UNIVERSIDAD CONTINENTAL

Vive tu propósito

LÓGICA

GUÍA DE TRABAJO

VISIÓN

Ser una de las 10 mejores universidades privadas del Perú al año 2020, reconocidos por nuestra excelencia académica y vocación de servicio, líderes en formación integral, con perspectiva global; promoviendo la competitividad del país.

MISIÓN

Somos una universidad privada, innovadora y comprometida con el desarrollo del Perú, que se dedica a formar personas competentes, íntegras y emprendedoras, con visión internacional; para que se conviertan en ciudadanos responsables e impulsen el desarrollo de sus comunidades, impartiendo experiencias de aprendizaje vivificantes e inspiradoras; y generando una alta valoración mutua entre todos los grupos de interés.

Universidad Continental
Material publicado con fines de estudio
Primera Edición - CE
Código: A0283
2016

PRESENTACIÓN

Lógica es una de las asignaturas de formación integral que consolidan la formación profesional competente; propugnada por la Universidad Continental de Ciencias e Ingeniería. Siendo el razonamiento el principal medio del ser humano para construir conocimiento, la presente asignatura se basa en la idea de tener no sólo conocimientos generales sino competencia práctica en la deducción formal. Conoce y aplica los fundamentos y procedimientos lógicos; en la formulación de proposiciones e inferencias tanto en la Lógica Proposicional como en la Lógica Cuantificacional; empleando adecuadamente los conectores lógicos y variables del lenguaje simbólico, valorando con actitud crítica y reflexiva la importancia en el análisis y síntesis como parte del correcto razonar.

.

El presente material de aprendizaje está compuesto por 3 unidades en los cuales se han organizado 14 temas. En la Primera Unidad se tratan aspectos introductorios sobre la Lógica, ubicación dentro de la Ciencia y aspectos relacionados a lo cotidiano del uso de las inferencias, argumentos y falacias. En la Segunda Unidad ingresamos a la Lógica Proposicional, formalización de enunciados, simbolización, operaciones realizadas con tablas de verdad y diagramas semánticos, las pruebas formales con el manejo de las leyes o principios lógicos y demostración de inferencias. En la Tercera unidad se trata la Lógica Cuantificacional, donde se usará la respectiva formalización y demostración de la validez de inferencias, validez o invalidez de esquemas cuantificacionales.

Los tópicos mencionados están debidamente fundamentados en base a los textos de : "Introducción a la Lógica" (KATAYAMA OMURA, Roberto,2003). "Introducción a la Lógica" (TRELLES MONTERO Oscar, ROSALES PAPA, Diogenes.2000). "Introducción a la Lógica" (IRVING M. COPI Y CARL COHEN, 2009)

Se recomienda al estudiante revisar los textos propuestos en la bibliografía para profundizar aspectos prácticos y ampliar aspectos conceptuales con los cuales será protagonista de su aprendizaje en constante diálogo académico con los docentes del curso. El contenido del material se complementará con las lecciones presenciales y a distancia que se desarrollan en la asignatura.

Agradecemos al equipo de docentes de la asignatura, que en diferentes momentos aportaron para la construcción del presente material de aprendizaje.

LA COORDINACIÓN

ÍNDICE

Pág.

LISTA DE FIGURAS

PRIMERA UNIDAD

Tema Nº1 : LA LÓGICA Y SU IMPORTANCIA

Algunas reflexiones acerca de la lógica

La lógica está interesada en los razonamientos correctos, la evolución natural de nuestra especie ha desarrollado en el cerebro la capacidad de razonar de manera lógica. Si queremos ubicar el razonamiento dentro de las funciones del cerebro, podemos esquematizar de modo muy simple (Fig. 1) y observar sus funciones. En el gráfico se puede ver que entre las funciones del cerebro están los procesos mentales y seguramente otras funciones como las motoras que mueven a muchos de nuestros órganos. En los procesos mentales se encuentran nuestras emociones y pensamientos. En nuestros pensamientos se ubican nuestras imaginaciones y nuestros razonamientos. Estos últimos pueden ser correctos o incorrectos, todas estas funciones no se encuentran aisladas, están muy relacionadas unas con otras y se ejecutan de manera coordinada. Sin embargo, para los fines de nuestro estudio que es la lógica, solo estamos interesados en los razonamientos correctos y su influencia en el pensamiento. La psicología, la neurología y otras ciencias se dedican al estudio de las funciones del cerebro, su estructura y otros aspectos que son bastante complejas y muy amplias. La lógica no estudia las funciones del cerebro.

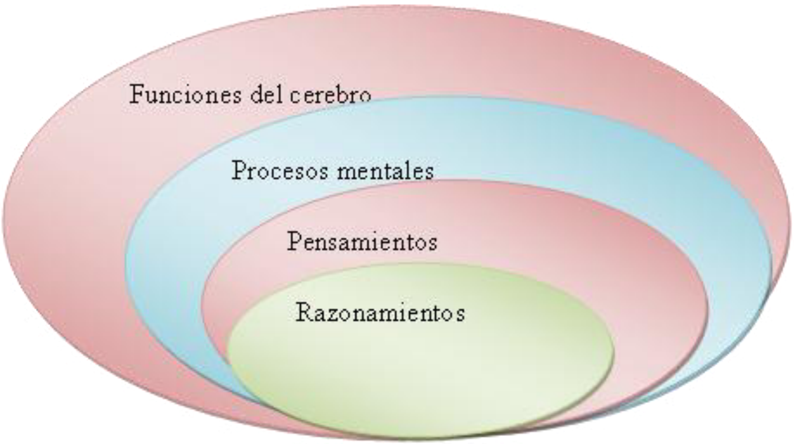


Fig. 1 Esquema simplificado de las funciones del cerebro

Por otro lado, los humanos desde que tenemos uso de razón, diariamente usamos la lógica para comunicamos o para tomar decisiones sobre diversos aspectos de nuestras vidas, utilizamos también nuestras creencias que al aplicar a los problemas cotidianos en muchos casos no resultan lo que deseamos o esperamos, en estos casos nos sentimos inseguros por no haber procedido de manera lógica.

Se nos presentan también confusiones que a veces no podemos resolver. Como ejemplo analizaremos las siguientes afirmaciones:

- ✓ “La violencia es originada por la pobreza”, al analizar encontramos que esta afirmación no es válida porque también hay personas económicamente muy bien posicionadas que promueven violencia.
- ✓ “El dinero hace felices a las personas”, también esta afirmación no es válida porque hay personas que tienen mucho dinero que son infelices.
- ✓ “Los gobernantes son los responsables de la crisis que sufre el país”, no es válido porque también los ciudadanos de modo individual o colectivo, así como las empresas y todo tipo de organizaciones son responsables de la crisis de un país.
- ✓ “A las personas con estudios les va mejor en la vida”, esta afirmación no es válida porque hay personas con grados académicos avanzados que no les va bien sus vidas.

Se puede observar que nuestro lenguaje natural es bastante ambiguo e impreciso, en algunos casos como en los ejemplos mostrados “pobreza” puede tener otros significados, desde el punto de vista psicológico es una falta de tacto para relacionarse con otras personas y en ese caso la primera afirmación podría tener otro sentido, es decir si la entendemos como la falta de recursos económicos (dinero) tiene un sentido y si tomamos como falta de tacto tiene otro sentido.

La lógica utiliza un lenguaje distinto al natural cuya aplicación elimina las imprecisiones y ambigüedades, esto lo veremos más adelante en detalle, así podremos mejorar la construcción de argumentos válidos.

Evolución histórica del pensamiento humano

Es importante ubicarnos en el tiempo respecto a la evolución de nuestro pensamiento, en la Fig. 2 se observa los tiempos transcurridos y los cambios producidos en el universo, puede verse que la evolución de nuestra civilización es bastante corta y lo que corresponde a nuestros pensamientos es aún mucho más corto y reciente.

En el gráfico mencionado se presenta de modo sintetizado las tres evoluciones principales que son: físico-química, biológica y racional.

1. La evolución físico-química, en la que aparece el universo hace 13,700 millones de años, dentro de esta evolución aparece la tierra hace 3,500 millones de años.
2. La evolución biológica, en la que aparece la vida hace 3,500 millones de años y después de que aparecen y desaparecen varias especies de seres vivientes, aparece una nueva especie de homínidos hace 15 a 5 millones de años.
3. La evolución racional, que está referido a la especie humana, que aparece hace 50 a 25 mil años, con un pensamiento mítico, basado en creencias sin explicación. Luego hace 2,700 años surge el pensamiento filosófico que pretende explicar todos los fenómenos, pero en este afán surgen algunos supuestos filósofos que caen en explicaciones inadecuadas y en argumentos absurdos, los llamados sofistas. En respuesta las falacias que difundían surge el pensamiento lógico científico que se caracteriza por la rigurosidad de los análisis hace aproximadamente 2,500 años.

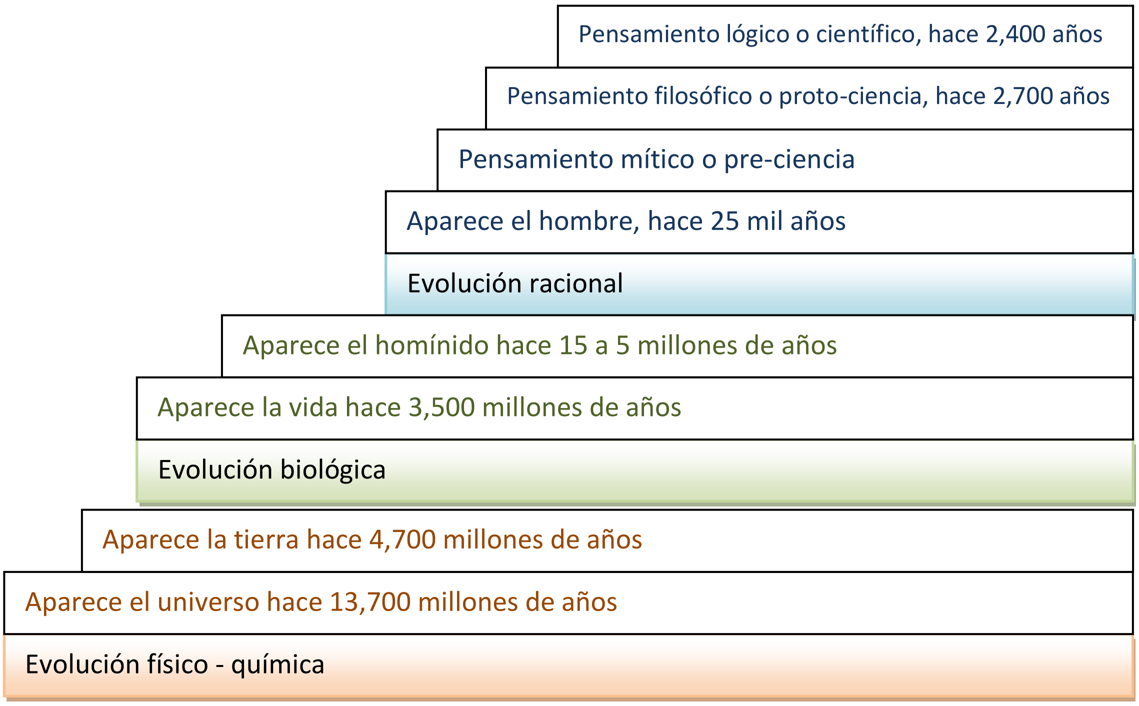


Fig. 2. Tres evoluciones principales

Origen y evolución de la lógica

La principal característica del ser humano es su naturaleza racional; pues nuestra especie tiene la facultad natural para alcanzar con sus actos la verdad y tratar de evitar errores; por lo cual está capacitado también para construir reglas que le permitan evitar errores de razonamiento.

Esta facultad se llama lógica natural o vulgar. Pero la misma naturaleza humana, aún cuando presentamos un conjunto de defectos somos a la vez perfectibles y hemos dado origen también a la lógica artificial o científica.

Históricamente la palabra "lógica" ha ido cambiando de sentido. Comenzó siendo una modelización de los razonamientos, propuesta por los filósofos griegos, y posteriormente ha evolucionado hacia diversos sistemas formales, relacionados con la teoría. Etimológicamente la palabra lógica deriva del término griego " logikós" derivado de logos "razón".

LA EDAD ANTIGUA

- **Periodo pre-aristotélico (5000 AC)**
  - Desarrollo de la oratoria, pero a la vez hubieron falsos oradores que utilizaban la oratoria para sorprender o engañar a la gente, a estos se les llamó sofistas.
  - Sócrates y Platón presentan el método mayéutico, preguntas que provocan manifestar los pensamientos internos y tratar de generar adecuados razonamientos.
- **Periodo aristotélico (500 a 200 AC)**
  - Aristóteles es fundador de la lógica formal, escribió el "Organom" que tiene 5 partes. Tratado del raciocinio, el silogismo, las ideas, los juicios y las proposiciones. Aristóteles es considerado el padre de la lógica porque por primera vez es estudiado la lógica en mayor profundidad y su aporte tiene un reconocimiento en los tiempos actuales.
  - Aristóteles es realmente, sin discusión alguna, el fundador de la ciencia de la lógica. Aun cuando el estagirita no utilizó la denominación de "lógica", sus discípulos sistematizaron las tesis del maestro en el *"ORGANON*", palabra que en griego significa instrumento, y que realmente es un instrumento para dirigir correctamente el pensamiento a través de las distintas formas que se presentan al pensar del hombre.
  - Las obras Aristotélicas en las cuales se encuentran los fundamentos de la lógica y que han servido de orientación para todo el que hacer lógico son: "*Sobre la interpretación"*, en la cual se estudia el nombre, el verbo, la afirmación, la negación, las proposiciones; "*Los analíticos primeros"* y los "*Analíticos posteriores"*, en los que se aborda el estudio de los silogismos y la demostración; "*Las categorías"*, o los predicables supremos, substancia y nueve accidentes; "*Los tópicos",* se contemplan las refutaciones probables; *y "Refutaciones de sofismas"*, en donde se estudian los procedimientos sofísticos.
- **Periodo post-aristotélico**
  - Los discípulos de Aristóteles que se autodenominaron "comentaristas", se preocuparon por defender las teorías de Aristóteles. Uno de sus discípulos fue Porfirio que escribió: "Introducción a las categorías de Aristóteles" para aclarar las objeciones de los estóicos.
  - Posterior a Aristóteles, encontramos a los Estoicos quienes desarrollan la lógica relacionada a la teoría del conocimiento y una lógica formal (lógica propiamente dicha). En el estudio que realizan del razonamiento complementan las formas planteadas por Aristóteles y agregan el razonamiento disyuntivo y el hipotético.
  - Los epicúreos entienden la lógica como canónica (de *canon*, vara y de ahí regla), ya que sirve para proporcionar reglas para el recto conocimiento

LA EDAD MEDIA

- Durante la Edad Media, la lógica se enseña en la facultad de Artes y es la escuela primera como preparación en la formación en teología, derecho y medicina. La lógica, especialmente la aristotélica, se convierte en el instrumento fundamental de la actividad teológico filosófica, sólo se encuentra en este período un refinamiento de la propuesta inicial.
- En el siglo XIII, tiempo de las *Summas*, lo que hoy se podría llamar compendios, es importante mentar las *"Súmulas lógicas*" de Pedro Hispano, en donde se presentan las cuatro letras (A, I, E, O) que hasta hoy se utilizan para identificar los cuatro modos de juicios-proposiciones posibles.
- En el mismo siglo, el trabajo de Ramón Llull11 (1233-1315), en sus obras *Ars magna, Ars combinatoria, Mathesis universalis,* basado en la silogística aristotélica, supone unos principios tan ciertos que aún los "infieles" los podrían aceptar.

LA EDAD MODERNA

- **Periodo de la reforma y racionalística**

Francis Bacon (1561-1626) realiza una crítica a la tradición filosófica que lo precede, publica una obra en seis partes que titula *Instauratio Magna* (La gran restauración), en la cual propugna por un saber que sirva para el hacer, por un saber útil para la vida práctica. La segunda parte lleva como título *Novum Organum*, "Nuevo Instrumento", en franca y abierta oposición al *Organon* aristotélico que había servido hasta entonces para dirigir el pensamiento.

