 3z = -1 \\ 2x + y + z = 6 \\ x + 3y - 2z = 13 \end{cases}$
17. $\begin{cases} x + 3y - z = -3 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ 2x - y + z = -1 \end{cases}$
18. $\begin{cases} 5x + 2y - z = -7 \\ x - 2y + 2z = 0 \\ 3y + z = 17 \end{cases}$
19. $\begin{cases} 4x - y + 3y = 6 \\ -8x + 3y - 5z = -6 \\ 5x - 4y = -9 \end{cases}$
20. $\begin{cases} 2x + 6y - 4z = 1 \\ x + 3y - 2z = 4 \\ 2x + y - 3z = -7 \end{cases}$
21. $\begin{cases} x + 3y - 3z = -5 \\ 2x - y + z = -3 \\ -6x + 3y - 3z = 4 \end{cases}$
22. $\begin{cases} 2x - 3y + 2z = -3 \\ -3x + 2y + z = 1 \\ 4x + y - 3z = 4 \end{cases}$
23. $\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ 3x + 2y - z = -5 \\ 5x - 2y + z = 0 \end{cases}$
24. $\begin{cases} x - 3y - z = 1 \\ x - y + 2z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$
25. $\begin{cases} 4x - y + z = -5 \\ 2x + 2y + 3z = 10 \\ 5x - 2y + 6z = 1 \end{cases}$
26. $\begin{cases} x + 2y + 3z = -3 \\ -2x + y - z = 6 \\ 3x - 3y + 2z = -11 \end{cases}$
27. $\begin{cases} x + 2y + 3z = -3 \\ -2x + y - z = 6 \\ 3x - 3y + 2z = -11 \end{cases}$

28. Si el siguiente sistema: $\begin{cases} x + y = 3 \\ 5x - 3y = 7 \\ ax + by = 5b \end{cases}$; tiene solución única. Calcula $\frac{a}{b}$

29. Resuelve:

$$\begin{cases} 21x - 88y - 77z = -3 \\ -14x + 9y + 88z = 2 \\ 7x - \frac{1}{8}y - 9z = -1 \end{cases}$$

Luego indica el valor de $(z^2 + 3)$.



30. Si el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + 2y - z = 1 \\ by + z = a \end{cases}$$

Tiene infinitas soluciones, calcula el valor de $(a + b)$.

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- Arthur Goodman/Lewis Hirsch. Álgebra y trigonometría con Geometría Analítica. 1ra. edición. PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S.A.
- Allen R. Angel. Álgebra Intermedia. Cuarta edición. PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S.A.
- Michael Sullivan. Cuarta edición. Precálculo. PEARSON EDUCACIÓN(México)
- Larson - Hostetler. Séptima edición. Precálculo. REVERTÈ,S.A. DE C.V (México)
- www.editorial-bruno.es.



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 17

Tema: Aplicaciones de los sistemas de ecuaciones lineales

- 1. Mezcla** Se alea un lingote de oro puro con otro lingote de 75 % de pureza, obteniéndose 1 kg de aleación, con una pureza del 90 %. ¿Cuántos gramos de cada tipo de lingote se han empleado?
- 2. Mezcla** Un fabricante de productos químicos desea atender un pedido de 500 galones de una solución de ácido al 26%. En existencia tiene soluciones al 15% y 40%. ¿Cuántos galones de cada solución debe mezclar para atender dicho pedido?
- 3. Tejido** Una fábrica de tejidos produce un tejido hecho a partir de diferentes fibras. Con base en algodón, poliéster y nylon, el propietario necesita producir un tejido combinado que cueste s/. 2,75 por fibra fabricada. El costo por libra de estas fibras es de s/. 2,00, s/. 4,00 y s/. 3,00, respectivamente. La cantidad de nylon debe ser la misma que la cantidad de poliéster. ¿Cuánto de cada fibra debe tener el tejido final?
- 4. Tarifas de entrada** La entrada a un parque de diversiones es de 1,50 dólares para niños y de 4 dólares para los adultos. Un cierto día acudieron al parque 2 200 personas y lo que se reunió por las tarifas de la entrada fue 5 050 dólares. ¿Cuántos niños y cuantos adultos asistieron?
- 5. Impuesto** Una compañía tiene ingresos gravables por \$ 312 000, el impuesto federal es de 25 % de la parte que queda después que el impuesto estatal ha sido pagado. El impuesto estatal es del 10% de la parte que queda después de que el Federal ha sido pagado. Encuentre el impuesto federal y estatal.
- 6. Velocidad de un aeroplano** Un hombre vuela en un pequeño aeroplano desde Fargo hasta Bismarck, en Dakota del Norte, que representa una distancia de 180 millas. Como vuela con viento en contra, el viaje dura 2 horas. De regreso, el viento sigue soplando a la misma velocidad, de modo que el viaje de retorno dura solo 1h 12min. ¿Cuál es la velocidad del aeroplano con el viento en calma y cuál es la velocidad del viento?
- 7. Velocidad de un bote** Un bote que va por un río viaja durante una hora aguas abajo entre dos puntos, que están separados 20 millas. El viaje de regreso, contra la corriente, dura 2h 30min. ¿Cuál es la velocidad de la embarcación y cuál es la velocidad de la corriente en el río?
- 8. Ejercicio de aeróbicos** Una mujer se mantiene en forma viajando en bicicleta y corriendo todos los días. El lunes dedico media hora a cada actividad, y recorrió un total de 12 ½ millas. El martes, corrió durante 12min y anduvo en bicicleta 45 min, y recorrió un total de 16 millas. Si suponemos que sus velocidades al recorrer y al andar en bicicleta no cambian día a día, calcule dichas velocidades.
- 9. Problema de mezclas** Un biólogo tiene dos soluciones de salmuera. Una contiene 5% de sal y la otra, 20% de sal. ¿Cuántos mililitros de cada solución debe mezclar para obtener 1L de una solución que contenga 14% de sal?
- 10. Nutrición** Una investigadora ejecuta un experimento para probar una hipótesis que relaciona los nutrientes niacina y retinol. Todos los días alimenta a un grupo de ratas de laboratorio con una dieta precisa de 32 unidades de niacina y 22 000 unidades de retinol. Utiliza dos tipos de alimentos comerciales. El alimento A contiene 0,12 unidades de niacina y 100 unidades de retinol por gramo. El alimento B contiene 0,20 unidades de niacina y 50 unidades de retinol por gramo. ¿Cuántos gramos de cada alimento debe administrar a su grupo de ratas todos los días?