EDAD CONTEMPORÁNEA

- **EL SIGLO XX**

En el siglo XX la lógica matemática, siguiendo las orientaciones de Leibniz, se desarrolló enormemente (B. Russell, L. Wittgenstein, A. N Whitehead, J. G Frege), logrando un nivel de abstracción, de rigor y nitidez, convirtiéndose en el motor y la herramienta de todo conocimiento científico, a tal grado que se llegó a afirmar que una aseveración que no es posible matematizar no es científica. Sin embargo, frente a estas pretensiones para mayor precisión y rigor, se hace necesaria la separación de la lógica, no sólo de la metafísica y de la matemática sino de todas las demás ciencias, para luego integrarla al conjunto del conocimiento humano.

La nueva lógica pretendió ser la primera lógica formal exacta. Esta pretensión la fundamentó en el intento de determinación de los elementos con absoluta precisión, la formulación estricta de las leyes que rigen las combinaciones de los elementos, el control que imposibilita las afirmaciones y los conceptos ilícitos y, finalmente, la utilización de la simbólica que pretendía convertir a los enunciados en ideas tan precisas como los enunciados de las ciencias matemáticas.
Esta es la base de la moderna *"lógica matemática o logística"* que analiza las proposiciones lógicas hasta sus elementos primeros en lo que también se denominó el *"atomismo lógico"*, que inicialmente pretendió someter la lógica a la matemática y que luego encontró cómo la matemática es posible mediante la construcción lógica de conceptos, ya que las matemáticas, según afirmación de Russell, "son tan sólo el arte de decir lo mismo con otras palabras.

La logística, no es una ruptura con la tradición lógica que viene de Aristóteles, como se ha pensado equivocadamente. La logística es un desarrollo de la lógica formal llevada a altos niveles de abstracción, por eso presenta un elevado grado de formalización que busca el funcionalismo de las significaciones lógicas sin tener en cuenta los objetos significados, aquello que tradicionalmente se ha denominado los "contenidos materiales" de los conceptos.

La corriente neopositivista, se basa en el análisis del lenguaje y lo que se quiere decir con él, por esta razón insiste en el análisis lógico de las proposiciones y la sintaxis de las mismas.
El suelo que sustenta la propuesta de los neopositivistas del círculo de Viena está influenciado por la propuesta de Ludwig Wittgenstein en el "Tractatus Logico Philosophicus", quien sostiene que "lo que se puede en general decir, se puede decir claramente" y "de lo que no se puede hablar se debe callar", que "el mundo es la totalidad de los hechos, no de las cosas" .Wittgeinstein afirma que "la figura lógica de los hechos es el pensamiento", así como que "no podemos pensar nada ilógico" o "representar en el lenguaje algo que es cosa tan escasamente posible como representar en geometría mediante sus coordenadas una figura que contradiga las leyes del espacio; o dar coordenadas de un punto que no existe" de ahí que "no hay que asombrarse de que los más profundos problemas no sean propiamente problemas" Las propuestas de Ludwig Wittgenstein han marcado el desarrollo de la lógica hasta nuestros días.

El siglo XX terminó en una búsqueda incesante de nuevos caminos para la ciencia lógica ya que durante el siglo XIX y el mismo XX los sistemas lógicos que a algunos, quienes de alguna manera ignoraban la historia de la lógica, les parecían incólumes y eternos, resultaron ser enormemente vulnerables y no exentos de contradicciones, o como los llaman los lógicos, de "inconsistencias"; esto gracias a los trabajos de Jan Lukasiewicz, Nikolaj Alexándrovich

Vasiliev, Karl Popper y la reaparición del principio de “pseudo-Escoto”.

Las diversas etapas que ha atravesado la lógica y la manera cómo influye n en el pensamiento actual es mostrado en la Fig. 3. En este gráfico se observa que los periodos que tienen mayor influencia en el pensamiento actual son los periodos de Aristóteles, la reforma y el periodo reciente.

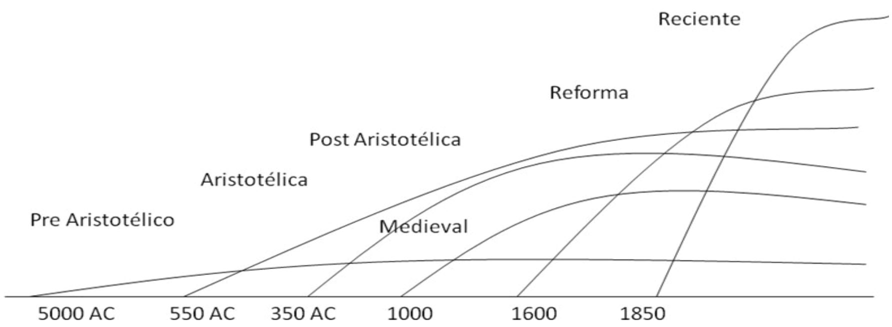


Fig. 3. Origen y evolución de la lógica

¿Qué es lógica?

La Lógica es una ciencia formal cuyo objeto de estudio es el razonamiento. Llña lógica nos proporciona determinados métodos y técnicas para demostrar la validez o no validez de los razonamientos

Tiene como propósito no sólo establecer si un razonamiento es correcto o no lo es, sino también estudiar las leyes así como las propiedades lógicas que permiten llevar a cabo un buen razonamiento.

Ámbito de estudio de la lógica

Donde quiera que haya razonamiento ahí está presente la lógica aún cuando no seamos conscientes de ello.

El ámbito de estudio de la lógica es tan amplio como lo es el del razonamiento humano. Los avances de las ciencias se han desarrollado utilizando la lógica, esto es debido a que cualquier investigación en las diversas especialidades utiliza de manera muy rigurosa la lógica científica.

La lógica ha desarrollado el conocimiento humano en las diversas especialidades, los conocimientos son parte del pensamiento que puede ser verificado al demostrarse que son correctos o válidos.

La lógica y las ciencias

Las ciencias se dividen en dos grandes grupos: las ciencias factuales y las ciencias formales.

En la Fig. 4 se presenta un resumen agrupado de las ciencias.

Las ciencias factuales estudian los hechos, las cosas objetivas o reales, dentro de los cuales están las ciencias que estudian la naturaleza y las ciencias sociales.

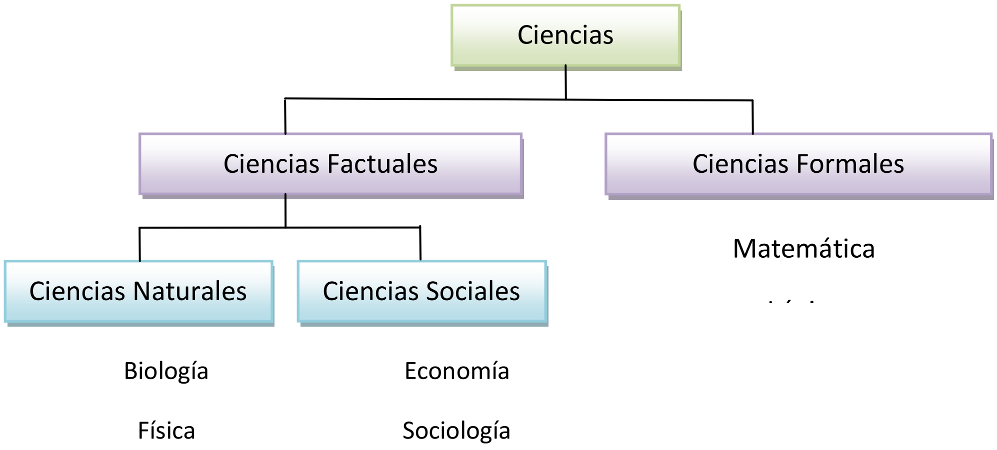


Fig. 4. Clasificación de las ciencias

Entre las ciencias naturales se encuentran, la biología, geología, física, química, zoología, hidráulica, electricidad, etc. y todas las ciencias que estudian alguna parte de la naturaleza.

Entre las ciencias sociales se encuentran las que están relacionadas con la especie humana, estas son: la sociología, psicología, economía, administración, etc.

El otro grupo de ciencias muy distintas a las ciencias factuales son las ciencias formales, que son las que tienen que ver con las abstracciones, estas utilizan simbologías que representan las abstracciones, entre estas ciencias se considera a las matemáticas y la lógica. Estas ciencias tienen la característica de que se aplican a las ciencias factuales y se encuentran inmersas en todas las demás ciencias. Por ejemplo la matemática dice que 2 + 3 = 5, esto es completamente abstracto, se expresa utilizando símbolos, si aplicamos a la zoología que es una ciencia natural y factual, tendríamos que decir dos caballos mas tres caballos son cinco caballos que corresponde a un hecho (factual). Es decir, las abstracciones se aplican a la realidad. De la misma manera, así como ocurre con las matemáticas, también la lógica se aplica a la realidad como se verá más adelante.

Importancia de la lógica

En la Fig. 5 se presenta un mapa mental que nos muestra de modo panorámico cómo la lógica sirve para desarrollar el conocimiento y la validez del pensamiento.

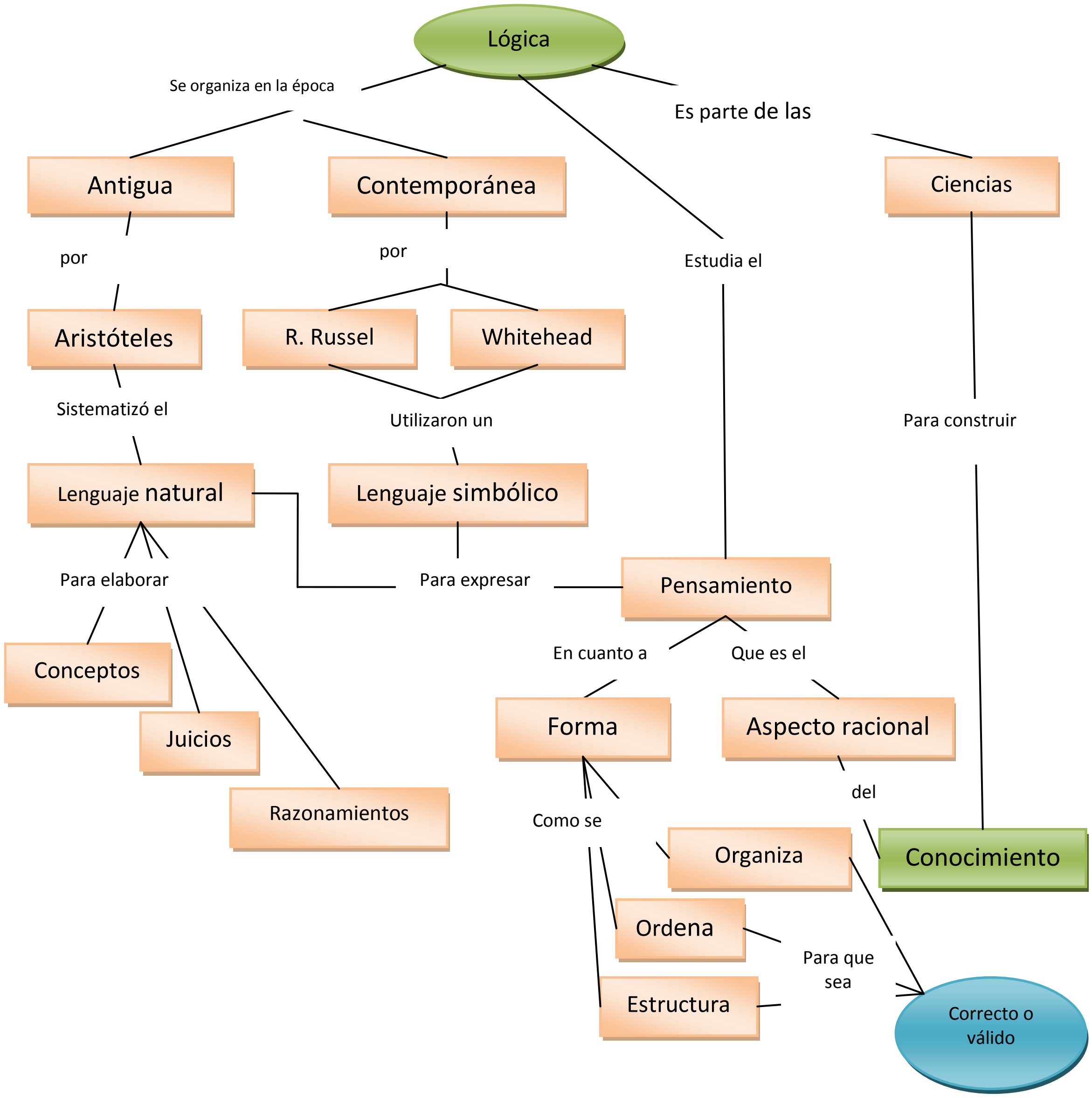


Fig. 5. Mapa mental de la lógica

La lógica ofrece una serie de beneficios:

- Aumento de la capacidad para expresar ideas de manera clara y concisa.
- Incrementa de la capacidad para definir los conceptos que utilizamos.
- Desarrolla la capacidad para la formulación de razonamientos rigurosos.
- Incrementa la capacidad crítica.
- Validación de los argumentos científicos
- Delimitar los coherente de lo incoherente
- Desarrollo de inteligencia artificial
- Creación de lenguajes de programación
- Desarrollo de los sistemas robóticos

La lógica es muy importante para el desarrollo de todas las ciencias que en gran medida ha contribuido en la calidad de vida de nuestra especie, al resolver una infinidad de problemas de todo tipo, ha transformado nuestro modo de vida influyendo de modo muy poderoso en nuestra cultura.

ACTIVIDADES

A. Relacionar las palabras de la izquierda con la descripción que corresponde, de modo similar al ejemplo:

1. Lógica	a) Corresponde al pensamiento racional que se inicia con el rechazo de los mitos. Es la búsqueda de una explicación racional a todas las interrogantes.
2. Pensamiento mítico	b) Son conocimientos racionales, sistemáticos y demostrables, pero no objetivos porque no dan información acerca de la realidad; sencillamente no se ocupan de los hechos, son abstractos y solo utilizan símbolos.
3. Pensamiento filosófico	c) Son conocimientos racionales, sistemáticos, verificables y objetivos; parten de los hechos y vuelven a los hechos.
4. Pensamiento lógico	d) Ciencia que expone las leyes, modos y formas del pensamiento racional que se encuentra inmerso en el desarrollo de todo conocimiento científico.
5. Ciencias factuales	e) Está basado en la intuición y la experiencia, este modo de pensamiento tiene su origen en los brujos, oráculos, leyendas, tradiciones, costumbre, etc. Los mitos se trasmiten dogmáticamente.
6. Ciencias formales	f) Pensamiento racional sistematizado y formalizado, se inicia al rechazar a aquellos que difundían falacias en el siglo IV AC que eran conocidos como sofistas.

B. Utilice las siguientes palabras en negritas para completar el texto que sigue a continuación de modo que tenga coherencia y sentido lógico: 1. hechos, 2. estudio 3. ordenado, 4. lógica, 5. ciencia, 6. fáctico, 7. oraciones, 8. mundo, 9. verdaderas, 10. matemáticas.

La lógica no es una ……………. como las otras, en el sentido de que no está interesada en averiguar qué proposiciones referidas al mundo son …………….……. o falsas. Su interés se dirige, más bien, a estudiar en qué casos la verdad de unos 'enunciados' o proposiciones se traslada a otros enunciados diferentes. Por esto la lógica, como las ……………………….., no tiene por objeto algún aspecto del mundo ………………, como sí lo tiene la zoología o la mineralogía. No se ocupa de los ………..……, ni siquiera de aquellos ligados al hombre como lo hacen la historia o la antropología. Así pues, si el ……………….. puede considerarse compuesto de cosas, hechos o acontecimientos, poco nos importará en este contexto.

La ……………. opera, por así decirlo, al interior de toda ciencia. Una ciencia no es un amasijo de proposiciones u …………….…….. ciertas o aceptadas, más bien es un conjunto ……………………. de tales proposiciones. Ordenado no solo por las materias que estudia, por el orden que encuentra o cree encontrar en su campo de ……………, sino también por el orden de dependencia lógica que reina entre sus proposiciones.

C. Respecto a la lectura anterior, ¿Cuáles de las proposiciones son verdaderas? Indicar con (V) o (F).
1. La lógica no trata de averiguar si una proposición es verdadera o falsa.
2. Todas las ciencias tienen un objeto de estudio, en cambio la lógica no tiene objeto de estudio.
3. La lógica no tiene ninguna relación con las otras ciencias.
4. El interés de la lógica es estudiar cómo se traslada la verdad de unas proposiciones a otras.
5. En cualquier ciencia hay un orden de dependencia lógica en sus proposiciones.
6. Las ciencias factuales averiguan si una proposición es verdadera o falsa.

Tema Nº 2: FUNCIONES Y NIVELES DEL LENGUAJE

Lenguaje y sus funciones

Todas las culturas han desarrollado un lenguaje que sirve para la comunicación entre sus integrantes, en el mundo existe una infinidad de lenguajes e idiomas que tiene sus propias reglas.

El lenguaje permite expresar los pensamientos, pero a la vez no es posible desligar el lenguaje y el pensamiento.

En general se acepta que el lenguaje tiene tres funciones básicas: Informativa, Directiva y Expresiva.

Función informativa del lenguaje

Utilizado para comunicar datos, noticias y en general cualquier tipo de enunciado potencialmente contrastable. Los hallamos en las publicaciones en los libros, revistas o periódicos. Los enunciados formulados en esta función pueden ser verdaderos o falsos.

Ejemplos:

1. José es hermano de María.
2. Llueve.
3. Aquel hombre es un asesino.

Función directiva del lenguaje

Utilizado para comunicar órdenes, indicaciones y en general cualquier tipo de directivas. Puede ser una invitación a interrumpir lo que hacemos y hacer otra cosa. Los enunciados formulados en esta función no son ni verdaderos ni falsos sino únicamente posibles de cumplir o imposibles de ser cumplidos.

Ejemplos:

1. Cierra la puerta.
2. Quisiera un vaso de agua
3. Por favor, guarden silencio.
4. ¡Disparen!

Función expresiva del lenguaje

Utilizado para comunicar sentimientos, emociones. Manifiesta el estado de ánimo de las personas. Los enunciados formulados en esta función no son ni verdaderos ni falsos pero tampoco son posibles de cumplir o imposibles de ser cumplidos sino que simplemente son sinceros o insinceros.

Ejemplos:

1. ¡Cuánto amor siento!
2. ¡Qué hermosa mañana!
3. Te odio con toda mi alma.
4. Puede ser también el siguiente poema:
   Por una mirada, un mundo
   por una sonrisa, un cielo
   por un beso, no se que
   te diera yo por un beso.

Uso y mención de palabras

Hagamos una comparación entre los dos siguientes ejemplos:

1. La tiza es blanca
2. Tiza es un sustantivo

Veamos que está ocurriendo con la palabra tiza. En el primer caso usamos esta palabra para referirnos a un objeto. En el segundo, se mencionar la palabra misma. Por una cuestión de buen orden que evite confusiones debe distinguirse explícitamente entre uso y mención. En el primero, se dice que se usa la palabra, en el segundo se dice que se la menciona, lo mismo sucede con los siguientes ejemplos:

1. Bisílaba, es toda aquella palabra que tiene dos sílabas.
2. "Bisílaba" no es bisílaba.

Usar una palabra es utilizarla para designar cosas distintas de ella misma, en cambio, mencionar una palabra es emplearla para designarse ella misma. Para distinguir los dos empleos de la misma palabra en el lenguaje escrito, le pondremos comillas, así una palabra o frase entre comillas está siendo mencionada y no usada.

Los siguientes ejemplos de proposiciones verdaderas pueden aclarar mejor el uso y la mención de las palabras:

Lima es más grande que Arequipa.

"Lima" es más chico que "Arequipa"

Niveles del lenguaje

Cuando en el lenguaje se alude a objetos, sucesos, hechos, fenómenos, acontecimientos, etc. Se dice que corresponde a un primer grupo.

Ejemplo: La inteligencia es la capacidad para resolver problemas.

Cuando se alude al propio lenguaje se dice que corresponde a un segundo grupo.

Ejemplo: Mi profesor de psicología dice que la inteligencia es la capacidad para resolver problemas.

En este segundo ejemplo lo aludido no es el fenómeno de la inteligencia, si no lo que alguien (el profesor de psicología) refiere acerca de ella.

Lenguaje objeto y metalenguaje

En los lenguajes artificiales se prohíbe la mención de palabras, para hablar de las palabras de dichos lenguajes recurrimos a un lenguaje distinto llamado "metalenguaje", desde el cual podemos mencionar las palabras del primero. Al segundo se lo llama "el metalenguaje del primero".

Todo lenguaje tiene un objeto al que se dirige o refiere. Es el "lenguaje-objeto". Todo lenguaje que tenga por objeto un lenguaje, es un "metalenguaje", que a su vez puede ser lenguaje objeto de otro metalenguaje de orden superior, y así sucesivamente.

LENGUAJE OBJETO (Lo) se denomina al tipo de lenguaje en que están formulados los enunciados del primer grupo.

Denominado también lenguaje de nivel cero (Lo), Ejemplos:

- Napoleón fue emperador de Francia.
- Carlos Boloña fue Ministro de Economía.
- Adam Smith escribió La riqueza de las naciones.
- Hernando de Soto es un famoso economista peruano.
- Estoy estudiando la asignatura de lógica.

METALENGUAJE se denomina al tipo de lenguaje en que están formulados los enunciados del segundo grupo. En seguida algunos ejemplos:

- Según dijo María la Enciclopedia británica sostiene que Napoleón fue emperador de Francia.
- Mi amigo Jorge dice que el Compendio de historia del Perú de Gustavo Pons Muzzo sostiene que Carlos Boloña fue Ministro de Economía.
- Mi profesor de Historia del Pensamiento Económico dijo ayer que Adam Smith escribió La riqueza de las naciones.
- Pedro dice que Hernando De Soto es un famoso economista peruano.

- Janet me dijo que María le había dicho que ella estaba estudiando la asignatura de lógica.

La Fig. 6 muestra los niveles de los metalenguajes.

Puede aclarar mejor los siguientes ejemplos:

Lenguaje objeto (Lo): Llueve.

Metalenguaje de primer nivel (L1) que hace referencia al lenguaje objeto (Lo): José dice que llueve.

Metalenguaje de segundo nivel (L2) que hace referencia al metalenguaje de primer nivel (L1): María dice que José dice que llueve.

Puede existir metalenguaje de nivel n (Ln) que hace referencia a Ln-1. Ejemplo: Alfredo dice que Ricardo dice que María dice que José dice que llueve.

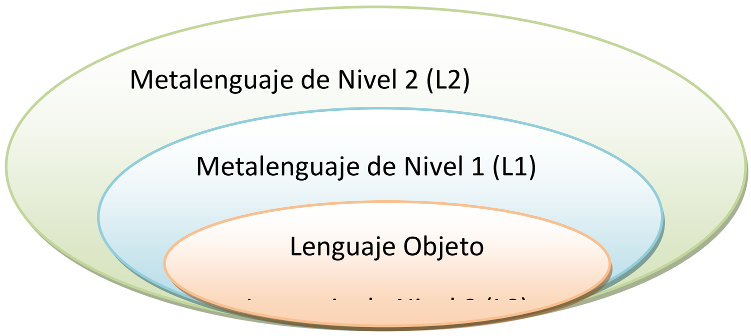


Fig. 6. ***Niveles de los lenguajes***

Lenguaje natural y artificial

Los seres humanos utilizamos los llamados lenguajes naturales. Como dijimos, todos los idiomas del mundo son lenguajes naturales.

No obstante la importancia que tienen los lenguajes naturales, parecen inadecuados para determinados fines.

Esto ha obligado a que se construya lenguajes artificiales para determinados fines. Por ejemplo, la matemática es uno de estos lenguajes, también las demás ciencias han construido su propio lenguaje.

¿Qué es un lenguaje formal?

Un lenguaje formal es un lenguaje artificial que está formado por signos primitivos del lenguaje, esto es su alfabeto, también las reglas de combinación de dichos signos, es decir una gramática que especifica cómo combinar los signos para obtener expresiones bien formadas.

El lenguaje formal para la lógica consiste en utilizar simbología para expresar proposiciones y argumentos.

El convertir el lenguaje natural al lenguaje formal se denomina formalización o traducción de expresiones y esto se verá en la parte que corresponde a lógica proposicional.

Elementos del lenguaje formal

Un lenguaje formal, está constituido por los siguientes elementos básicos:

- Unos signos primitivos del lenguaje, esto es su alfabeto.
- Unas reglas de combinación de dichos signos, es decir una gramática que especifique cómo combinar unos signos primitivos con otros para tener expresiones bien formadas.

- En nuestro caso, como buscamos aplicar el lenguaje formal a la reconstrucción de la estructura lógica del lenguaje natural, precisaremos de unas reglas que nos ayuden en la formalización o traducción de expresiones del lenguaje natural al de la lógica formal.

Diferencias entre lenguaje natural y formal

Lenguaje natural	Lenguaje formalizado
Tiene significado conceptual a través de representaciones perceptivas.	Conjunto de símbolos reglas sin significado conceptual.
Son ambiguos, tiene casos de sinónimos, homónimos, etc.	Son exactos, precisos, rigurosos, convencionales e internacionales.
Tienen cantidad amplísima de reglas gramaticales, con excepciones.	Pocas reglas, sin excepciones.
Es la base, el sustento elemental del conocimiento.	Complementa de manera precisa y especializada el conocimiento.
Es creación histórico-social de todas las personas y puede ser escrito, oral y mímico.	Es artificial, escrito y usado no por todas las personas.

El lenguaje formalizado de la lógica, en mayor detalle se verá a partir del capítulo de lógica proposicional.

ACTIVIDADES

A. En las siguientes oraciones o frases del lenguaje natural indicar cuales corresponden a la función informativa (FI), función directiva (FD) o función expresiva (FE).

1. Cuando bucees trata de no respirar.
2. Hace sol y no hace calor.
3. ¡Qué grandiosa vegetación veo en este valle!
4. Estas por llegar a la meta que te has trazado.
5. La diversidad del Perú se muestra en la variedades de plantas, animales, microclimas, culturas, razas, etc.
6. La Psicología estudia el comportamiento de las personas.
7. Existe vida en el planeta Marte.
8. Que miedo siento por esa fiera.
9. Lava tu ropa para que andes limpio.
10. Debes llegar temprano a clase.
11. Cuando estás en la mesa comiendo no debes cantar.
12. Las calles de las ciudades antiguas son muy angostas.
13. El río Amazonas es el más largo del mundo.
14. No encontrarás sitio en el comedor si no llegas temprano.
15. Te exijo que vayas a visitar al médico.
16. Sao Paulo es capital de Brasil.
17. Existen los mamuts
18. No quiero escuchar tus mentiras.
19. Tú sabes que yo te quiero y te lo demuestro con un fuerte abrazo y un beso.
20. La Lógica es una ciencia que se aplica a todas las otras ciencias.
21. Nunca me visites muy tarde
22. Ni come ni deja comer.
23. Sara y María son hermanas de Pedro.
24. Te ruego que me perdones.

B. Las siguientes proposiciones son metalenguajes identifique los lenguajes objetos que hay dentro de ellos:

1. Mi mamá dijo que mis zapatos son muy durables.
2. El catálogo turístico informa que Huagapo es una cueva de donde sale un río y está cerca de Tarma.
3. Los investigadores encontraron que los virus se reproducen muy rápidamente.
4. Al viajar por avión observé que Los Andes tiene muchos nevados.
5. El electroencefalograma grafica que el cerebro de Juan aún está funcionando.
6. El poema expresa que el autor tuvo gratos momentos y sentimientos encontrados.
7. La pintura muestra que un cazador se enfrenta a un león.
8. Nadie se atrevió a decir que hay vida en otros planetas.
9. Los informes advierten que el calentamiento global afecta a los microclimas de nuestro país.
10. El noticiero de la televisión informó ampliamente que hicimos viajes a la selva de Madre de Dios.
11. Mi amigo que se sumergió en un río de la selva sintió que las anguilas producen descargas eléctricas muy peligrosas.
12. El turista dice que las danzas de nuestro país son muy maravillosas.

C. Niveles de lenguaje. Señale cuál de los enunciados está formulado en Lenguaje Objeto (Lo) y cual en Metalenguaje (Lm), indique de qué nivel es (con L1, L2, L3, etc.)

1. Napoleón fue derrotado en Waterloo.
2. Mi profesor de economía nos dijo que el núcleo de toda teoría económica es la teoría del Valor.

3. Según Adam Smith, David Ricardo y Karl Marx; el valor de una mercancía depende de la cantidad de fuerza de trabajo invertida en su producción.
4. Euclides fue el autor de los Elementos.
5. El Compendia de historia del Perú de Gustavo Pons Muzzo dice que el Mariscal Ramón Castilla fue el primer gobernante en mandar a elaborar un Presupuesto Nacional, con el fin de racionalizar el gasto estatal.
6. El ingles Bertrand Russell fue, junto con su paisano Alfred Whitehead y el italiano Peano, el iniciador de la moderna lógica simbólica.
7. El primero en hablar de "paradigmas" fue Platón, según mi profesor. Además, el sostiene que a diferencia de lo que ahora entendemos por "paradigmas" para Platón estos eran modelos eternos e independientes de la realidad concreta.
8. Cristo habría nacido el año 4 antes de nuestra era y no el año cero como normalmente se cree.
9. El conferencista sostuvo que los informes advierten que el calentamiento global afecta a los microclimas de nuestro país.
10. Mi padre vio que el noticiero de la televisión informó ampliamente que hicimos viajes a la selva de Madre de Dios.
11. En el hospital informaron que el electroencefalograma grafica que el cerebro de Juan aún está funcionando.
12. Mi amigo que se sumergió en un río de la selva sintió que las anguilas producen descargas eléctricas muy peligrosas.

D. Identifique cuál de las tres funciones del lenguaje está expresado cada enunciado.

1. Debe tener más cuidado la próxima vez.

2. El lenguaje, la voz del alma de los pueblos, la fuente de vida de las culturas.

3. Por favor señor Pérez, no vuelva usted a llegar tarde.

4. Aunque usted no lo crea, yo sé lo que vi. Había un dinosaurio muy grande sumergiéndose en el lago.

5. Aunque parezca increíble, la señorita X tiene 45 años.

6. Anoche oí un ruido extraño, muy extraño.

7. Si pudiera leer lo que hay en su corazón, mis angustias por ella serían menores

8. Realmente me encuentro extremadamente contento por su ascenso.

E. Señale los niveles que posee cada enunciado (L0) ,(L1), (L2), etc. (12pt)

1. Un día Jesús, sonriendo mucho, dijo que él se llamará desde hoy Marcelino, Pan y Vino.

2. Todo es según los ojos con que se miren ha dicho un filósofo, escribe Bryce.

3. Borges ha escrito que el jugador de ajedrez es prisionero de otro tablero de negras noches y de blancos días, revela el profesor.

4. La Constitución garantiza que toda persona es considerada inocente mientras no se haya declarado judicialmente su responsabilidad.

5. Juan contó que Mafalda hizo una broma pesada cuando menciono sobre “la realidad de la escuela”, afirmo el tío Pachuco.
6. El Presidente habló sobre los informes, los cuales mencionan sobre “la estabilidad económica del Perú”.
7. “Esta noche es la noche” dijo Carlos, así lo contaba María.
8. La evaluación tratara sobre el tema de “funciones y niveles del lenguaje”, advirtió el profesor. Así me dijo Manuel.

Tema Nº 3: ARGUMENTOS

¿Qué es un enunciado lógico?

Una proposición o enunciado es el significado de cualquier oración declarativa (o enunciativa) que pueda ser verdadera (V) o falsa (F).

Nos referimos a V o a F como los valores de verdad del enunciado.

- "Lloverá mañana" es una proposición. Para conocer su valor de verdad habrá que esperar hasta mañana.
- "Haz los ejercicios de lógica" no es un enunciado, puesto que no se le puede asignar ningún valor de verdad (Está en modo imperativo, es una orden, y no una frase declarativa).

Algunos autores consideran que existen diferencias entre enunciado y proposición. Dicen que para una proposición es condición necesaria la posibilidad de ser verdadera o falsa y para un enunciado no se considera necesaria. Aquí consideraremos que son sinónimos.

¿Qué es un argumento?

Es un conjunto de dos o más enunciados o proposiciones relacionadas unas con otras de tal manera que las proposiciones llamadas 'premisas' se supone que dan soporte a la proposición denominada 'conclusión'.