- 11. Mezcla de café** Un cliente de una cafetería compra una mezcla de dos tipos de café: uno proveniente de Kenia que cuesta 3,50 dólares cada libra y de Siri Lanka, que cuesta 5,60 dólares cada libra. Compra tres libras de mezcla, que le cuesta 11,55 dólares. ¿Cuántas libras de cada clase de café van en la mezcla?
- 12. Producciones** La compañía Supervisión Total fabrica unidades de control. Sus modelos nuevos son el Argón I y el Argón II. Para fabricar cada unidad de Argón I, usan 6 medidores y tres controladores. Para fabricar cada unidad de Argón II, usan 10 medidores y 8 controladores. La compañía recibe un total de 760 medidores y 500 controladores diarios de sus proveedores. ¿Cuántas unidades de cada modelo pueden producir diariamente? Suponga que se utiliza todas las partes.
- 13. Problemas de mezcla** Un químico tiene dos grandes recipientes de solución de ácido sulfúrico, con diferentes concentraciones de ácido en cada contenedor. Al mezclar 300 mL de la primera solución y 600 mL de la segunda obtiene una mezcla que es ácido al 15%, en tanto que 100 mL de la primera mezclada con 500 mL de la segunda mezcla de ácido al 12 ½%. ¿Cuáles son las concentraciones de ácido sulfúrico en los recipientes originales?
- 14. Inversiones** Una mujer invierte un total de 20 000 dólares en dos cuentas, una de 5% y la otra 8% de interés simple por año. Su interés anual es 1180 dólares. ¿Cuánto invirtió a cada tasa?
- 15. Inversiones** Un hombre invierte sus ahorros en dos cuentas. En una recibe 6% y en otra 10% de interés simple por año. Pone el doble en la cuenta de menor rendimiento por ser la de menor riesgo. Su interés anual es de 3 520 dólares. ¿Cuánto invirtió en cada tasa?
- 16. Distancia, velocidad y tiempo** John y Mary salen de su casa al mismo tiempo, pero toman direcciones opuestas. John guía su automóvil a 40 millas/hora. El recorrido de Mary toma 15 min más que el de John. ¿Cuánto tiempo maneja cada uno de ellos su automóvil?
- 17. Costo de igualación** Productos Integrados, S.A. fabrica iPod y tiene plantas en las ciudades de Florencia y Nápoles. En la planta de Florencia los costos fijos son de 7 000 dólares por mes, y el costo de producir cada iPod es de \$ 7,50. En la planta de Nápoles los costos fijos son de \$ 8 800 por mes y cada iPod cuesta \$ 6 por producirla. Si el mes siguiente, Productos Integrados debe producir 1 500 iPod, ¿Cuántas debe producir cada planta si el costo total en cada una debe ser el mismo?
- 18. Comisiones** Una compañía paga a sus agentes de ventas con base en un porcentaje de los primeros \$ 100 000 en ventas, más otro porcentaje sobre cualquier cantidad que rebase esos \$ 100 000. Si un agente recibió \$ 8 500 por ventas de \$ 175 000 y otro recibió \$ 14 800 por ventas de \$ 280 000, encuentre los dos porcentajes.
- 19. Inversiones** Una persona invirtió \$ 20 000, parte a una tasa de interés de 6% anual y el resto al 7% anual. El interés total al final de un año fue equivalente a una tasa de 6% anual sobre el total inicial de \$ 20 000. ¿Cuánto de invirtió a cada tasa?
- 20. Utilidades** Una compañía de refinación de maíz produce gluten de maíz para alimento de ganado, con un costo variable de \$ 76 por tonelada. Si los costos fijos son \$110 000 por mes y el alimento se vende en \$126 por tonelada, ¿Cuántas toneladas deben venderse para que la compañía tenga una utilidad mensual de 540 000?



- 21. Negocios** La compañía Edzuri fabrica un producto para el cuál el costo variable por unidad es de \$6 y el costo fijo de \$80 000. Cada unidad tiene un precio de venta de \$10. Determina el número de unidades que deben venderse para obtener una utilidad de \$60 000
- 22. Precios** El costo de un producto al menudeo es de \$3,40. Si se desea obtener una ganancia del 20% sobre el precio de venta, ¿a qué precio debe venderse el producto?
- 23. Punto de equilibrio** Un fabricante de cartuchos para juego de videos, vende cada cartucho en \$19,95. El costo de fabricación de cada cartucho es de \$12,92. Los costos fijos mensuales son de \$ 8 000. Durante el primer mes de ventas de un nuevo juego, ¿cuántos cartuchos debe vender el fabricante para llegar al punto de equilibrio (esto es, para que el ingreso total sea igual al costo total.)?
- 24. Negocios** Suponga que los clientes compraran q unidades de un producto cuando el precio es de $(80-q)/4$ dólares cada uno ¿Cuántas unidades debe venderse a fin de que ingreso por ventas sea de \$400?
- 25. Equilibrio de mercado** Cuando el precio de un producto es p dólares por unidad, suponga que un fabricante suministrará $2p - 8$ unidades del producto al mercado y que los consumidores demandarán $300 - 2p$ utilidades. En el valor de p para el cuál la oferta es igual a la demanda, se dice que el mercado está en equilibrio. Determine ese valor de p .
- 26. Negocios** El punto de equilibrio de mercado para un producto ocurre cuando se producen 13 500 unidades a un precio de \$4,50 por unidad. El productor no proveerá unidades a \$1 y el consumidor no demandará unidades a \$20. Encuentre las ecuaciones de oferta y demanda si ambas son lineales.
- 27. Equilibrio de mercado** Repita el problema anterior para las condiciones siguientes: a un precio de p dólares por unidad, la oferta es $3p^2 - 4p$ y la demanda es $24 - p^2$
- 28. Negocios** Un fabricante de juguetes para niños alcanzará el punto de equilibrio en un volumen de ventas de \$200 000. Los costos fijos son de \$40 000 y cada unidad de producción se vende a \$5. Determine el costo variable por unidad.
- 29. Impuestos** Sea $p = \frac{8}{100}q + 50$ la ecuación de oferta para el producto de un fabricante y suponga que la ecuación de demanda es $p = \frac{-7}{100}q + 65$. Si se cobra al fabricante un impuesto de \$1,50 por unidad, ¿Cómo se afectara el precio de equilibrio original si la demanda permanece igual?
- 30. Diseño de producto** Una compañía de dulces fabrica una popular barra de forma rectangular con 10 cm de largo, por 5 cm de ancho y 2 cm de grosor. A causa de un incremento en los costos, la compañía ha decidido reducir el volumen de la barra en drástico 28%; el grosor será el mismo, pero el largo y el ancho se reducirán en la misma cantidad. ¿Cuál será el largo y el ancho de la nueva barra?

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- Ernest Haeussler y Richard. Matemática para administración y economía (2003). Pearson educación Décima edición. México.
- James Stewart, Lothar Redlin y Saleem Watson. Precálculo (2007). Cengage Learning. Quinta Edición. México.



CUARTA UNIDAD

**FUNCIONES EXPONENCIAL Y
LOGARÍTMICA**

RESULTADO DE APRENDIZAJE

Al finalizar la unidad, el estudiante relaciona situaciones de su entorno y las modela expresándolas como función exponencial o logarítmica.