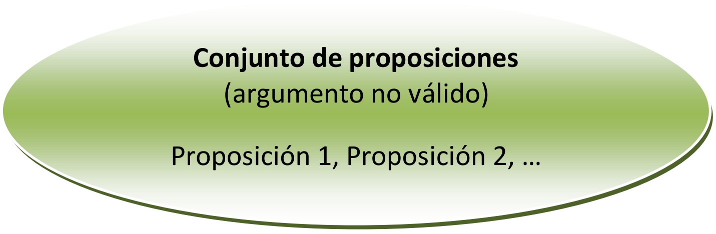


Fig. 7. ***Colección de proposiciones***

Los siguientes son ejemplos de argumentos:

- "Fui al mercado, vi a Juan y le di tu encargo".
- “Sócrates es humano, los seres humanos son mortales. Por lo tanto, Sócrates es mortal”
- “Los pájaros tienen alas, las alas sirven para volar. Luego, los pájaros vuelan”

Sin embargo, no todo conjunto de proposiciones son argumentos. Un conjunto de proposiciones no necesariamente es un argumento. Los siguientes ejemplos aclaran si son no argumentos:

- Daniela es cirujana y el sol brilla, aunque la catedral de Lima es gótica“. Este no es argumento porque las proposiciones no tienen relación unas con otras.
- "Daniela es cirujana, por lo que Daniela ha estudiado Medicina, ya que todos los cirujanos han estudiado Medicina”. Este si es un argumento porque las proposiciones están muy relacionadas.

Inferencia

Lo que distingue a un argumento de una mera colección de proposiciones es la inferencia que se supone que las une.

Los argumentos tienen la estructura que se muestra en la Fig. 8 donde se observa los componentes y la inferencia.

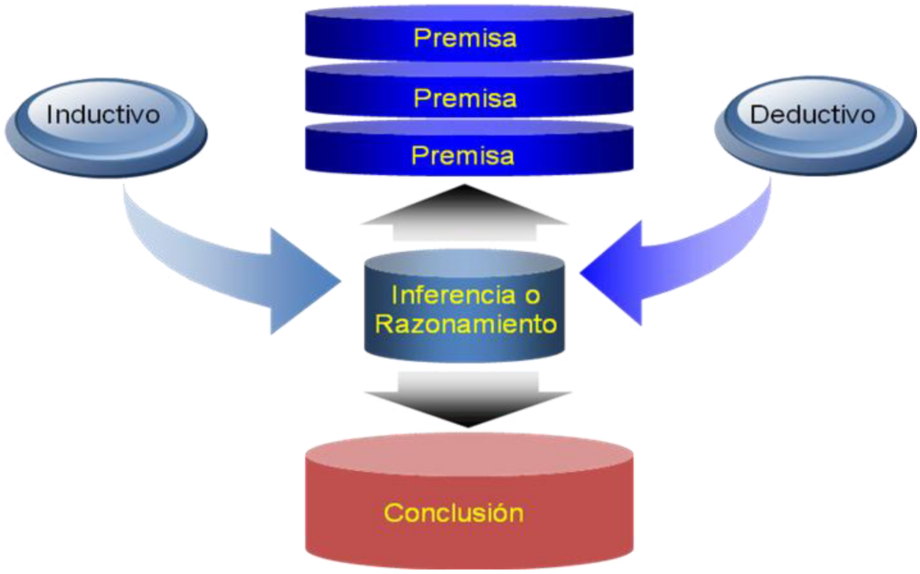


Fig. 8. ***Argumento y sus componentes***

Un ejemplo de argumento es el siguiente:

Premisas:	Los pájaros tienen alas.
	Las alas sirven para volar.
Conclusión:	Los pájaros vuelan.

Las inferencias pueden ser de dos tipos: inferencias deductivas e inductivas que se muestra en la Fig. 9 y se explica en seguida.

La inferencia deductiva : "Si todos los pájaros tienen plumas y el cóndor tiene plumas, entonces el cóndor es un pájaro".

La inferencia inductiva: "Si pruebo una cucharadita de la taza de café y siento que está a mi gusto, entonces la taza de café esta a mi gusto".

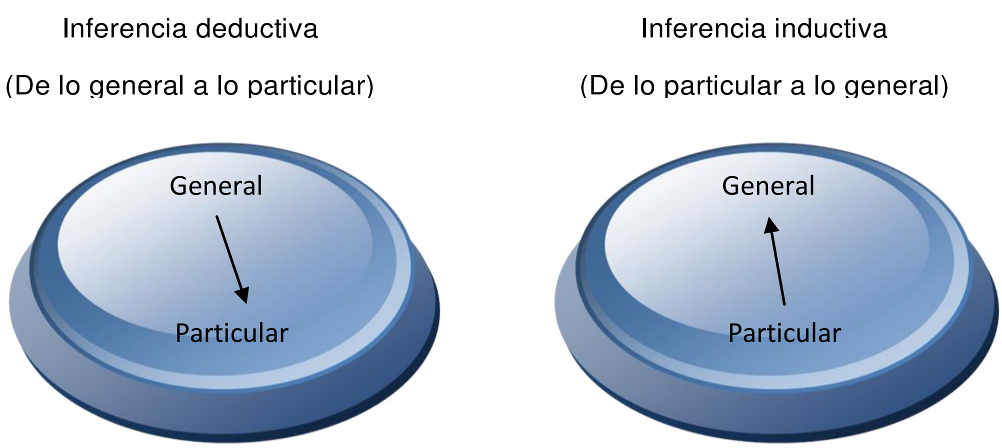


Fig. 9. Inferencia deductiva e inductiva

Identificación de argumentos

Algunas veces no estamos seguros de que son argumentos o no. Para poderlos identificar, hacernos algunas preguntas como: El texto, ¿tiene una conclusión?. Si es así, ¿cuál es?

El texto ¿ofrece razones que apoyen la conclusión?, es decir, ¿hay premisas? Si es así ¿cuáles son?

El texto ¿presume que hay una relación inferencial entre premisas y conclusiones?

Identificación de premisas, estas vienen acompañadas de: "Además", "Teniendo en cuenta que", "Partiendo de", "Considerando que", "En vista que", Etc.

Identificación de conclusiones, estas vienen acompañadas de: "Por tanto", "Por lo tanto", "Concluyo que", "Se concluye que", "Se establece que", "Se deduce que", "De ahí que", "Se sigue que", Etc.

Estructura de los enunciados

Los argumentos pueden tener varias premisas y también varias conclusiones, incluso se puede encadenar argumentos en donde la conclusión del argumento 1 puede ser la premisa del argumento 2 y así sucesivamente. En la Fig. 10 se observa una cadena de argumentos que tiene esta característica.

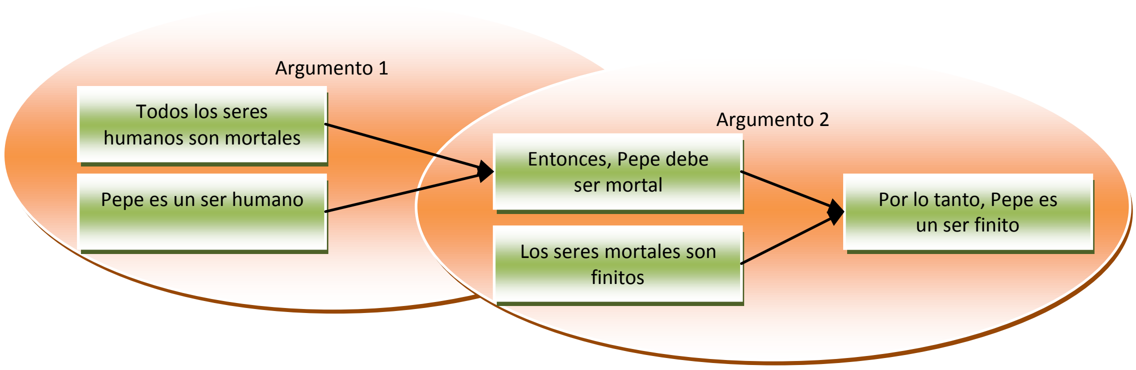


*Fig. 10. **Cadena de argumentos***

Estructura de dos enunciados

Tenemos el siguiente argumento:

El agua está fría, entonces el agua no está caliente

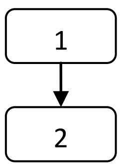
Lo primero que tenemos que hacer identificar cuantas proposiciones existen, en este caso el argumento posee 2 proposiciones.

(1) [El agua esta fría], entonces (2) [El agua no puede estar caliente].

Luego, identificamos la(s) premisa(s) y la conclusión, observamos que:

La premisa es: (1).

La conclusión es: (2).



Estructura de tres enunciados

Tenemos el siguiente argumento:

Este mes es agosto, puesto que el mes pasado fue julio y el mes inmediatamente siguiente al presente será septiembre.

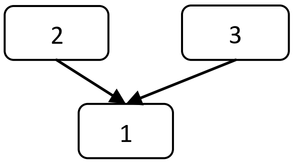
Identificamos cuantas proposiciones existen, en este caso el argumento posee 3 proposiciones.

(1) [Este mes es agosto] (C), puesto que (2) [El mes pasado fue julio] y (3) [el mes inmediatamente siguiente al presente será septiembre]

Luego, identificamos la(s) premisa(s) y la conclusión, observamos que:

Las premisas son: (2) y (3).

La conclusión es: (1).



Tenemos otro argumento:

Milagros y Janet son las únicas hermanas de Francisco. Esta hermana no es Janet, entonces esta hermana es Milagros.

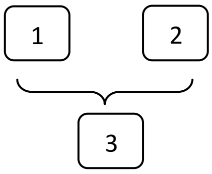
Identificamos cuantas proposiciones existen, en este caso el argumento también posee 3 proposiciones.

(1) [Milagros y Janet son las únicas hermanas de Francisco]. (2) [Esta hermana no es Janet], entonces (3) [esta hermana es Milagros].

Luego, identificamos la(s) premisa(s) y la conclusión, observamos que:

Las premisas son: (1) y (2).

La conclusión es: (3).



Estructura de cuatro enunciados

Tenemos el siguiente argumento:

Todos los seres humanos son mortales. Julián es un ser humano. Por tanto, Julián es mortal. Julián acaba de morir.

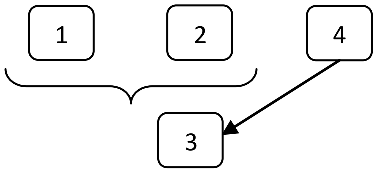
Identificamos cuantas proposiciones existen, en este caso el argumento posee 3 proposiciones.

(1) [Todos los seres humanos son mortales]. (2) [Julián es un ser humano]. Por tanto (3) [Julián es mortal]. (4) [Julián acaba de morir].

Luego, identificamos la(s) premisa(s) y la conclusión, observamos que:

Las premisas son: (1), (2) y (4).

La conclusión es: (3).



ACTIVIDADES

A. Identificar la(s) premisa(s) y las conclusiones en cada uno de los siguientes argumentos, (puede subrayar con colores distintos las premisas conclusión para poder diferenciarlos):

1. Partiendo de su referente básico, la naturaleza del raciocinio humano; muchos investigadores de la Inteligencia Artificial (IA) encuentran la lógica como demasiado formal y limitada, y perciben que los procesos de razonamiento abarcan un espectro mucho más amplio que el análisis lógico deductivo.

2. El nivel de motivación del empleado determina la cantidad de esfuerzo ejercido en el trabajo. La cantidad de esfuerzo ejercido en el trabajo es uno de los factores que determina la productividad. De ahí que el nivel de motivación del empleado incida en la productividad de este.

B. Premisas e inferencia. Los enunciados siguientes son conclusiones, discutir y encontrar al menos dos premisas para cada conclusión, indicar también si el tipo de inferencia es deductivo o inductivo:

1. Algunos estudiantes no lograron buenas calificaciones
2. La empresa obtuvo una buena rentabilidad

C. Representar gráficamente la estructura o esquema de los siguientes argumentos:

1. La lógica propone inferencias seguras, pero no siempre son útiles para determinados propósitos. Una inferencia apropiada en un dominio, puede ser irrelevante en otro.

3. La idea central de la Inteligencia Artificial (IA) es la construcción de programas que ordenen a un computador adecuado que simule lo que normalmente se reconoce como una conducta inteligente, Por tanto, los investigadores en IA, propiamente, no se proponen la construcción de artefactos inteligentes sino de simuladores de la conducta inteligente.

4. La libertad, en realidad, si bien se cuenta entre las mayores bendiciones, no es tan importante como la protección, ya que el fin de la primera es el progreso y el mejoramiento de la raza, mientras que el de la segunda es su conservación y perpetuación.

5. El razonar humano utiliza inferencias que son relevantes para los objetivos que el sujeto se ha trazado. El razonar de las maquinas inteligentes imita el razonar humano, por lo que cualquier razonamiento – por más válido que sea – es irrelevante si no se orienta hacia los objetivos de estas.

D. Identificar las premisas y conclusiones de los siguientes argumentos. Luego elabore el diagrama.

1. Dado que cada portador de la enfermedad es un difusor potencial de la misma, debemos proteger a los no contaminados de los contaminados.

2. Es tiempo de instrumentar un sistema férreo de transporte de alta velocidad. Las aerolíneas no pueden satisfacer las demandas y en su intento de hacerlo, proporcionan muy mal servicio a los pasajeros, así como condiciones inseguras que ponen en peligro su vida. Los costos de mantener carreteras con una densidad de tráfico mucho mayor a aquella para la que fueron concebidas es cada vez más alto.

3. Las cimas áridas de las montañas de regiones desérticas son lugares apropiados para instalar observatorios astronómicos. Siendo sitios altos se sitúan por encima de una parte de la atmósfera, permitiendo así que la luz

estelar llegue hasta el telescopio sin tener que cruzar toda la profundidad de la atmósfera. Siendo secos, los desiertos son lugares relativamente libres de nubes. La más leve presencia de nubes o de brumas puede hacer que la atmósfera se torne inútil para muchas mediciones astronómicas.

4.Los granjeros americanos producen más comida y fibra de lo que podrían vender con provecho. En términos económicos fríos, esto significa que tenemos más granjeros de los que necesitamos.

5.Me he opuesto a la pena de muerte durante toda mi vida. No veo evidencias de su valor disuasivo y pienso que hay formas mejores y más eficaces para enfrentar los crímenes violentos.

6.En una sociedad justa no puede pagarse lo mismo a todas las personas puesto que las aptitudes y esfuerzos individuales varían notablemente y puesto que el bien común resulta mejor servido mediante las desigualdades sistemáticas de recompensa.

7.La cacería particularmente la caza de animales grandes, es tan complicada, difícil y peligrosa que requiere de la cooperación de muchos individuos. Por lo tanto, se puede inferir que el hombre de Pekín vivía con mucha mayor probabilidad en un grupo que aisladamente cuando comenzó a cazar venados.

8.Ahora cada país desarrollado desempeña a la vez el papel de colonia y metrópoli con respecto a otras naciones. Así, la guerra que hay tiene lugar entre países desarrollados no es una guerra por mercados sino contra sus mercados.

9. Hoy es viernes, puesto que ayer fue jueves y mañana será sábado.

10. Prohibido juzgar porque todos somos pecadores.

11. El que ama no desconoce a Dios, porque Dios es amor.

12. Los proyectiles son más fáciles de defender que las ciudades por dos razones: primero, las plataformas de lanzamiento de proyectiles son pequeñas y fuertes mientras que las ciudades son grandes y vulnerables; segundo, una defensa de una plataforma de lanzamiento se considera exitosa si logra salvar la mitad de los proyectiles, mientras que en la defensa de las ciudades hay que tratar de salvarlas todas.

13. El perjuicio peculiar que se causa al silenciar la expresión de una opinión es el de un robo contra la raza humana; contra la posteridad al igual que contra la generación existente; contra los que disienten de la opinión, aún más contra los que la aceptan. Si la opinión es correcta, se les priva de la oportunidad de cambiar el error por la verdad; si es errónea, pierden un beneficio casi igual, la percepción más clara y viva de la verdad, producida por su contraste con el error.

• TEMA N° 4: FALACIAS

Las falacias

Cuando se discute o se negocia, un buen razonamiento es un arma muy efectiva. Si tenemos argumentos válidos, es seguro que obtendremos buenos resultados porque todos nos consideramos que poseemos capacidad de análisis, sabemos pensar y podemos tener nuestras pasiones o imaginación bajo control.

Sin embargo, resulta que a veces nuestra capacidad de análisis no es muy eficiente o nuestras emociones no están bajo control ante esta situación puede ser más efectivo y convincente un argumento lógicamente débil o inválido, pero psicológicamente impresionante. Es cierto que en algunos momentos una persona debe ser muy emocional pero también en otras circunstancias debería ser más racional.

Existen personas que utilizan argumentos inválidos, para sorprender a otras personas, aún cuando es lógico pensar que nunca debemos usar argumentos inválidos o falaces en ninguna de nuestras discusiones o planteamientos. Deberíamos ser siempre honestos. Pero la realidad cotidiana no es así.

Quien tiene argumentos válidos puede obtener resultados exitosos y adecuados en cualquier situación, tendrá seguridad en sus intervenciones y logrará reconocimiento y respeto por su manera de expresar sus ideas, para tener argumentos válidos también deberá conocer las falacias o los argumentos inválidos, esto le permitirá evitar su uso y no arriesgarse a que alguien se atreva a dar calificaciones negativas o decir que es polemista de mala fe.

¿Qué son falacias?

Ya lo dijimos, son argumentos inválidos, que tienen la apariencia de ser lógicas pero al ser analizados con las herramientas que proporciona la lógica resultan siendo argumentos inválidos.

Aristóteles fue quien se preocupó por demostrar que ciertos argumentos que decían los falsos oradores de su época eran completamente inválidos, a estos falsos oradores los llamó sofistas, porque aparentaban ser filósofos pero se llenaban la boca de argumentos inválidos.

Así como en la antigüedad hubo falsos oradores, en nuestra época actual existen también personas y publicaciones que utilizan falacias en abundancia, que convencen a mucha gente y obtienen beneficios de todo tipo, basados en el engaño. Los profesionales de cualquier especialidad son capaces de establecer diferencias entre los argumentos válidos e inválidos, para ello es necesario conocer cómo se presentan las falacias.

¿Por qué convencen las falacias?

Porque tienen cierta carga emocional en las palabras o frases que se usa, esta carga emotiva llegan incluso a tener un peso mayor que el contenido de las palabras e influye en el ánimo de quien los oye. En muchos casos la carga emocional hace que una persona acepte proposiciones que carecen de fundamento. Cotidianamente ocurre que, algunos convencen diciendo cosas que no son lógicas. hay personas que manipulan a otras utilizando falacias.

¿Qué hacer para no ser sorprendidos?. Una de las cosas más importantes es estudiar la lógica en la parte que corresponde a las falacias, para conocerlos mejor.

Clases de falacias

Las falacias, sofismas o argumentos inválidos son de dos tipos: los que se relacionan con el sentido de las palabras o de las frases, y los que más bien tienen que ver con la estructura de las proposiciones y razonamientos. Ahora nos referiremos únicamente a los primeros, dejando la consideración de las falacias formales para una sección posterior luego de estudiar la lógica formal.

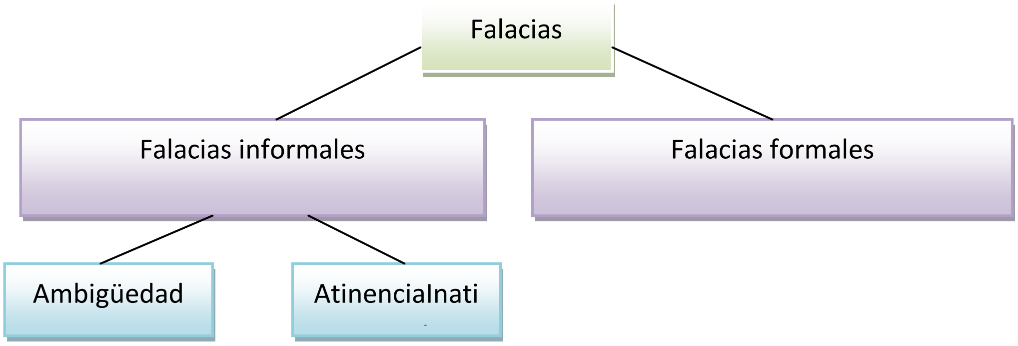


Fig. 11. Clasificación de Falacias

Las falacias informales pueden ser de ambigüedad o de atinencia.

Las falacias de atinencia o inatingencia son errores que se quieren probar o son recursos que se emplean para hacerlo, que no vienen al caso y se dicen que son inatingentes.

Las falacias de ambigüedad tienen que ver con la imprecisión de los términos o construcciones gramaticales o los ejemplos que se emplea.

4.1. FALACIAS DE ATINGENCIA

Tienen que ver con los errores que se quiere probar o con los recursos que se emplean para hacerlo, de los cuales puede decirse que son inatingentes porque no vienen al caso.

Apelación a la fuerza (argumentum ad baculum): Consiste en el uso de la fuerza o a la amenaza de fuerza para fundamentar una tesis o una conclusión. Por ejemplo:

Hoy no seré arquero, después yo decido porque es mi pelota. (Apelación a la fuerza).

La empresa requiere únicamente de personal que llegue puntualmente e incluso, si puede, antes. De manera que señor X. Le rogamos no volver a llegar tarde. (Se acude a la amenaza).

Argumento contra el hombre (argumentum ad hominem): Esta falacia consiste en desacreditar una tesis atacando no la tesis misma sino a aquel que la sostiene. Por ejemplo:

Las tesis económicas que el Ministro de Economía sostiene son mentiras porque es un neoliberal y los neoliberales son unos rateros y mentirosos.

La Teoría de la Relatividad de Einstein es falsa porque Einstein era un abusivo que golpeaba a su indefensa y frágil mujer.

Argumento por la ignorancia (argumentum ad ignorantiam): Esta falacia se comete cuando se sostiene que una proposición o tesis debe ser verdadera ya que no se ha demostrado su falsedad, o bien, en que debe ser falsa ya que hasta el momento no se ha demostrado su verdad. Ejemplos:

La mejor prueba de que Dios existe es que hasta ahora nadie ha podido demostrar que Dios no existe. (la ignorancia o el no haber podido demostrar la existencia de Dios)

Si bien no hemos podido probar que la empresa ha defraudado al fisco, hasta ahora la empresa tampoco ha podido demostrar de manera concluyente que no lo ha hecho. Por lo tanto ellos son culpables de defraudación al fisco.

Argumento por la misericordia (argumentum ad misericordiam): Esta falacia se comete cuando para lograr que se acepte una tesis o conclusión determinada se realiza un llamado a la piedad, o sea; se alude a razones "piadosas". Ejemplos:

señor, mi esposo merece ese aumento ya que con lo que usted le paga apenas si nos alcanza para alimentar a nuestros cuatro hijos, por no hablar de los gastos de vivienda y servicios básicos. Además nuestro hijo mas pequeño, Luisito, quien solo tiene tres anitos, necesita de una operación.

Señores pasajeros, damas y caballeros, tengan ustedes muy buenas y cordiales tardes. Yo soy un joven estudiante y a la vez trabajador que por esas cosas de la vida se encuentra desempleado. Es por esta razón que me veo obligado a subir a este vehiculo a vender caramelos para así poder llevar un tarro de leche o una pieza de pan a mi hogar. Por favor ayúdame, no me des la espalda y mas bien levántame la moral comprándome estas golosinas a diez céntimos la unidad. Gracias.

Apelación al pueblo (argumentum ad populum): Esta falacia se comete cuando se apela alas pasiones y al entusiasmo de la multitud con el fin de ganar su asentimiento para la aceptación de alguna tesis o argumento. Una variante de esta falacia consiste en sostener que una tesis o conclusión debe ser aceptada porque "todo el mundo" o “la gran mayoría" la acepta. Por ejemplo:

Tome Inka Kola, la única bebida de sabor nacional.

Coca-Cola es la mejor bebida gaseosa del mundo puesto que es la más consumida a nivel global.

Apelación inapropiada a la autoridad (argumentum ad verecundiam): Se comete esta falacia cuando se apela a autoridades de un campo determinado para sustentar tesis o reforzar conc1usiones de un campo distinto al de la competencia de las autoridades citadas.

El divorcio civil es jurídicamente improcedente. La mejor prueba es la condena de este por parte de Ezequiel Ataucusi (el pastor o autoridad religiosa).

El ser humano es un ser biológicamente egoísta, la mejor prueba es que Adam Smith considera que el egoísmo es el móvil social y económico del hombre.

Pregunta compleja: Se comete esta falacia cuando la pregunta que se formula supone que ya anteriormente el interlocutor a respondido a una pregunta aunque en realidad esta no ha sido formulada. Por ejemplo:

A: Dígame asesino en serie, como mato a la señorita.

B: Yo no mate a la señorita.

A: ¡Aja! Ve señor juez, el acepta que es un asesino en serie.

¿Esta usted de acuerdo con la política económica liberal y la prosperidad? Responda si o no.

Círculo vicioso (circulo in probando): Consiste en sostener la validez de la conclusión aludiendo a la validez de la premisa y, a su vez, la validez de la premisa aludiendo a la validez de la conclusión. Ejemplo:

La mejor prueba de que los seres humanos son mortales es que Sócrates -un ser humano- ha fallecido. A su vez la mejor prueba de que Sócrates -un ser humano- ha fallecido es que los seres humanos son mortales. (Argumento circular que vuelve al inicio).

Un "paradigma" es aquello en lo que cree una "comunidad científica" y una "comunidad científica" es el conjunto de personas que creen en un "paradigma".

Causa falsa (non causa pro causa): Consiste en tomar como causa de un suceso, fenómeno, acontecimiento, hecho, etc.; otro suceso, fenómeno, acontecimiento, hecho, etc.; que no es realmente su causa, basado típicamente en el supuesto de que el último precedió al primero. Ejemplo:

Hoy tuve un día pésimo. Todo comenzó cuando me caí de la cama; esa fue la causa de todas mis desgracias ya que fue lo primero que hice. (causa falsa).

La razón por la que el juez sentencio en mi contra injustamente fue que el día anterior me cruce con un gato negro. (este hecho poco común aconteció un día antes de que el juez dictaminara la sentencia).

4.2. FALACIAS DE AMBIGÜEDAD

Tienen que ver con la imprecisión de los términos o construcciones gramaticales o de los ejemplos que usamos.

El equivoco: Esta falacia se comete cuando se utiliza un mismo termino con dos significados distintos al interior de un mismo contexto. De este modo el significado es mal interpretado llevando a establecer puntos de vistas distintos a los originales. Por ejemplo:

A: Me puse la camisa de "cuadritos".

B: Que pena, "cuadritos" se quedó sin camisa.

Todo lo que está consumado está acabado. El jefe me ha dicho que Miguel es un contador consumado. Por lo tanto, Miguel está acabado como contador.

Anfibología: Esta falacia consiste en expresarse de manera vaga o poco rigurosa hasta tal punto que una frase pueda interpretarse de diversas maneras sin que, al interior de la propia frase, haya manera de determinar cuál es la interpretación correcta.

El asno de Gilberto quebró el manzano.

Se cuenta que Creso, rey de Libia, fue al oráculo de Delfos para que este le dijera si la guerra que planeaba efectuar contra Persia seria o no exitosa. El oráculo respondió que si él hacia la guerra a Persia un gran reino caería. Creso, creyendo que esto predecía su victoria se embarco en el proyecto bélico. Luego que fue derrotado y hubo logrado escapar a la muerte, envió una queja formal a Delfos. Este santuario respondió que Creso no tenía por qué quejarse ya que el oráculo había dicho que si el emprendía una campana contra Persia un gran reino caería, lo que efectivamente había sucedido.

El énfasis: Esta falacia se comete cuando el resaltar o enfatizar alguna palabra o frase al interior de un contexto más amplio puede interpretarse de manera distinta a la intención a lo que se está efectivamente diciendo. Por ejemplo:

No debemos hablar mal de NUESTROS AMIGOS.

PELE COJO. El astro del fútbol protagonizara una película en la que encama a un jugador de fútbol con una pierna artificial.

DEVALUACIÓN DEL NUEVO SOL habría ocurrido de no aprobarse nuevos impuestos.

ACTIVIDADES

A. Falacias no formales de atinencia. Señale que falacia de atinencia se comete en cada uno de los siguientes enunciados:

1. Para comenzar, dígame señor Gonzales. ¿cuánto era su odio que este lo llevo a matar al señor Wilson? Rpta: …………………………………………..
2. Hoy me toca a mí remar, después de todo es mi bote. Rpta: ………………………………
3. Es cierto que no hemos podido demostrar que el acusado es culpable, sin embargo es también cierto que este no ha demostrado que es inocente. Concluyo, pues, en que el acusado debe ser culpable. Rpta: ……………………………………………………………………
4. Está bien señor juez, acepto que mate a mis padres; pero por favor no me condenen a cadena perpetua: Pido clemencia ya que soy huérfano. Rpta: …………………………………
5. La única que sabía que me iban a ascender era María, lo más probable es que ella haya tenido envidia de eso y debido a esa causa es que finalmente no me ascendieron.
   Rpta: …………….
6. Yo no quise robar, pero las circunstancias me empujaron a ello: Tengo mi madre enferma, cinco hijos que atender y a mi esposa embarazada, el sueldo que ganaba apenas si alcanzaba para comer ¿qué otra cosa podría haber hecho? Rpta: ………
7. Las teorías económicas de Marx son falsas puesto que Marx era marxista y los marxistas son retrógrados, fanáticos y obnubilados. Rpta: …………… ……………………………..
8. Dígame asesino en serie: ¿Por qué mató a la señorita Z?. Yo no mate a la señorita Z. Está bien. Al menos acepta que es un asesino en serie. Rpta: ………………………………
9. Compañeros, no queda otra cosa sino la guerra. La sangre de nuestros héroes la reclama, el honor de nuestro país lo exige. Rpta: ……………… ………………………………
10. Von Mises -padre del neo liberalismo económico- ha sido el mejor de los economistas de toda la historia. Espero que recuerden eso alumnos y lo pongan por escrito en su examen. Les recuerdo que yo leo atentamente las respuestas de cada uno de ustedes. Rpta: ……

B. Falacias de ambigüedad. Señale que falacia de ambigüedad se comete en cada uno de los siguientes enunciados:

1. La periquita de Maria alertó sobre los ladrones. Rpta: ……..………..…… ………

2. CARLOS CACHO CON SIDA: "El popular animador de TV representará en una obra de teatro próxima a estrenarse en nuestra capital a un portador del VIH.
Rpta: …………………………………..

3. Como un año no es nada y ni hijo cumple mañana un año, entonces mi hijo no cumplirá nada.
Rpta

4. El asno de Graciano se comió todas las zanahorias.
Rpta: ……..……… ……………………………….

5. El capitán ordenó que bajaran las velas, es por eso que llevé el candelabro bajo cubierta.
Rpta: ......

C. Elija la alternativa que enlaza correctamente las situaciones con la falacia que presenta.

Situaciones	Falacia
I. Se dice que un norteamericano afirmó antes de la guerra civil que: "Les daremos una tunda a esos yankis charlatanes". Cuando se le recordaron sus palabras al terminar la guerra con el triunfo de los yankis, respondió: "Es muy sencillo. No peleamos contra los yankis charlatanes"	( ) EQUIVOCACIÓN
II. Menahem Begin, el primer ministro israelí que renunció a su parte del premio Nobel consistente en 82 000 dólares, es quizás la más pobre cabeza de gobierno del mundo desarrollado.	( ) CAUSA FALSA
III. Cuando Roger enfermó de tuberculosis, regresó a su hogar en Massachussets en lugar de seguir la prescripción médica de permanecer en el Oeste. En el frío del invierno, dejó las ventanas abiertas, se puso un grueso abrigo, gorro y pidió a su secretaria que usara guantes para escribir a máquina. Roger mejoró y atribuyó la curación al aire fresco pues, este aire de los pinos, según él, tiene propiedades químicas o eléctricas (o ambas) de gran valor.	( ) APELACIÓN A LA FUERZA
IV. Testifico que cada hombre escuchará las palabras proféticas de este libro. Si alguien desoye esas palabras, Dios enviará sobre él las plagas que están escritas en este libro: Y si alguien se aleja de los aquí prescrito, Dios lo alejará del camino de la vida, y de la ciudad de Dios y de las cosas escritas en este libro.	( ) ARGUMENTO CONTRA EL HOMBRE
V.Cuando el ministro de salud dijo al parlamento que la Cienciología era "potencialmente perjudicial" y una amenaza "potencial". Se le pidió a Elliot, el ministro local de la Iglesia de Cienciología, que respondiera a esas críticas. Entre sus comentarios ante el parlamento dijo "Temo que el señor Robinson ha sufrido la derrota de dos de sus propuestas de ley y en las últimas semanas ha sido relegado dentro del gobierno"	( ) ANFIBOLOGÍA

SEGUNDA UNIDAD

• Tema N° 5: LA PROPOSICIÓN

Proposición lógica

Una proposición es cualquier enunciado que potencialmente puede ser verdadero o falso. El lenguaje natural, como se sabe, tiene funciones directivas, expresivas e informativas, las proposiciones están dentro de estas últimas porque en el lenguaje científico, una proposición se refiere a un enunciado que puede ser verdadero o falso, generalmente es el significado de una oración informativa. Ejemplo: "La ciudad de La Oroya se encuentra contaminada", este es un enunciado informativo que puede ser falso o verdadero.