Práctica N° 18: Función exponencial

Práctica N° 19: Función logarítmica

Práctica N° 20: Propiedades de los logaritmos

Práctica N° 21: Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

Práctica N° 22: Aplicaciones de las ecuaciones exponenciales y logarítmicas



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 18

Tema: Función exponencial

I. GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN EXPONENCIAL

Gráfica las siguientes funciones determinando el dominio, rango y asíntota de la función.

1. $f(x) = 2^x$
2. $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$
3. $f(x) = 4^{x+3}$
4. $f(x) = 3^{x-1}$
5. $f(x) = 2^x + 3$
6. $f(x) = 3^{-x} - 4$
7. $f(x) = 10^{x+1} + 6$
8. $f(x) = 8^{-x+2} - 1$
9. $f(x) = 3(2^x)$
10. $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 2$
11. $f(x) = e^{x+1}$
12. $f(x) = e^{-x+3}$

II. INTERÉS COMPUESTO

1. **Interés compuesto** Una suma de \$1 000 se invierte a una tasa de interés de 12% anual. Calcule la cantidad en la cuenta después de tres años si el interés se compone anualmente.
2. **Interés compuesto** Una suma de \$4 000 se invierte a una tasa de interés de 4% anual. Calcule la cantidad en la cuenta después de dos años si el interés se compone bimestralmente.
3. **Interés compuesto** Una suma de \$1 000 se invierte a una tasa de interés de 8,2% anual. Calcule la cantidad en la cuenta después de cinco años si el interés se compone semestralmente.
4. **Interés compuesto** Encuentre el monto y el interés compuesto para una inversión de S/. 7 000 a una tasa de interés de 10%, compuesto cada semestre, durante 3 años.
5. **Interés compuesto** Encuentre el monto y el interés compuesto para una inversión de S/. 9 000 a una tasa de interés de 15%, compuesto cada bimestre, durante cuatro años.
6. **Inversión** Determine cuánto se debe invertir actualmente en una financiera para obtener \$200 000 dentro de 3 años, si dicha institución paga una tasa de 9% por año, capitalizable cada semestre.
7. **Inversión** Determine cuánto se debe invertir actualmente en una financiera para obtener \$400 000 dentro de 2 años, si dicha institución paga una tasa de 16% por año, capitalizable trimestralmente.
8. **Inversión** Determine cuánto se debe invertir actualmente en una financiera para obtener \$800 000 dentro de 1 año, si dicha institución paga una tasa de 10,2% por año, capitalizable semestralmente.
9. **Tasa de interés** Una suma de S/. 1 000 se invirtió durante cuatro años, y la tasa de interés se capitalizó cada medio año. Si esta suma asciende a S/. 1435,77 en el tiempo dado, ¿cuál fue la tasa de interés?
10. **Tasa de interés** Una suma de S/. 3 000 se invirtió durante dos años, y la tasa de interés se capitalizó cada año. Si esta suma asciende a S/. 3 244,8 en el tiempo dado, ¿cuál fue la tasa de interés?

III. INTERÉS COMPUESTO DE MANERA CONTÍNUA

1. Calcule el monto después de tres años si se invierten S/. 2 000 a una tasa de interés de 12% por año, capitalizados de forma continua.



2. Calcule el monto después de cinco años si se invierten S/. 4 000 a una tasa de interés de 9% por año, capitalizados de forma continua.
3. Calcule el monto después de cuatro años si se invierten S/. 7 000 a una tasa de interés de 8,5% por año, capitalizados de forma continua.
4. Calcule el monto después de dos años si se invierten S/. 10 000 a una tasa de interés de 11% por año, capitalizados de forma continua.
5. Calcule el monto después de cuatro años si se invierten S/. 50 000 a una tasa de interés de 4,5% por año, capitalizados de forma continua.
6. Calcule el monto después de un año si se invierten S/. 3 000 a una tasa de interés de 8,3% por año, capitalizados de forma continua.
7. Calcule el monto después de 6 años si se invierten S/. 1 000 a una tasa de interés de 5,1% por año, capitalizados de forma continua.
8. **Inversión** Determine cuánto se debe invertir actualmente en una financiera para obtener \$5 000 dentro de 2 años, si dicha institución paga una tasa de 7% por año, capitalizable de forma continua.
9. **Inversión** Determine cuánto se debe invertir actualmente en una financiera para obtener \$3 000 dentro de 1 año, si dicha institución paga una tasa de 2,3% por año, capitalizable de forma continua.
10. **Inversión** Determine cuánto se debe invertir actualmente en una financiera para obtener \$6 000 dentro de 4 años, si dicha institución paga una tasa de 6,7% por año, capitalizable de forma continua.

IV. CRECIMIENTO POBLACIONAL

1. El número de bacterias en un cultivo se modela mediante la función:
$$n(t) = 600e^{0,37t}$$
donde "t" se mide en horas.
 - a) Determine la población inicial de bacterias.
 - b) ¿Cuál es la tasa relativa, (expresar en porcentaje)?
2. La población para cierta ciudad fue 112 000 en 1998, y la tasa de crecimiento relativa observada es 4% por año. Encuentre una función que modele la población después de "t" años.
3. El número bacterias en un recipiente que contiene yogurt se modela mediante la siguiente función: $n(t) = 5000e^{0,5t}$, donde "t" se mide en horas.
 - a) Determina la cantidad inicial de bacterias
 - b) ¿Cuál es la tasa relativa, (expresar en porcentaje)?
4. La población en cierta ciudad fue de 120 000 en 1995, y la tasa de crecimiento relativa observada fue de 2,3% por año.
 - a) Encuentra una función que modele la población después de t años.
 - b) Encuentre la población en el año 2005
5. La población del mundo en el año 2000 fue de 6,1 miles de millones, y la tasa de crecimiento relativa observada era de 1,4% por año. Si el crecimiento de la población continúa a ese ritmo:
 - a) Encuentra una función que modele la población después de t años.
 - b) Encuentre la población en el año 2005



V. DECAIMIENTO RADIOACTIVO

1. Una muestra de 18g de yodo radiactivo se desintegra de tal manera que la masa restante después de t días está dada por $m(t) = 16e^{-0,085t}$, donde $m(t)$ se mide en gramos. ¿Cuántos gramos de yodo hay inicialmente, después de 2 días, después de 5 días?
2. **Fármacos** Cuando se administró cierto fármaco a un paciente, el número de miligramos que permanecen en el torrente sanguíneo del paciente después de t horas se modela mediante : $F(t) = 70e^{-0,4t}$
 - a) ¿Cuántos miligramos se suministraron inicialmente?
 - b) ¿Cuántos miligramos permanecen en el torrente sanguíneo después de tres horas?
 - c) Trace la gráfica de la función para $0 \leq t \leq 10$. Elabore una tabla de valores.
 - d) Utilice la gráfica del inciso c) para determinar cuándo la concentración llega a 7 miligramos
3. **Decaimiento radiactivo** Los médicos usan el yodo radiactivo como trazador para diagnosticar ciertos trastornos de la glándula tiroides. Este tipo de yodo se desintegra de tal manera que la masa restante después de t días se determina mediante la función

$$m(t) = 7e^{-0,85t}$$

Donde $m(t)$ se mide en gramos

- a) ¿Cuántos gramos de yodo se suministraron inicialmente?
- b) ¿Cuánta masa queda después de 15 días?
- c) Trace la gráfica de la función para $0 \leq t \leq 10$. Elabore una tabla de valores.
- d) Utilice la gráfica del inciso c) para determinar cuándo la concentración llega a 3 gramos

VI. FUNCIÓN LOGÍSTICA

1. El número de estudiantes infectados con gripe en una escuela después de t días se modela mediante la función:

$$P(t) = \frac{800}{1 + 49e^{-0,2t}}$$

Determina el número inicial de infectados

2. Un alumno enfermo de un virus de catarro regresa a un colegio aislado, de 4000 estudiantes. La cantidad de estudiantes infectados con catarro, " t " días después de regreso del alumno enfermo, se calcula mediante la siguiente función :

$$P(t) = \frac{4\,000}{1 + 3\,999e^{-0,8903t}}$$

- a) ¿Cuántos infectados hay inicialmente?
- b) De acuerdo con este modelo, ¿Cuántos estudiantes serán infectados por el catarro después de 5 días?

3. Un lago pequeño contiene cierta especie de pez. La población de peces se modela mediante la función:

$$P(t) = \frac{10}{1 + 4e^{-0,8t}}$$



Donde P es el número de peces en miles y t se mide en años después que se provisionó el lago.

- ¿Cuántos peces hay inicialmente?
- Encuentre la población de peces después de tres años.

4. Una enfermedad infecciosa comienza a diseminarse en una ciudad pequeña con 20 000 habitantes. Después de t días, el número de personas que ha sucumbido al virus se modela mediante la función :

$$P(t) = \frac{20\,000}{5 + 1245e^{-0,99t}}$$

- ¿Cuántas personas infectadas hay inicialmente?
- ¿Cuántas personas se infectarán en 15 años?

5. Suponga que una población de conejos se comporta de acuerdo con el modelo de crecimiento logístico

$$P(t) = \frac{300}{0,05 + \left(\frac{300}{n_0} - 0,05\right)e^{-0,55t}}$$

Donde n_0 es la población inicial de conejos

Si la población inicial es 50 conejos. ¿Cuál será la población después de 12 años?

VII. Otras aplicaciones

1. **Ecuación de aprendizaje** Suponga que la producción diaria de unidades de un nuevo producto en el t -ésimo día de una corrida de producción está dada por :

$$q = 400(1 - e^{-0,3t})$$

Tal ecuación se llama ecuación de aprendizaje, la cual indica que conforme pasa el tiempo, la producción por día aumentará. Esto puede deberse a un aumento en la habilidad de los trabajadores. Determine:

- La producción en el primer día
- La producción en el décimo día

2. **Enfriamiento de la sopa** en una fiesta se sirve un tazón de sopa caliente. Comienza a enfriarse según la ley del enfriamiento de Newton, de modo que su temperatura en el instante t se determina mediante

$$T(t) = 65 + 145e^{-0,05t}$$

Donde t se mide en minutos y T se mide en °F.

- ¿Cuál es la temperatura inicial de la sopa?
- ¿Cuál es la temperatura después de 10 minutos?

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

http://www.ciens.ula.ve/matematica/publicaciones/guias/servicio_docente/maria_victoria/primeras/tema13.pdf



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 19 Tema: Función logarítmica

I. En los problemas del 1 al 8 exprese cada forma logarítmica de manera exponencial y cada forma exponencial de manera logarítmica.

- | | | |
|---------------------|---------------------|----------------------|
| 1. $10^3 = 1000$ | 3. $\log_2 512 = 9$ | 6. $e^{0,245} = 1,3$ |
| 2. $3 = \log_6 216$ | 4. $125^{2/3} = 25$ | 7. $\ln 5 = 1,60944$ |
| | 5. $e^3 = 20,086$ | 8. $\log 6 = 0,7782$ |

II. En los problemas del 9 al 16 grafique las funciones. Determine el dominio, y rango, e indique la asíntota

- | | | |
|-------------------------------|----------------------------------|-----------------------------|
| 9. $y = f(x) = \log_2 x$ | 12. $y = f(x) = \log_{1/5} x$ | 15. $y = f(x) = -3 \ln x$ |
| 10. $y = f(x) = \log_3 3x$ | 13. $y = f(x) = \log_5 (x - 25)$ | 16. $y = f(x) = \ln(x + 4)$ |
| 11. $y = f(x) = \log_{1/9} x$ | 14. $y = f(x) = \log_3 (-x)$ | |

III. En los problemas del 17 al 28 evalúe la expresión.

- | | | | |
|------------------|---------------------|-----------------------|------------------------------|
| 17. $\log_5 625$ | 20. $\log_{81} 9$ | 23. $\log 0,001$ | 26. $\log_4 \frac{1}{64}$ |
| 18. $\log_2 128$ | 21. $\log_5 5$ | 24. $\log_5 \sqrt{5}$ | 27. $\log_3 \frac{1}{81}$ |
| 19. $\log_3 243$ | 22. $\log 100\,000$ | 25. $\log_7 1$ | 28. $\log_{25} \sqrt[3]{25}$ |

IV. En los problemas del 29 al 48 encuentre x.

- | | |
|------------------------------|----------------------------------|
| 29. $\log_2 x = 3$ | 39. $\log_x \frac{1}{7} = -1$ |
| 30. $\log_3 x = 81$ | 40. $\log_x n = 1$ |
| 31. $\log_5 x = 4$ | 41. $\log_2 x = -4$ |
| 32. $\log_9 x = 0$ | 42. $\log_x (3x - 8) = 1$ |
| 33. $\log x = -2$ | 43. $\log_x (12 - x) = 2$ |
| 34. $\ln x = 2$ | 44. $\log_9 81 = x - 2$ |
| 35. $\ln x = -2$ | 45. $2 + \log_3 27 = 2x - 1$ |
| 36. $\log_x 1000 = 3$ | 46. $\log_5 (x - 1) = -2$ |
| 37. $\log_x 64 = 6$ | 47. $\log_x (3x + 15) = 2$ |
| 38. $\log_x 5 = \frac{1}{2}$ | 48. $\log_x (12 - 2x - x^2) = 2$ |



V. En los problemas del 49 al 52 encuentre x y y , además exprese su respuesta en términos de logaritmos naturales

49. $e^{2x} = 3$

50. $0,05e^{0,1x} = 0,25$

51. $e^{2x-3} + 1 = 5$

52. $6e^{3x} - 1 = \frac{1}{2}$

VI. Resuelve los siguientes problemas contextualizados.

53. **Ecuación de costo.** Para una campaña, el costo para producir q unidades de un producto está dado por la ecuación. $c = (3q \ln q) + 30$
Evalúe el costo cuando $q = 8$ (redondee su respuesta a dos decimal).