Una proposición es el elemento básico y fundamental sobre el que se construye el lenguaje formal de la lógica. La lógica como otras ciencias es una construcción a partir de componentes elementales.

Aunque existen lógicas polivalentes, en orden a la claridad del concepto, aquí consideramos únicamente el valor de Verdad o Falsedad.

¿Cuáles son proposiciones?

Con la finalidad de tener mejor criterio sobre las proposiciones, se presentan los siguientes ejemplos para ver si son o no proposiciones:

1. Carlos y Jorge son compadres.
2. Me enoja tu comportamiento, eres indolente.
3. Alberto ama a Teresa y ella a Raúl.
4. Todos los felinos son carnívoros y tienen excrementos pestilentes.
5. Quisiera que me prestes el carro que te vendí.
6. "El mundo es ancho y ajeno" es un libro.
7. La distancia entre Lima y Huancayo es 200 Km.
8. Por favor, ajusten sus cinturones, ya estamos a punto de aterrizar en el aeropuerto.
9. El problema no es que me mientas, el problema es que te creo.
10. No come ni deja comer.
11. Ningún abogado es honesto.
12. Abre todas las ventanas.

En los ejemplos mostrados, los que están numerados 2, 5, 8 y 12 no son proposiciones, 2 expresa un sentimiento y está en la forma expresiva, 5, 8 y 12 son órdenes están en la forma directiva. El caso 8 tiene una parte que es proposición: [estamos a punto de aterrizar en el aeropuerto de Tacna].

Las que son proposiciones pueden ser de varios tipos tal como se explica en seguida.

Proposición atómica y molecular

Proposición atómica es cuando se hace referencia a un único contenido de verdad o falsedad; vendría a ser equivalente a la oración enunciativa simple en la lengua. Ejemplos: "llueve", "el suelo está mojado".

Estructura de las proposiciones atómicas

No todas las proposiciones tienen las mismas características, en esta parte veremos las proposiciones sujeto – predicado, con esquema relacional y los que pertenecen a grupos o clases.

Proposiciones sujeto y predicado (S es P)

◦ Ejemplo: "Maximiliano corre"

Maximiliano, es un sujeto (S), al que se le atribuye un predicado (P): la acción de correr. Los sujetos son personas, animales o cosas de quien se describe alguna característica con un predicado. Las siguientes proposiciones son de este tipo, el lector debe encontrar el sujeto y el predicado.

◦ Las gallinas tienen plumas
◦ "El mundo es ancho y ajeno" es un libro.
◦ Huancayo es la ciudad comercial.
◦ Brasil, Rusia, India y China (BRIC) son considerados países emergentes.
◦ Los microclimas son parte de la biodiversidad.
◦ El oso polar es blanco

Proposiciones con esquema relacional (Rab)

◦ Ejemplo: Pepe ama a María

La relación ´ama a´ se encuentra entre dos sujetos, esta relación puede ser de un solo sentido cuando María no ama a Pepe. En general el esquema relacional puede tener un solo sentido o dos sentidos.

Los ejemplos que tienen un solo sentido son los siguientes:

◦ Ernesto es padre de Liliana
◦ Lima es capital del Perú
◦ La Luna es un satélite de la Tierra

Los ejemplos que tienen ambos sentidos son los siguientes:

◦ Carlos es primo de Juan
◦ Viky y Lorena son vecinas
◦ Alfredo boxea con Ramiro

Proposiciones que pertenencia a grupos o clases (a en G)

◦ Ejemplo: Las ballenas son mamíferos

En este caso las ballenas pertenecen a un grupo mayor que son los mamíferos. Este tipo de proposiciones indican que un sujeto se encuentra dentro de un conjunto de sujetos similares. Las siguientes proposiciones corresponden a este tipo:

◦ La vaca es rumiante
◦ Las provincias están en los departamentos
◦ Los microbios son seres vivos
◦ Los abogados son profesionales
◦ Las faldas son prendas de damas
◦ Los helados son golosinas
◦ Las aves son ovíparas

Existen otros tipos de proposiciones que se verán más adelante.

Las proposiciones y los nombres

Los nombres propios no son proposiciones, en la proposición "Él es José" (que puede ser verdadero o falso), se indica un nombre. Sin embargo "José" no es proposición, es un sujeto. Si reemplazamos José por "José Faustino Sanchez Carrión" sería el mismo sujeto, tampoco es proposición.

Lo mismo ocurre si reemplazamos "Carlos" por "Carlos, el Príncipe de Gales", ambos son sujetos.

Además, no son proposiciones porque los sujetos no son proposiciones.

Veamos la siguiente proposición: "El mundo es ancho y ajeno" es un libro.

Aquí el sujeto es el título del libro y esta proposición corresponde al tipo de pertenecía a grupos en este caso los libros, puede ser también considerado sujeto – predicado, ya que el sujeto es el título y el predicado indica que este sujeto es un libro.

Al analizar la proposición: Ciro Alegría escribió “El mundo es ancho y ajeno”, encontramos que el sujeto es Ciro Alegría y el predicado es: escribió “El mundo es ancho y ajeno”.

Proposiciones elípticas o abreviadas

Se puede simplificar las proposiciones, de modo que sean más cortas y no pierdan su significado, por ejemplo:

En lugar de decir: “Está lloviendo”, se puede decir: “Llueve”

En lugar de decir: “Va a nevar”, se puede decir: “Nevará”

En lugar de decir: “La casa se está incendiando”, se puede decir: “Incendio en la casa” o simplemente, “Incendio”.

Todos ellos pueden ser verdaderos o falsos además se está informando que algo sucede, por lo tanto son proposiciones.

Ejemplos de simplificación son los siguientes:

Se tiene la proposición: El día de ayer que llovió todo el día, como nunca, se mojó mis zapatos preferidos.

Una proposición equivalente y simplificada será: Ayer llovió y se mojó mis zapatos.

Otra proposición que se quiere simplificar es: Bajo la actual justicia, demasiado blanda y permisiva, casi diariamente puede uno enterarse de casos en los que los delincuentes, luego de cumplir una condena relativamente breve han delinquido de nuevo.

La proposición equivalente y simplificada será: En la actual justicia permisiva, los delincuentes cometen nuevos delitos.

El lector puede simplificar las siguientes proposiciones:

La mayoría de los estudiantes universitarios han ingresado a la universidad por sus aptitudes vocacionales.

Cáceres “El brujo de los andes” quien derrotó a los chilenos en las batallas de Pucará y Marcavalle, es considerado héroe nacional.

Proposición molecular: Está constituida por varias proposiciones atómicas unidas por ciertas partículas llamadas conectores o conectivas.

Ejemplos: “Si llueve, entonces el suelo está mojado”.

“El no tener hijos es hereditario; si tus padres no tuvieron ninguno, lo más probable es que tu tampoco los tengas”.

La siguiente afirmación es correcta: Cuando en una proposición interviene un conector es proposición molecular.

Llueve, es una proposición atómica, pero No llueve, es una proposición molecular porque existe el conector negación.

Algunos ejemplos que se muestran permiten mejorar los conceptos de proposiciones atómicas y moleculares:

1. Juan y Pedro son Psicólogos
2. Llueve y solea
3. Las armas que tiene nuestro ejército son muy obsoletas.
4. La contaminación ambiental incluye tierra, agua y aire.
5. La lógica no trata de demostrar la verdad o falsedad de las proposiciones, otras ciencias son las encargadas de hacerlo.
6. Si viene alguien, di que no estoy para nadie
7. Corre y dile que venga.
8. Si investigas, te convencerás de la verdad.

Solo la proposición 3 es atómica. El sujeto es “las armas que tiene nuestro ejército” y el predicado es “son muy obsoletas”, describe cómo son las armas.

La proposición 1 es molecular, hay dos proposiciones atómicas porque son dos sujetos “Juan y Pedro” con un mismo predicado “son Psicólogos”, se puede decir de modo equivalente: “Juan es Psicólogo y Pedro es Psicólogo”. Aquí puede ser también que los sujetos pertenecen al grupo de psicólogos. La proposición 2 es molecular porque hay dos proposiciones atómicas. En la proposición 4 existen un sujeto relacionado con tres sujetos, es decir hay tres proposiciones atómicas, la relación “incluye” es de un solo sentido. Puede construirse proposiciones atómicas equivalentes al ejemplo “la contaminación ambiental incluye tierra”, “la contaminación ambiental incluye agua” y “la contaminación ambiental incluye aire”.

ACTIVIDADES

A. Tipos de proposiciones. En los siguientes enunciados, identifique e indique si las proposiciones son sujeto predicado (S es P), relación entre sujetos (Rab) o pertenencia a grupos (a en G). Considerar también que algunas de ellas no son proposiciones:

1. Algunos médicos son incompetentes.
2. Los ornitorrincos son ovíparos.
3. Carlos odia a Ricardo.
4. Todos los días no son calurosos.
5. Lucía gerencia la empresa.
6. Los batracios no son reptiles.
7. Todos los edificios son muy altos.
8. Debe tener más cuidado con la salud de los demás.
9. Ana María y Alberto son hermanos
10. Este mundo es maravilloso.
11. Indira es mi mejor amiga
12. Gustavo es mi médico.
13. Todos los ríos están contaminados
14. Es importante que llegues al lugar.
15. Las calles son muy amplias.
16. Los obreros son impuntuales.
17. Las botellas contienen agua.
18. Don Pedrito cocina bailando.
19. Había un enorme dinosaurio sumergiéndose en el lago.
20. Los filósofos, como los asnos, son mamíferos
21. ¡El puente se desplomó ayer!
22. El proyecto fue exitoso ya que no hubo retrasos.
23. El paciente no sobrevivió a la grave enfermedad.
24. Estamos “fritos” no debimos acercarnos al precipicio.

B. Construya una lista de 5 proposiciones tipo (S es P), 5 tipo (Rab) y 5 tipo (a en G)

C. Proposiciones atómicas y moleculares. Señale cuáles de los enunciados siguientes son proposiciones atómicas (A) y cuales son moleculares (M)

1. El proyecto fue exitoso ya que no hubo retrasos.
2. Napoleón fue derrotado en Waterloo.
3. Camina, no corre.
4. “El mundo es ancho y ajeno” es el título de un libro.
5. Huancayo es la ciudad comercial en el centro de Los Andes.
6. Brasil, Rusia, India y China (BRIC) son considerados países emergentes.
7. Perdieron el partido porque no entrenaron bien.
8. Perdieron el partido porque no entrenaron bien.
9. Hay viento e inundaciones
10. Los peces son acuáticos puesto que respiran por sus branquias.
11. Estamos a punto de llegar a la meta.
12. La Luna es un satélite de la Tierra.

Tema N° 6: EL LENGUAJE DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL

Al tratar de la lógica, es muy común utilizar frases como: "Es lógico", "hablando con lógica", o, "hay que ponerle lógica al asunto", las mismas que pueden ser objetivamente reemplazadas por expresiones como: "Es correcto", "hablando con corrección", y "hay que ponerle cuidado y corrección al tema". Por tanto, la lógica trata sobre la corrección, y ésta se refiere de alguna manera, al pensamiento. Y es en este sentido que los tratadistas tradicionales definieron la lógica como la ciencia que enseña a pensar correctamente.

Pero debemos distinguir entre el pensamiento como facultad y/o función del pensamiento como producto. Pues, cuando utilizamos el término "pensamiento" podemos significar, según las circunstancias, la facultad y/o función o el producto, lo que equivale a distinguir entre el pensar y lo pensado. Por tanto, la lógica no trata sobre le pensamiento como facultad y/o función, sino como resultado de la función de pensar, es decir, de lo que generalmente llamamos en plural: pensamientos.

Consecuentemente, al abordar la lógica proposicional, debemos reconocer que una proposición es una cadena de palabras con sentido completo, calificable de cierta o falsa, así, por ejemplo, en la proposición: "Mariano Melgar nació en Arequipa". Si se mantienen independientes, son proposiciones atómicas; pero si se relacionan con alguna conjunción (u otras partículas) el resultado es una proposición molecular, por ejemplo, Arequipa y Lima son ciudades del Perú.

Símbolos primitivos: Para construir el lenguaje formal de la lógica se utiliza los símbolos primitivos que son tres tipos:

Variables proposicionales:
´p´, ´q´, ´r´ …

Conectores lógicos:
´¬´, ´∧´, ´∨´, ´→´, ´↔´

Signos de agrupación:
´( )´, ´[ ]´, ´{ }´

Sobre estos tres símbolos primitivos es necesario hacer algunas aclaraciones:

Las variables proposicionales representan proposiciones atómicas, es una letra minúscula de p a z. En caso de que faltaran letras se utilizan subíndices ´p1´, ´p2´, ´p3´ …. o ´q1´, ´q2´, ´q3´ ….

Los conectores lógicos sirven para construir proposiciones moleculares.

Ejemplo: $p \wedge q$, se lee: ´p´ y ´q´

´¬´: equivale a negación, se lee ´no´

´∧´: equivale a conjunción, se lee ´y´

´∨´: equivale a disyunción, se lee ´o´

´→´: equivale a condicional, se lee ´si … entonces ….´

´↔´: equivale a bicondicional, se lee ´si y solo si´

Símbolos usuales

Los símbolos se usan bajo una convención internacional, sin embargo existe la posibilidad de utilizar otros símbolos como los que se muestra en el cuadro siguiente:

OPERADOR	SÍMBOLO	LENGUAJE USUAL	EJEMPLO	OPERADOR
Negación	¬, -, ~	No...	No llueve	~p
Conjuntor	∧, ., &	... y ...	Llueve y truena	p∧q
Disyuntor (inclusivo o débil)	∨	... o ...	Estaba triste o preocupado (o ambas cosas)	p∨ q
Disyuntor (exclusivo o fuerte)	$\underline{\vee}$, w, ≅	o... o ...	Iremos al cine o al teatro (pero no a ambos lugares)	p $\underline{\vee}$ q
Condicionador	⇒, ⊃, →	Si... entonces...	Si llueve entonces habrá cosecha	p → q
Bicondicionador	≡, ⇔, ↔	... Si y sólo si ...	Habrá cosecha si y sólo si llueve	p ↔ q
Binegador Negación conjunctiva	↓	Ni ... ni ...	Ni trabaja ni estudia	p ↓ q ~ p ∧ ~ q
Anticonjuntor Negación disyuntiva	|	No es cierto que ... y ... No… o… no	No es cierto que Aldo sea secretario y sobrino del juez	p | q ~ (p ∧ q) ~ p V ~ q

Notaciones simbólicas

En la historia hubo reconocidos personajes que de modo importante contribuyeron al desarrollo de la lógica proposicional, ellos utilizaron los signos que se muestra en el siguiente cuadro:

Sistemas	Negación	Conjunción	Disyunción inclusiva	Disyunción exclusiva	Condicional	Bicondicional
Scholz	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \not\leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
Peano-Russell	$\sim p$	$p \,.\, q$	$p \vee q$	$p \not\equiv q$	$p \supset q$	$p \equiv q$
Luka-siewicz	Np	Kpq	Apq	Jpq	Cpq	Epq

Sistemas	Variables	Jerarquía entre operadores
Scholz	p, q, r, etc.	Usa paréntesis
Peano-russell	p, q, r, etc.	Usa puntos
Lukasiewicz	p, q, r, etc.	Ni paréntesis ni puntos

Tabla 1. Sistemas de notaciones simbólicas

Sinónimos de lectura de los conectores

Puede haber varias maneras de leer un mismo signo tal como se muestra en seguida:

Para la negación: ´¬´

- ´no´ ≡ ´no es el caso que´ ≡ ´no se da que´ ≡ ´no ocurre que´

Para la conjunción: ´∧´

- ´y´ ≡ ´además´ ≡ ´agregamos´ ≡ ´también´ ≡ ´pero´ ≡ ´sin embargo´ ≡ ´aunque´ ≡ punto seguido(.) ≡ coma (,)

Para la disyunción: ´∨´

- ´o´ ≡ ´uno u otro´

Para la condicional: ´→´

- ´si … entonces …´ ≡ ´si ….´ ≡ ´…. entonces …´

Para la bicondicional: ´↔´

- ´si y solo si´ ≡ ´entonces y solo entonces

Uso de los conectores

Existen algunas reglas de uso de los conectores que son los siguientes:
La negación siempre antecede a la variable proposicional.
Ejemplo:
´¬p´, ´¬q´, ´¬r´, ´¬s´, ´¬p1´, ´¬p2´, ... Esto se debe a que niega a la proposición.