54. **Ecuación de la oferta.** La ecuación de la oferta de un fabricante es:

$$p = \log\left(10 + \frac{q}{4}\right)$$

donde q es el número de unidades ofrecidas con el precio p por unidad. ¿A qué precio el fabricante ofrecerá 2 000 unidades?

55. **Inversión.** La ecuación $A = P(1,105)^t$ da el valor A al final de t años de un inversión P compuesta anualmente a una tasa de interés de 10,5%. ¿Cuántos años tomará para que una inversión se duplique? De su respuesta al año más cercano.

56. **Venta.** Después de t años, el número de unidades de un producto vendidas por año está dado por $q = 1000\left(\frac{1}{2}\right)^{0,8t}$. Tal ecuación se llama **ecuación de Gompertz**, la cual describe el crecimiento natural de áreas de estudio. Resuelva esta ecuación para t y muestre que:

$$t = \frac{\log\left(\frac{3 - \log q}{\log 2}\right)}{\log 0,8}$$

También, para cualquier A y alguna b y a apropiadas, resuelva $y = Ab^{ax}$ para x y explique porque la solución previa es un caso especial.

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

Precálculo; Raymond A. Barnett, Michael R. Ziegler y otros; Editorial Mc Graw Hill, 7ma edición, México, 2013.

<https://www.youtube.com/watch?v=UM1-AWrpGeo>



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 20 Tema: Propiedades de los logaritmos

I. En los ejercicios del 1 al 8 sean: $\log 2 = x$, $\log 3 = y$ y $\log 5 = z$. Exprese el logaritmo indicado en términos de x, y ó z

01. $\log 6$

02. $\log 27$

03. $\log \frac{3}{5}$

04. $\log_3 2$

05. $\log 216$

06. $\log 0.003$

07. $\log 25 + \log 12$

08. $\log 18 - \log 20$

09. $\frac{\log 3}{\log 2}$

10. $\log \frac{5}{2}$

II. En los problemas del 11 al 20 determina el valor de la expresión sin hacer uso de la calculadora.

11. $\log_2 2^7$

12. $\log_3 \frac{1}{3}$

13. $\log_5 (5^3 \sqrt{5})^2$

14. $\log_2 64$

15. $\log 0.001$

16. $\log \frac{1}{100} - \ln e^{-3}$

17. $e^{\ln 4}$

18. $e^{\ln(x-2)} - x$

19. $2 \log \sqrt{10} - \ln \sqrt[3]{e}$

20. $3 \log \sqrt[3]{100} - \ln e^3$

III. En los ejercicios del 21 al 25 escriba cada expresión en forma amplificada

21. $\log(x(x-2)^2)$

22. $\log \sqrt{\frac{x}{x-1}}$

23. $\ln \frac{\sqrt{e}}{e+2}$

24. $\ln \frac{x}{(x-3)(x+4)}$

25. $\ln \frac{x^3(x-2)}{(x+3)^2}$

26. $\log \frac{\sqrt[3]{a}}{(a-2)^3(a+1)^2}$

27. $\log \frac{10}{z(z+1)(z+2)}$

28. $\ln \left[\frac{e}{x+1} \sqrt[4]{\frac{x^2}{x-3}} \right]$

29. $\ln \sqrt{\frac{x^2(x-4)^4}{x+4}}$

30. $\ln \left[\frac{\log 100}{e^{\sqrt[3]{x-3}}} \right]$



IV. En los ejercicios del 31 a la 40 exprese cada una de las formas dadas como un solo logaritmo.

31. $\log_3 4 - \log_3 8$

32. $\log_3 x + \log_3 2x$

33. $\log(x+1)^2 - \log 2(x+1)$

34. $3 \log z - 2 \log(z+2)$

35. $\frac{1}{2} \log 27 - \log \sqrt{3}$

36. $4 \log 4 + 3 \log 3$

37. $2(\log 2 + \log x - 3 \log y)$

38. $1 + \log x - \log y - 2 \log z$

39. $\frac{1}{2} \log_2 x + 3 \log_2(x-2) - 2$

40. $1 + \ln x - \frac{2}{3} \ln(2x-1) - \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

V. En los ejercicios del 41 al 48 encuentre el valor de "x":

41. $4^{\log_4 x} = 12$

42. $10^{\log(3x-1)} = 5$

43. $10^{(\log x + \log 2x)} = 50$

44. $7^{\log_7 x^3} = 27$

45. $e^{\ln(3x)} = 15$

46. $\sqrt[3]{e^{\ln x^3}} = 2$

47. $e^{\ln x^5} - 3 = 29$

48. $e^{\ln(x^4-1)} + e^{\ln(x^4+1)} = 32$

49. $9^{\log_3 x} - x \log 100 = 15$

50. $e^{2 \ln x} + \ln e^{4x} = 32$

VI. En los problemas del 51 al 59 resuelva los problemas contextualizados

51. **Ley del olvido.** La Ley de Ebbinghaus del olvido establece que si se aprende una tarea a un nivel de desempeño P_0 , entonces después de un intervalo de tiempo t el nivel de desempeño P satisface:

$$\log P = \log P_0 - c \log(t+1)$$

donde c es una constante que depende del tipo de tarea y t se mide en meses.

a) Despeje P

b) Si una puntuación en una prueba de Historia es 90, ¿qué puntuación esperaría obtener en una prueba similar dos meses después? (considerar $c = 0.2$)

52. **Ley del olvido:** Use la Ley de Ebbinghaus del olvido para estimar la puntuación de un alumno en una prueba de Anatomía dos años después de que obtuvo una puntuación de 80 en una prueba que abarca el mismo material. Suponga que $c = 0.3$ y t se mide en meses.

54. **Ley del olvido:** Use la ley de Ebbinghaus del olvido para estimar la puntuación de un alumno en una prueba de Biología dos años después de que obtuvo una puntuación de 60 en una prueba que abarca el mismo material. Suponga que $c = 0.1$ y t se mide en meses.

55. **Ley del olvido:** Use la ley de Ebbinghaus del olvido para estimar la puntuación de un alumno en una prueba de Matemática dos años antes de que obtuvo una puntuación de 50 en una prueba que abarca el mismo material. Suponga que $c = 0,2$ y t se mide en meses.

56. **Ley del olvido:** Use la ley de Ebbinghaus del olvido para estimar el tiempo que transcurrió, cuando la puntuación inicial de un alumno en una prueba de Administración fue de 94, posteriormente obtuvo 66. Suponga que $c = 0,2$ y t se mide en meses.



57. **Distribución de la riqueza.** Vilfredo Pareto(1848-1923) observó que la mayor parte de la riqueza de un país la poseen algunos miembros de la población. El principio de Pareto es:

$$\log P = \log c - k \log W$$

donde W es el nivel de riqueza (cuánto dinero tiene una persona) y P es el número de personas en la población que tiene esa cantidad de dinero.

- Resuelve la ecuación para P .
- Suponga que $k=2,1$, $c = 8000$ y W se mide en millones de soles. Use el inciso a) para hallar el número de personas que tienen dos millones o más. ¿Cuántas personas tienen 10 millones o más?

58. **Distribución de la riqueza.** El principio de Pareto aplicado en una población es:

$$\log P = \log c - k \log W$$

donde W es el nivel de riqueza (cuánto dinero tiene una persona) y P es el número de personas en la población que tiene esa cantidad de dinero.

- Resuelve la ecuación para W .
- Suponga que $k=3$, $c = 9000$ y W se mide en millones de soles. Use el inciso a) para hallar el nivel de riqueza, de 10 personas.

59. **Biodiversidad.** Algunos biólogos modelan el número de especies S en un área fija A (como una isla) mediante la relación especie – área

$$\log S = \log c + k \log A$$

Donde c y k son constantes positivas que dependen del tipo de especies y el hábitat.

- De la ecuación despeje S .
- Use el inciso a) para mostrar que si $k=3$ entonces duplicar el área incrementa el número de especies ocho veces.

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

- HAEUSSLER Ernest y PAUL Richard. *Matemáticas para administración, economía, ciencias sociales y de la vida*. 8a.ed. México: Pearson. 2007
- STEWART James, REDLIN Lothar y WATSON Saleem. *Précalculo: Matemáticas para el cálculo*. (5a. ed.). México: Cengage Learning. 2007



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 21

Tema: Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

En los ejercicios del 1 al 40 encuentre el valor de x . Redondee sus respuestas a tres decimales.

- $3^x = 7$
- $e^{3x} = 6$
- $(e^{3x-4})^3 = e$
- $e^{5x} = \frac{2}{3}$
- $e^{3x} \cdot e^{2x} \cdot e^{4x} = e^{18}$
- $4e^{2x+1} = 20$
- $7e^{3x-2} - 1 = 13$
- $5^{x+4} = 15$
- $2^{3x+5} = 5$
- $7^{2x-1} = 3$
- $4(3^x - 2) = 12$
- $6^{\frac{x}{3}} = 18$
- $3^{\frac{-4x}{3}} = \frac{5}{2}$
- $\frac{6}{5^x} = 3$
- $\frac{6}{12^{2x}} = 5$
- $3(10)^{x+2} + (10)^x = 13$
- $\frac{4}{10^{3x}} = 9$
- $\frac{50}{1+e^{-x}} = 4$
- $4(1 + 10^{5x}) = 9$
- $5^{\frac{-x}{100}} = 2$
- $\log(7x - 1) = \log(x + 9)$
- $\log x + \log 5 = \log 7$
- $\log 8 - \log(x - 2) = \log 3$
- $\log_2(x - 3) - \log_2(2x + 1) = -\log_2 4$
- $\log_6 3x - \log_6(x + 1) = \log_6 1$
- $\ln x + \ln(x - 2) = \ln 3$
- $\log_5 x + \log_5(x + 1) = \log_5 20$
- $2\log x = \log 2 + \log(3x - 4)$
- $\log(x - 4) = 3$
- $\log_3(2x - 1) = 2$
- $\log_2(12 - x) = 3$
- $\log_9(x - 5) = 1 - \log_9(x + 3)$
- $\ln(x - 1) = 1 - \ln(x + 2)$
- $\log_2 x + \log_2(x + 2) = \log_2(x + 6)$
- $\log(x - 2) + \log(x + 5) = 2\log 3$
- $\log_2\left(\frac{9}{x}\right) = 2 + \log_2 x$
- $2\log(3x - 4) = \log 100 + \log(2x + 1)^2$
- $\log_2(x^2 - 1) - \log_2(x + 1) = 2$
- $\log(6x + 5) - \log 3 = \log 2 - \log x$
- $\ln x = \ln(2x - 1) - \ln(x - 2)$

Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

<http://www.vitutor.com/al/log/ecuActividades.html>

<http://www.vitutor.com/al/log/ecuActividades.html>

Haeussler, E. y Paul, R., (2007). Matemáticas para administración, economía, ciencias sociales y de la vida (8ª.ed.). Mexico: Pearson.

Stewart, J., Redlin, L y Watson, S., (2007). Precálculo: Matemáticas para el cálculo (5a.ed.) México: Cengage Learning.

Barnett, Ziegler, Byleen, Sobecki., (2013). Precálculo



PRÁCTICA DE MATEMÁTICA N° 22

Tema: Aplicaciones de las ecuaciones exponenciales y logarítmicas

1) Interés compuesto Se invierte una suma de \$7 850 a una tasa de interés 5,3% por año. Calcule el tiempo requerido para que se duplique el dinero si el interés se compone según el método siguiente:

- a) Mensual
- b) Semianual
- c) Continuo

2) Interés compuesto Se invierte una suma de S/. 35 100 a una tasa de interés de 4,25% anual. Encuentre el tiempo requerido para que la cantidad crezca a S/. 50 000, si el interés se capitaliza:

- a) Bimestralmente
- b) trimestralmente
- c) De manera continua

3) Tasa de interés Una suma de S/. 1 500 se invirtió durante cuatro años, y la tasa de interés se capitalizó cada medio año. Si esta suma asciende a S/. 1 696,41 en el tiempo dado, ¿cuál fue la tasa de interés?

4) Ecuación de demanda La ecuación de demanda para un producto es

$$p = 12^{1-0,01q}$$

siendo p el precio y q el número de productos.

- a) Utilizar logaritmos comunes para expresar q en términos p .
- b) Calcule el número de productos cuando el precio es de S/. 5

5) Población En una ciudad la población P crece a razón de 3% por año, si actualmente tiene una población de 1 321 438 de habitantes, determine:

- a) La función $P(t)$ que proporciona la población " t " años a partir de ahora.
- b) Determine el valor de t para el que la población llegará a 3 000 000.

6) Curva de aprendizaje Una curva de aprendizaje es una gráfica de una función $P(t)$ que mide el desempeño de alguien que aprende una habilidad como una función del tiempo de entrenamiento t . Al comienzo, la tasa de aprendizaje es rápida. Luego, conforme se incrementa el desempeño y se aproxima a un valor máximo M , disminuye la tasa de aprendizaje. Se ha encontrado que la función

$$P(t) = M - Ce^{-kt}$$

donde k y C son constantes positivas y $C < M$ es un modelo razonable para el aprendizaje.