Los demás conectores siempre van entre dos proposiciones atómicas.
Ejemplo:
´p ∧ q´, ´s ∨ t´, ´p1 → q2´, ´p ↔ q´, ´p3 ∧ q5´,

Conector monádico. La negación afecta a una sola variable es el caso de la negación

Conector diádico. Los otros conectores afectan a dos variables

Anteriormente dijimos que la siguiente afirmación es correcta: Cuando en una proposición interviene un conector es proposición molecular, este conector debe ser monádico.
Llueve, es una proposición atómica, pero No llueve, es una proposición molecular porque existe el conector negación que es monádico.

Metavariables

Se sabe que las variables pueden ser ´p´, ´q´, ´r´, etc., estos representan variables atómicas. Cuando las variables están conectadas como ´p→q´, ´r∨s´, ´q↔t´, etc. pueden ser reemplazados por letras mayúsculas como ´A´, ´B´, ´C´, etc.
Los metavariables representan fórmulas construidas con variables proposicionales o proposiciones moleculares. Ejemplo:

- A ≡ p→q B ≡ r∨s C ≡ t↔w D ≡ r∧¬s

Signos de agrupación

Como ya se presentó, los signos de agrupación son: ´( )´, ´[ ]´, ´{ }´, ||.paréntesis, corchetes, llaves. Estos signos de agrupación se utilizan para establecer las jerarquías en la solución con conectores lógicos. Ejemplo: ¬(p ∧q)

Significa que la negación abarca a la conjunción que se encuentra entre paréntesis.

En cambio en la fórmula ¬p ∧ q, la negación solo afecta a la variable ´p´.

En la fórmula p ∧ ¬q, la negación solo afecta a la variable ´q´.

Reglas de formación

1. Toda variable proposicional es una fórmula bien formada (FBF)
2. Si A es una FBF, entonces ¬A también lo es.
3. Si A y B son FBF, entonces:
    a) A ∧ B también los son
    b) b) A ∨ B también los son
    c) A → B también los son
    d) A ↔ B también los son
4. Una fórmula es FBF si y solo si es el resultado de la aplicación de las reglas anteriores.

Formulas bien y mal formadas (FBF y FMF)

Fórmulas mal formadas (FMF). Ejemplos:

1. $p \leftrightarrow q \wedge r \vee \neg p$
2. $q \rightarrow p \vee \neg q$
3. $p (\leftrightarrow r \wedge p)$

En 1 no existen signos de agrupación por lo cual no está definido las jerarquías y no está claro a qué signos abarcan los conectores. En 2 es caso es similar. En 3 el primer paréntesis no esta bien ubicado, antes del paréntesis debería haber un conector, al abrir paréntesis debe seguir un signo proposicional y no un conector.

Fórmulas bien formadas (FBF)

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \wedge r)$
2. $(q \vee r) \leftrightarrow [(p \wedge q) \rightarrow (r \leftrightarrow \neg s)]$
3. $\{[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \wedge (p \vee r)\} \rightarrow (q \vee s)$

Jerarquías de mayor a menor

1. $\leftrightarrow$, $\rightarrow$ son de la misma jerarquía
2. $\wedge$, $\vee$ son de la misma jerarquía $\neg$

Cuando son de la misma jerarquía se establece la menor jerarquía utilizando signos de agrupación.

Ejemplo: $p \wedge (p \vee r)$

Los signos de agrupación de interno a externo son: ´( )´, ´[ ]´, ´{ }´,.

Uso de los signos de agrupación

En lógica proposicional (LP), los signos de agrupación son indispensables para asegurar las FBF. Permite apreciar la jerarquía entre las distintas variables proposicionales así como conectivas lógicas. Permite construir el lenguaje simbólico de la lógica formal que se encuentra libre de cualquier tipo de ambigüedades.

ACTIVIDADES

A. Conectores. En las siguientes proposiciones, identificar qué tipo de conectores se está utilizando:

1. Cuando venga Inés jugaremos ajedrez.
2. Nunca he oído un sonido como este.
3. Serás universitario si y solo si apruebas el examen de admisión.
4. Jamás vendrá a consultar lo mismo.
5. Es rebelde porque es joven.
6. Tu prima es soltera o es casada.
7. De salir el sol iremos a la playa.
8. Es herbívoro sólo si se alimenta de plantas.
9. Rosita es inteligente, sin embargo es floja.
10. Antonio está presente o ausente.

B. Reglas de formación, Indicar con FBF o FMF si son fórmulas bien formadas o fórmulas mal formadas e indicar el porqué:

1. $p \leftrightarrow \neg r$
2. $[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q$
3. $p \vee q \wedge \neg s \rightarrow r$
4. $\neg(p \wedge q) \rightarrow r \wedge s$
5. $\{[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q\} \leftrightarrow \neg r$
6. $\neg [\neg(p \vee q) \wedge \neg r] \rightarrow (q \leftrightarrow \neg s)$
7. $\rightarrow [(p \vee q) \wedge \neg p] \wedge q$
8. $p \vee (q \wedge \neg p) \rightarrow \neg q$
9. $\neg(p \wedge q) \rightarrow [(p \vee q) \wedge \neg p]$
10. $s \vee t \rightarrow [\neg r \vee (q \wedge \neg p)]$

C. Diga si las siguientes proposiciones son conjuntivas, disyuntivas, negativas, condicionales o bicondicionales

1. La huelga continúa, pues no hay solución
2. Todos los cuerpos se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.
3. David no es loretano ni es limeño
4. Gloria e Irene son de la misma ciudad
5. Si consigo una beca, entonces y solo entonces viajaré al extranjero.
6. Rosario es muy inteligente, sin embargo es floja.
7. El lago se seca cuando hace mucho sol.
8. No come, ni deja comer
9. Si se calienta un cuerpo, entonces se dilata; y si se enfría, entonces se contrae.
10. El abuelo y la abuelita obsequiaron una muñeca a su nieta.
11. Cuando apruebe el examen de admisión ingresaré a la universidad
12. Nos vamos en avión o en tren rápido
13. Las estrellas nacen y viven, pero también mueren
14. Todos los que vuelan son pájaros, pero el avión no lo es.
15. La ciudad crece porque hay migración.

D. Identifique los conectores en los siguientes ejemplos:

1. Si ves al cometa Halley, tendrás una inolvidable experiencia. 2. La filosofía se entiende si y sólo si tiene una mente crítica. 3. Pedro es callado, pero inteligente. 4. Los ejercicios de lógica facilitan su aprendizaje. 5. Si no pagan hoy viernes, tendremos un mal fin de semana. 6. Sócrates es un filósofo griego. 7. Sócrates fue maestro de Platón. 8. Platón fue maestro de Aristóteles y de Alcibiades. 9. Si estudias pasarán en el examen. 10. De la verdad de “Todos los hombres son mortales” se deriva la verdad de “Algunos hombres son mortales”. 11. El Huascarán está en la Cordillera Blanca de la región Chavín. 12. Aníbal cruzó los Alpes y César pasó el Rubicón. 13. Colón descubrió América el 12 de octubre de 1492. 14. El conocimiento empírico no es abstracto. 15. El Perú, o exporta trigo o exporta arroz. 16. Si el cielo está nublado entonces el avión no despegará del aeropuerto. 17. En el imperio de los incas, la llama era usada como animal de carga. 18. Un número es positivo si es mayor que cero. 19. No es el caso que Brasil o Méjico pertenezcan al Pacto Andino. 20. Ni Ecuador ni Bolivia son productores de algodón.	21. Se hubiera impedido el asalto al banco si la alarma hubiera sonado oportunamente. 22. Tendremos muchas flores en el jardín, si la estación es propicia y las semillas no están malogradas. 23. Raúl no trabaja en la empresa, sin embargo visita la empresa todos los días y se reúne con los trabajadores. 24. O Carlos es matemático y profesor universitario, o es empresario y dueño de una editorial. 25. Los filósofos, como los asnos, son mamíferos. 26. Los fines que son a la vez deberes son la propia perfección y la felicidad ajena. 27. El mundo es la totalidad de los hechos, no de las cosas. 28. No hay un camino hacia la paz, la paz es el camino. 29. Una gran filosofía no es la que instala una verdad definitiva, es la que produce una inquietud 30. Isabel y Oscar son primos. 31. José es vecino de Carlos. 32. Mafalda toma sopa o helado. 33. Sal y Pimienta son hermanos. 34. Los marineros besan y se van. 35. El principito no podía comprender a la gente adulta. 36. Si los hombres son mortales entonces la especie está en extinción. 37. Cuba es potencia en deporte también China 38. La manzana es rica también la papaya. 39. Jugaste luego llegaras a dormir. 40. Me voy de vacaciones cada vez que solicito permiso.

.

Tema N° 7 : FORMULACIÓN DE INFERENCIAS

¿Qué es formalizar?

Formalizar es pasar las proposiciones del lenguaje natural al lenguaje formal. Formalizar es reemplazar una proposición mediante símbolos de la lógica formal.

La proposición expresada en lenguaje natural, se transfiere al lenguaje de la lógica formal, esta última es conocida también como lógica simbólica.

El razonamiento expresado en nuestro lenguaje natural puede convertirse en razonamiento de la lógica formal, esto facilita la verificación o comprobación y el análisis de nuestro razonamiento mediante las inferencias de la lógica formal.

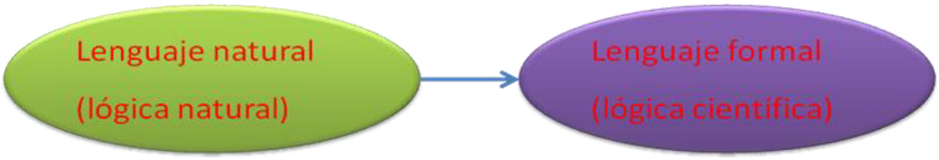


Fig. 12. Formalización

Formalización de proposiciones atómicas

Es colocar una variable proposicional a cada proposición expresada en lenguaje natural.

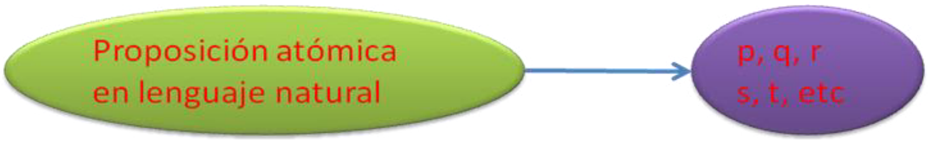


Fig. 13. Formalización de proposiciones atómicas

La primera variable que se asigna es 'p', esto es en el caso de tener únicamente una proposición que se quiere formalizar.

En caso de que son varias proposiciones cada uno tendrá su variable proposicional. Ejemplo:

- Hoy llueve ≡ p
- Tengo 5 hijos ≡ q
- Estamos de noche ≡ r
- El derecho es una ciencia ≡ s
- Los psicólogos estudian la depresión ≡ w
- Los ingenieros realizan construcciones ≡ t
- Incendio ≡ x

Formalización de proposiciones moleculares

Iniciaremos con el siguiente ejemplo: Pedro es contador y Julián es administrador
Al identificar las proposiciones tenemos: Pedro es contador y Julián es administrador
Al asignar variables proposicionales a cada una de las proposiciones tenemos:

<u>Pedro es contador</u> y <u>Julián es administrador</u>
p q

Luego identificamos la conectiva proposicional y obtenemos:

Pedro es contador y Julián es administrador
p ´y´ q

Finalmente, al formalizar la conectiva proposicional obtenemos:
Pedro es contador y Julián es administrador
p $\wedge$ q

Por lo cual podemos decir que esta proposición molecular equivale al siguiente esquema formal: $p \wedge q$

Proceso de formalización de proposiciones moleculares
Se deberá seguir las siguientes reglas:

- **Primer paso**: Identificar cada una de las proposiciones que componen el enunciado.
- **Segundo paso**: Asignar a cada una de las proposiciones una variable proposicional empezando por la letra 'p'.
- **Tercer paso**: Identificar cada una de las conectivas proposicionales.
- **Cuarto paso**: Asignar a cada una de las conectivas proposicionales su símbolo respectivo.

Formalización de proposiciones con condicional inverso

Uno de los temas que causa mayor problema es simbolizar el conector condicional, especialmente para aquellos que recién se inician en esta actividad.

El condicional tiene la formulación "Si A, entonces B". Se simboliza como $A \rightarrow B$. Esto nos indica que, si se da A, se deberá de dar B.

Pero también puede expresarse de otra forma: B es causado por A. Cuando expresamos en lenguaje natural se puede decir, que se dio A porque se dio B.

Ejemplo: “Arrancó el carro porque tenía combustible”

Esto, podemos expresar como: “A porque B“. Al simbolizar, podría ser: $A \rightarrow B$. Pero esta expresión está invertida. Lo correcto es: $B \rightarrow A$

Otro ejemplo de condicional inverso:

"El descontento de los trabajadores se debe a que hubo una mala administración de los recursos humanos"

Aplicando la primera regla tenemos:

"El descontento de los trabajadores se debe a que hubo una mala administración de los recursos humanos"

Aplicando las otras reglas tenemos:

"El descontento de los trabajadores se debe a que hubo una mala administración de los recursos humanos"

p $\rightarrow$ q

Lo cual nos llevaría a creer que el esquema de LP sería: $p \rightarrow q$

Sin embargo esto es erróneo ya que el descontento de los trabajadores no fue la causa de la mala administración de los recursos humanos, sino a la inversa; la mala administración de los recursos humanos ha sido la causa del descontento de los trabajadores. Por ello la simbolización exacta es más bien:

$q \rightarrow p$

Inferencias complejas

Se pueden presentar no solo dos proposiciones, si no varias como en el siguiente caso:

"Si llueve, habrá humedad. No hay humedad. Entonces no llovió".

Aplicando la primera regla (identificación de proposiciones) tenemos:

Si llueve, habrá humedad. No hay humedad. Entonces no llovió.

Aplicando la segunda regla (asignación de variables proposicionales a cada proposición) tenemos:

Si llueve, habrá humedad. No hay humedad. Entonces no llovió.

$p \quad q \quad q \quad p$

Aplicando la tercera regla (identificar cada una de las conectivas proposicionales):

Si llueve, habrá humedad. No hay humedad. Entonces no llovió.

$p \quad q \quad \neg q \quad \neg p$

Aplicando la cuarta regla (formalización de las conectivas proposicionales). Esto equivale a:

Si llueve, habrá humedad y No hay humedad. Entonces no llovió.

$p \rightarrow q \wedge \neg q \rightarrow \neg p$

Representando esta inferencia en lenguaje de LP tendríamos:

$p \rightarrow q \wedge \neg p \rightarrow \neg q$

Al hacer un mejor análisis observamos que "Si llueve, habrá humedad" se puede reconocer que hay una condicional ($p \rightarrow q$) y que es un primer enunciado, luego del cual va un punto seguido, y hemos ya establecido que el punto seguido indica conjunción, al unir con el enunciado "No hay humedad" se tendrá:

$(p \rightarrow q) \wedge \neg q$

La expresión que sigue es: "Entonces no llovió" que hemos simbolizado con '$\neg p$'. Para ver la consecuencia de la falta de humedad nos preguntamos, ¿se deriva únicamente del enunciado "No llovió" o de la conjunción de los enunciados "Si llueve, habrá humedad" y "No llovió"?

Pues la respuesta es que se deriva de la conjunción de ambos. Es decir la causa es:

$[(p \rightarrow q) \wedge \neg q]$.