Expresa el tiempo de aprendizaje t como una función del nivel de desempeño P .

7) Ecuación de aprendizaje Suponga que la producción diaria de unidades de un nuevo producto en el t -ésimo día de una corrida de producción está dada por

$$q = 800(1 - e^{-0,2t})$$



Tal ecuación se llama ecuación de aprendizaje, la cual indica que conforme pasa el tiempo, la producción por día aumentará. Esto puede deberse a un aumento en la habilidad de los trabajadores. Determine:

- La producción en el primer día
- La producción en el décimo día
- El tiempo transcurrido para que se alcance las 750 unidades.

8) Decaimiento radiactivo Una muestra de 15g de yodo radiactivo se desintegra de tal manera que la masa restante después de t días está dada por $m(t) = 15e^{-0,08t}$ donde $m(t)$ se mide en gramos. ¿Después de cuántos días hay solo 5g restantes?

9) Cultivo de bacterias El número de bacterias en un cultivo se modela mediante la función:

$$n(t) = 500e^{0,45t}$$

donde " t " se mide en horas. ¿Después de cuántas horas la cantidad de bacterias llega a 10 000?

10) Cultivo de bacterias El tamaño inicial de un cultivo de bacterias es 1000. Después de una hora la cuenta de bacterias es 6000. (aproxime su respuesta hasta 4 decimales).

- Encuentre una función que modele la población después de " t " horas.
- Calcule la población después de 1,2 horas
- ¿Cuándo la población llega a 18 000?

11) Cultivo de bacterias Un cultivo comienza con 10 000 bacterias, y el número se duplica cada 40 minutos.

- Encuentre una función que modele el número de bacterias en el tiempo t .
- Encuentre el número de bacterias después de una hora.
- ¿Después de cuántos minutos habrá 50 000 bacterias?
- Bosqueje na gráfica del número de bacterias en el tiempo t

12) Población de conejos Cierta raza de conejos se introdujo en una pequeña isla hace unos siete años. La población actual de conejos en la isla se estima en 1 400, con una tasa de crecimiento relativa de 45% por año.

- ¿Cuál fue el tamaño inicial de la población de conejos?
- Estime la población 12 años a partir de ahora.
- Cuántos años deben transcurrir a partir de ahora para que la población de conejos llegue a 8 000.

13) Población de peces Un lago pequeño contiene cierta especie de pez. La población de peces se modela mediante la función

$$P = \frac{10}{1 + 4e^{-0,7t}}$$

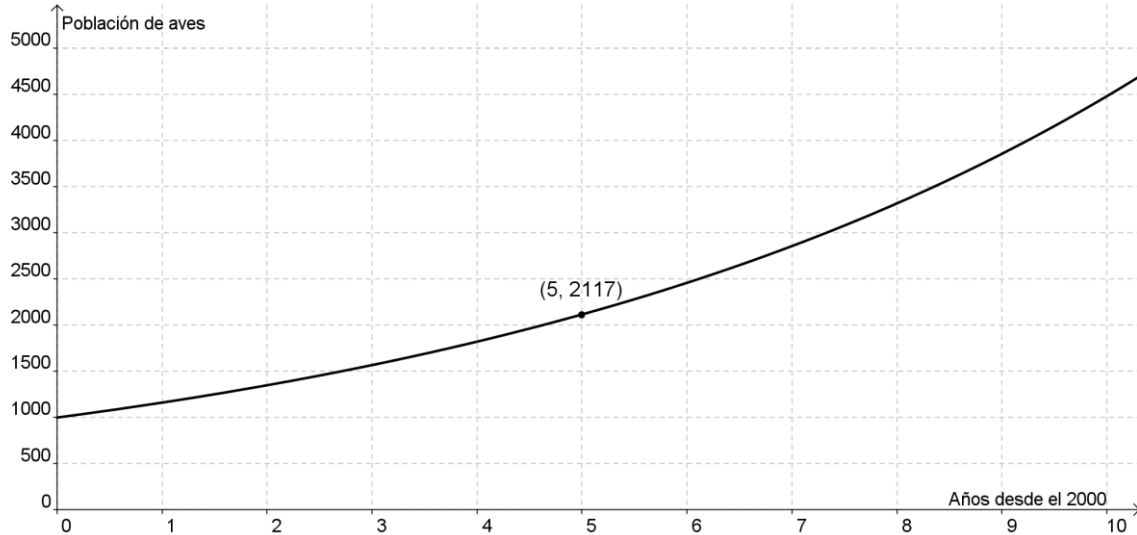
Donde P es el número de peces n miles y t se mide en años desde que se provisionó el lago.

- Encuentre la población de peces después de 4 años
- ¿Después de cuántos años la población de peces llega a 9 000?



14) Población de aves La gráfica muestra la población de una rara especie de ave, donde t representa años desde el 2000.

- Encuentre la función que modele la población " t " años después del 2000.
- ¿Cuál se espera sea la población de aves en el año 2014?
- ¿En qué año la población de aves llega a 10000?



15) Población El INEI muestra los siguientes datos de la población para el departamento de Junín.

Año	Población
2005	1 260 947
2010	1326 316

Si se asume que el modelo de crecimiento poblacional es de tipo exponencial, calcule:

- La función que modele la población " t " años después de 2005. (Use una aproximación a 4 decimales para r)
- En qué año la población llegará a 2 millones de habitantes.
- En qué año la población se habrá duplicado respecto al 2005.

16) Población La población para cierta ciudad fue 123 000 habitantes en el año 2 001, y la tasa de crecimiento relativa observada es 4,1% por año.

- Encuentre una función que modele la población después de " t " años.
- Encuentre la población proyectada en el año 2 022.
- ¿Después de cuántos años la población llega a 500 000?

17) Composición de oxígeno Un experimento fue llevado con un tipo particular de pez (Dentón Común).

Se determinó el consumo de oxígeno de rutina (COR) en ejemplares de pesos corporales (P) comprendidos entre 117 y 746 g y temperaturas (T) de 13,9 a 28,1°C. Los valores de COR se correlacionaron significativamente con el peso y se ajustaron mediante análisis de regresión múltiple a la ecuación:

$$\ln \text{COR} = -4,675 + 0,823 \cdot \ln P + 1,233 \cdot \ln T$$

Resolver la ecuación para COR, P y T respectivamente



- 18) Ingreso** Debido a una campaña de publicidad ineficaz, la compañía "Cable total" encuentra que sus ingresos anuales han reducido una reducción drástica. Por otra parte, el ingreso anual R al final de los " t " años de negocios satisface la ecuación

$$R(t) = 250000 \cdot e^{-0,25t}$$

Encuentre el ingreso al final de 3 años y al final de 5 años.

- 19) Mercadotecnia** Una compañía de investigación de mercado necesita determinar cuántas personas se adaptan al sabor de unas nuevas pastillas para la tos. En un experimento, a una persona se le dio una pastilla y se le pidió que periódicamente asignara un número, en la escala de 0 a 10, al sabor percibido. Este número fue llamado *magnitud a la respuesta*. El número 10 fue asignado al sabor inicial. Después de llevar a cabo el experimento varias veces, la compañía estimó que la magnitud de la respuesta, R , está dada por

$$R = 10e^{-t/30}$$

Donde t es el número de segundos después de que la persona tomó la pastilla para la tos.

- a) Encuentre la magnitud de la respuesta después de 15 segundos. Redondee la respuesta al entero más cercano.
b) ¿Después de cuántos segundos la persona tiene una magnitud de respuesta 5? Aproxime su respuesta al segundo más cercano.
- 20) Depreciación** Una alternativa de la depreciación lineal es la depreciación por *saldo decreciente*. Este método supone que un artículo pierde su valor más rápido al inicio de su vida que posteriormente. Un porcentaje fijo del valor se resta cada año. Supóngase que el costo inicial de un artículo es C y su vida útil es de N años. Entonces el valor, V , del artículo al final de n años está dado por

$$V = C \left(1 - \frac{1}{N} \right)^n$$

Un informe de la revista *Appliance* titulado "U.S. Appliance Industry: Market Value, Life Expectancy and Replacement Picture 2011" (La industria de los electrodomésticos en EE. UU.: valor de mercado, vida útil y reemplazo, 2011) estima que la vida útil de un refrigerador es de entre 10 y 16 años. Los cálculos del sitio web *The Virtual Repairman* (El técnico virtual) indican que es de entre 8 y 14 años. Sin embargo, el sitio web *Repair Clinic* (Clínica de reparación) es más optimista, con una vida útil promedio de entre 14 y 17 años. La mayoría de los cálculos abarcan un período de varios años ya que tienen en cuenta los diferentes niveles de desgaste y los grados de mantenimiento de rutina al que se somete el aparato durante su ciclo de vida.

Si una refrigeradora nueva no frost de 450L cuesta S/. 2 900, ¿después de cuánto tiempo su valor cae debajo de S/. 1 000? Proporcione la respuesta para cada uno de los 3 informes anteriores.

- 21) Enfriamiento de cuerpos** En un estudio de la velocidad de enfriamiento de partes aisladas de un cuerpo cuando se expone a bajas temperaturas, aparece la siguiente ecuación

$$T_t - T_e = (T_t - T_e)_0 e^{-at} \quad (\text{Ley de enfriamiento de Newton})$$



Donde T_t es la temperatura de la parte del cuerpo en el instante t , T_e es la temperatura del medio ambiente, el subíndice o se refiere a la diferencia de temperaturas iniciales y a es una constante.

Despeje la constante "a"

- 22) Ley de enfriamiento** Una taza de café tiene un temperatura de $93,3^\circ\text{C}$ y se coloca en una habitación que tiene una temperatura de $21,1^\circ\text{C}$. Después de 10 minutos la temperatura del café es $65,6^\circ\text{C}$.
- Encuentre una función que modele la temperatura del café en el instante t .
 - Calcule la temperatura del café después de 15 minutos.
 - ¿En qué momento el café se habrá enfriado a $37,8^\circ\text{C}$?
 - Ilustre mediante el trazo de una gráfica la función de temperatura.

- 23) Hora de la muerte** La ley de enfriamiento de Newton se emplea en investigaciones de homicidios para determinar la hora de la muerte. La temperatura corporal normal es de 37°C . Inmediatamente después de la muerte el cuerpo comienza a enfriarse. Se ha determinado de manera experimental que la constante en la ley de Newton del enfriamiento es aproximadamente $k = 0,1947$, asumiendo que el tiempo se mide en horas. Suponga que la temperatura del entorno es de 16°C .
- Encuentre la función $T(t)$ que modela la temperatura t horas después de la muerte.
 - Si la temperatura del cuerpo es de $22,2^\circ\text{C}$, ¿hace cuánto tiempo fue la hora de la muerte?

- 24) La escala de pH** Los químicos medían la acidez de una disolución dando su concentración de ion de hidrógeno hasta que Sorensen, en 1909, propuso una medida más conveniente. Él definió

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

Donde $[\text{H}^+]$ es la concentración de los iones de hidrógeno medida en moles por litro (M).

Las disoluciones con un pH de 7 se definen como *neutras*, aquellas con $\text{pH} < 7$ son *ácidas* y las que tiene $\text{pH} > 7$ son *básicas*.

- Se midió la concentración de ion de hidrógeno de una muestra de sangre humana y se encontró que es $[\text{H}^+] = 3,16 \times 10^{-8}\text{M}$. Determine el pH y clasifique la sangre como ácida o básica.
 - El pH más bajo registrado en agua de lluvia ha sido 2,4, en Escocia en 1974. Determine la concentración de hidrógeno.
- 25) Concentración de iones** Se da la lectura de pH de una muestra de cada sustancia. Calcule la concentración de iones de hidrógeno de la sustancia.

- Vinagre: $\text{pH} = 3,0$
- Leche: $\text{pH} = 6,5$
- Cerveza: $\text{pH} = 4,6$
- Agua: $\text{pH} = 7,3$



Referencias bibliográficas consultadas y/o enlaces recomendados

BÁSICA

- HAEUSSLER Ernest y PAUL Richard. *Matemáticas para administración, economía, ciencias sociales y de la vida*. 8a.ed. México: Pearson. 2007
Código biblioteca UC: 519/ H14

COMPLEMENTARIA

- DEMANA F., WAITS B., FOLEY G. y KENNEDY D.. *Precálculo: gráficas, numérico, algebraico* (7a ed.).México: Pearson Educación. 2007
Código biblioteca UC: 512.1/ D56
- LARSON Ron y HOSTETLER Robert. *Precálculo*. 7a ed. China: Reverté. 2008. Código biblioteca UC: 512.13/ L25 2008
- PETERSON J.. *Matemáticas básicas: Álgebra, trigonometría y geometría analítica*. 3a. ed. México: CECSA. 2001
- SOO Tang Tan. *Matemáticas para administración y Economía*. México: Thomson. Editores. 2000. Código biblioteca UC: 519 / T19 2009
- STEWART James, REDLIN Lothar y WATSON Saleem. *Précálculo: Matemáticas para el cálculo*. (5a. ed.). México: Cengage Learning. 2007
Código biblioteca UC: 515 / S79
- ZILL Denis G. y DEWAR Jacqueline. *Precálculo con avances de cálculo*. 4a. ed. Colombia: McGraw Hill. 2008

ENLACES Y DIRECCIONES ELECTRÓNICAS

- KHANACADEMY (2006) [Base de datos]. Estados Unidos. Recuperado el 28 de enero de 2015, de <https://es.khanacademy.org/>