Así, es necesario agrupar ambos enunciados y luego, como un todo único, conectarlos con '$\neg p$'

$[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$

ACTIVIDADES

A. Ejercicios resueltos. Formalizar las siguientes proposiciones:

1. Francisco es mi mejor amigo y Janet mi mejor amiga. Además, sus respectivos padres son amigos de los míos.

   Francisco es mi mejor amigo y Janet mi mejor amiga $\equiv p \wedge q$
   Los padres de Francisco son amigos de mis padres $\equiv r$
   Los padres de Janet son amigos de mis padres $\equiv s$
   El resultado es: $(p \wedge q) \wedge (r \wedge s)$

2. Ni Vilma, ni Angélica, ni Silvia ingresaron la Universidad.

   Vilma no ingresó a la Universidad $\equiv \neg p$
   Angélica no ingresó a la Universidad $\equiv \neg q$
   Silvia no ingresó a la Universidad $\equiv \neg r$
   El resultado es: $\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$

3. El paciente falleció debido a que no recibió la atención necesaria.

   El paciente falleció $\equiv p$
   no recibió la atención necesaria $\equiv \neg q$
   Aparentemente el resultado es: $p \rightarrow \neg q$
   Pero el resultado correcto es: $\neg q \rightarrow p$

4. Si César es guitarrista, entonces es músico. No es el caso que César sea músico. Luego, Cesar no es guitarrista.

   Si César es guitarrista, entonces es músico $\equiv p \rightarrow q$
   No es el caso que César sea músico $\equiv \neg q$

Conclusión: Cesar no es guitarrista $\equiv \neg p$
El resultado es: $[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$

5. Raúl viajará a Río de Janeiro, puesto que obtuvo la beca y habla correctamente el portugués.

   Reformulando se tiene:
   Si Raúl obtuvo la beca y habla correctamente el portugués, entonces viajará a Río de Janeiro.
   Premisa: Raúl obtuvo la beca y habla correctamente el portugués $\equiv p \wedge q$
   Conclusión: Raúl viajará a Río de Janeiro $\equiv v$
   Resultado: $(p \wedge q) \rightarrow v$

6. Si llueve, habrá humedad. Si sale el sol, habrá calor. Lloverá o saldrá el sol. Entonces; habrá humedad o habrá calor.

   Las premisas son:
   Si llueve habrá humedad $\equiv p \rightarrow q$
   Si sale el sol habrá calor $\equiv r \rightarrow s$
   Lloverá o saldrá el sol $\equiv p \vee r$
   La conclusión es:
   Habrá humedad o habrá calor $\equiv q \vee s$
   El resultado es: $[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r)] \rightarrow (q \vee s)$

7. Sin carbono, oxígeno, nitrógeno e hidrógeno no hay vida. En consecuencia, hay carbono o hay oxígeno o hay nitrógeno o hay hidrógeno, si hay vida.

   Sin carbono $\equiv \neg p$ Sin oxígeno $\equiv \neg q$ Sin nitrógeno $\equiv \neg s$ Sin hidrógeno $\equiv \neg t$
   No hay vida $\equiv \neg v$

   Premisa: Sin carbono, oxígeno, nitrógeno e hidrógeno no hay vida
   $\equiv (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg s \wedge \neg t) \rightarrow \neg v$

   Conclusión: Hay carbono o hay oxígeno o hay nitrógeno o hay hidrógeno, si hay vida $\equiv (p \vee q \vee s \vee t) \rightarrow v$

   Resultado: $[(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg s \wedge \neg t) \rightarrow \neg v] \rightarrow [(p \vee q \vee s \vee t) \rightarrow v]$

B. Ejercicios para resolver

1. A nadie quiso escribir, ni a sus más íntimos amigos.
2. Aunque esté enfermo, no faltaré a la reunión.
3. No como ni duermo.
4. Vino el ingeniero y subió a la torre de comunicaciones.
5. Tomé el avión porque compré el pasaje que estaba en oferta.
6. Si Carlos estudia y obtiene buenas calificaciones, entonces lo premiarán con una beca.
7. Gaby está hospitalizada debido a que tiene bulimia y anorexia.
8. La vida está en serios riesgos a causa de que actualmente se está contaminando el agua, el aire o la tierra.
9. Si Cáceres manda atacar a los chilenos, la artillería hará fuego y la caballería pasará a la retaguardia. En caso de que mande atacar a los chilenos, la infantería deberá abrir fuego. Luego, si la caballería no pasa a la retaguardia, la infantería abrirá fuego o atacará con sables".
10. "Si el testigo dice la verdad entonces el asesino hizo tres disparos. Además el revólver tenía cinco balas. Si el revólver tenía cinco balas, el asesino hizo sólo un disparo y no tres. Entonces, el testigo no ha dicho la verdad".
11. Carlos recibe cursos a distancia pero si viaja a Lima entonces estudiará en la universidad o en un instituto técnico
12. No es el caso de que. Si no hace frío y el sol salga, nevará
13. Si el jugador va al estadio entonces no es el caso de que, no juegue y este en la banca

14. Vas a la conferencia. Si no tienes auto , irás en taxi.
15. Si no es el caso que, no juegas ajedrez y comes cancha; saldrás a la fiesta.

16. teniendo en cuenta que las proposiciones son:

P= estoy alegre   q= solea   r= Carla pasea   s= Los pájaros cantan   t= Miguel pasea
u= Los niños juegan

Formar el siguiente enunciado: $\{ [\sim(\sim \quad \wedge \sim \quad) \rightarrow \sim (\quad \vee \quad)] \wedge [(\quad \wedge \quad) \rightarrow \quad] \} \leftrightarrow q$

17. Un número es divisible por 2 si termina en cero o en cifra par. Un número es divisible por 5 si termina en cero o en 5. Por consiguiente, un número es divisible por 2 si no termina en 5

18. Si no apruebas o no resuelves este problema, entonces es falso que, hayas estudiado o domines la deducción lógica. Aunque es falso que resuelvas este problema y no hayas estudiado.

Tema N° 8: METODOS DECISORIOS SEMÁNTICOS: LA TABLA DE VALORES

Introducción al uso de la tabla de valores

Ya hemos sugerido en apartados anteriores que **algunos enunciados son equivalentes a otros**.

Por ejemplo, hemos hablado de la equivalencia del enunciado (p∨q)∨r y p∨(q∨r), hecho al que denominábamos propiedad asociativa de la disyunción. Pues bien, en este apartado referido a las tablas de verdad, estableceremos de una forma más precisa qué queremos decir al hablar de **equivalencia lógica**, y también estudiaremos cierto tipo de enunciados que pueden ser o bien "auto-evidentes" (**tautologías**) o bien "evidentemente falsos" (**contradicciones**).

¿Qué es una tabla de valores?

Ya hemos tenido una aproximación intuitiva al concepto de tabla de verdad. Digamos ahora, más explícitamente que una tabla de verdad es el resultado de aplicar un procedimiento que utilizamos para calcular todos los posibles valores de verdad de un enunciado molecular.

Recordemos un caso conocido: la tabla de verdad de la negación. En este caso, la tabla de verdad es. Fijémonos en los elementos de la tabla de verdad:

p	¬p
V	F
F	V

Wittgenstein denominaba "estados de cosas" a cada una de las posibles combinaciones de verdad o falsedad para un enunciado (en este caso atómico). Otros autores hablan de "interpretaciones" para cada una de estas posibles combinaciones de verdad o falsedad para un enunciado. Veamos ahora qué sucede con los enunciados moleculares...

Analicemos ahora el caso de la tabla de verdad de la conjunción. Primero, los elementos de esta tabla de verdad:

- En las dos primeras columnas aparecen todas las posibles combinaciones de valores de verdad de los enunciados p y q (p verdadero y q verdadero, p verdadero y q falso, p falso y q verdadero, y, por último, p falso y q falso). Estos son todos los posibles "estados de cosas" o "interpretaciones".
- En la columna tercera aparecen los valores de verdad de la conjunción de p y q para todas las posibles combinaciones de valores de verdad de p y de q. Así, la primera fila muestra el valor de p∧q en caso de que p sea verdadero y q sea también verdadero, la segunda fila muestra el valor de p∧q en caso de que p sea verdadero y q falso, etc.

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Por lo tanto, podemos concluir que una tabla de verdad de un enunciado (molecular) muestra el valor de verdad de dicho enunciado para todas las posibles combinaciones de los valores de verdad de las proposiciones que lo componen, o de manera más breve, una tabla de verdad de un enunciado muestra el valor de verdad de dicho enunciado para todas sus interpretaciones.

Teniendo en cuenta que los enunciados moleculares se componen de enunciados atómicos, comenzaremos estableciendo el principio de que el valor de verdad de un enunciado (molecular) equivale al valor de verdad de la conectiva dominante.

En este punto, la pregunta clave es ¿cómo podemos saber, dado un enunciado molecular, cual es la conectiva dominante? Pues bien, para ello debemos fijarnos en el orden de prioridad que hay entre las conectivas de los enunciados moleculares. Y esto lo aprenderemos en la siguiente sección.

Conectivas dominantes y el orden de prioridad en los enunciados moleculares

Para saber cuál debe ser el orden de prioridad entre las conectivas que ya conocemos (negación, conjunción y disyunción), hay que fijarse en los paréntesis. La regla básica a seguir es la siguiente: es preciso calcular primero el valor de verdad de las expresiones que están entre los paréntesis (y que son más concretas), y posteriormente, las relaciones que hay entre las conectivas que unen dichas expresiones. Cuando un paréntesis contiene otros paréntesis, entonces se calculan primero los paréntesis más concretos (más "interiores").

Veamos algunos casos prácticos para ilustrar la determinación de la conectiva dominante en los enunciados moleculares:

Ejemplo primero:

Respondamos a dos cuestiones: (a) ¿Qué orden hay que seguir para calcular el valor de verdad del siguiente enunciado: $\neg(p \vee q)$?, y **(b)** ¿cuál es la conectiva dominante?

Es un caso sencillo. **(a)** El orden que hay que seguir para calcular el valor de verdad de la proposición molecular $\neg (p \vee q)$ es el siguiente:

- Primero se calcula el valor de verdad de la disyunción $(p \vee q)$
- En segundo lugar se aplica la definición de la negación a dicha disyunción (es decir, se invierte el valor de verdad de la disyunción): $\neg (p \vee q)$.

En la siguiente tabla aparece esquematizado el orden que hay que seguir para calcular el orden de verdad de la expresión (los números en rojo indican el orden a seguir):

¬	(p	∨	q)
2		1	

(b) La conectiva dominante es la negación (el número más alto) (Recuerda que es útil saber esto porque el valor de verdad de un enunciado viene determinado por el valor de verdad de la conectiva dominante en dicho enunciado.)

Ejemplo segundo:

Averigüemos **(a)** ¿Qué orden hay que seguir para calcular el valor de verdad del enunciado: $((p\wedge q)\vee r) \wedge \neg p$? y **(b)** ¿cuál es la conectiva dominante?

(a) En este caso, el orden de prioridad para calcular el valor de verdad de la expresión $((p\wedge q)\vee r) \wedge \neg p$ es el siguiente (las cifras en rojo indican el orden a seguir). Observa que en este ejemplo:

((p	∧	q)	∨	r)	∧	¬	p
	1		2		3	2	

- Primero se calcula el valor de verdad de la conjunción $(p\wedge q)$, que es el paréntesis más "interior", tomando en cuenta los valores de p y de q.
- En segundo lugar, se calcula tanto la disyunción (tomando en cuenta los valores de 1 y de r) como la negación (tomando en cuenta el valor de p), que están en un nivel similar en la jerarquía.
- Por último se calcula el valor de verdad de la conjunción de los resultados de las operaciones 2

(b) El conector dominante es la segunda conjunción (el número 3). Por lo tanto, el valor de verdad de la expresión objeto de estudio, viene dada por el conjuntor 3.

Es hora de practicar lo aprendido sobre dominancia de conectivas con la práctica de la siguiente sección.

Después de esta práctica, veamos en la siguiente sección cómo aplicar estos conocimientos a la construcción de tablas de verdad para enunciados con un cierto grado de complejidad.

La construcción de tablas de verdad (1)

Comencemos con el ejemplo de la tabla de verdad del siguiente enunciado: $\neg (p\vee q)$.
Como paso previo, observa bien el anunciado:

- En este enunciado hay dos conectores: la negación $\neg$ y la disyunción $\vee$ de las que hay que tener presentes sus respectivas tablas de verdad.
- En el enunciado hay también dos enunciados atómicos, que son las proposiciones p y q.
- Observa las relaciones de prioridad que hay entre los conectores: el conector dominante es la negación, que afecta a todo lo que hay entre paréntesis. Por lo tanto, hay que calcular primero el valor de verdad del contenido del paréntesis $(p\vee q)$ y posteriormente, calcular el valor de verdad de $\neg(p\vee q)$.

El primer paso consiste en poner los enunciados atómicos presentes en el enunciado del que queremos calcular su tabla de verdad en tantas columnas como enunciados atómicos tengamos. Como debe haber tantas columnas como enunciados atómicos tengamos, en este caso tenemos 2 columnas (una para el enunciado p y otra para el enunciado q):
En las celdillas de dicha tabla hay que ubicar todas las combinaciones posibles de verdad o falsedad para los enunciados que contenga el enunciado objeto de estudio.

p	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

Hay un algoritmo que permite enumerar fácilmente todas las combinaciones de verdad o falsedad de dos o más enunciados:

a. En la primera columna contando desde la derecha se pone, de arriba hacia abajo, en las celdillas Vs y Fs de modo alternado.
b. En la columna siguiente, siempre de arriba hacia abajo, se pone en dos celdillas las Vs, luego en los dos siguientes las Fs, es decir de modo alternado de dos en dos.
c. En la columna siguiente, si la hubiere, se pondría de cuatro en cuatro y así sucesivamente.

Para dos variables

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Para tres variables

P	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Llamamos **atribuciones veritativas** a todas las combinaciones de verdad y falsedad de las proposiciones atómicas de una fórmula.
El número de estas atribuciones veritativas aumenta rápidamente a medida que se incrementa el número de proposiciones de la fórmula. Para **n** proposiciones, la fórmula 2^n nos da el número de estas atribuciones veritativas. Así:

- Para dos proposiciones: $2^n=2^2=2\times2=4$
- Para tres proposiciones: $2^n=2^3=2\times2\times2=8$
- Para tres proposiciones: $2^n=2^4=2\times2\times2\times2=16$ etc.

A continuación hay que poner tantas columnas como conectores que unan enunciados atómicos. [En nuestro ejemplo tenemos dos conectores (¬ y ∨), por lo que añadimos dos nuevas columnas.]

p	q		
V	F		
V	F		
F	V		
F	F		

- En cuarto lugar, se pone, encabezando cada columna, los enunciados atómicos, siguiendo el orden de dominancia de las conectivas. Primero se ponen los enunciados más concretos (los paréntesis), y por último las más generales:

p	q	(p∨q)	¬ (p∨q)
V	F		
V	F		
F	V		
F	F		

- A continuación se procede a determinar el valor de verdad de cada celdilla, una tras otra. Hay que tener en cuenta la definición de cada conector involucrado en la columna correspondiente, y los valores de V o F que corresponden a cada fila.
- Fíjate que la tercera columna es exactamente igual a la tabla de verdad que mencionábamos cuando definimos la disyunción, y que la cuarta columna muestra los valores de verdad opuestos a los de la tercera columna (de acuerdo con la definición de la negación).

p	**q**	**(p∨q)**	**¬ (p∨q)**
V	F	V	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

- Hay una forma equivalente muy similar de representar el mismo proceso que hemos explicado, y consiste en añadir una sola columna con el enunciado ¬(p∨q) completo. A continuación se va poniendo debajo de cada conectiva el valor de verdad que le corresponda, respetando el orden de prioridad que marquen los paréntesis, veamos:

p	**q**	¬	**(p∨q)**
V	F	F	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	V	F

- Los valores de verdad del enunciado ¬(p∨q) son los de su conectiva dominante, que en este caso es la negación.

- Recomendamos este segundo método sólo cuando ya se haya cogido soltura con lo explicado en el primer lugar.

La construcción de tablas de verdad (2)

Veamos un ejemplo un poco más complejo. Calculemos la tabla de verdad del siguiente enunciado: (p∨q)∧p. Determinamos la conectiva dominante, que en este caso es la conjunción, ya que se comenzaría con el enunciado de dentro del paréntesis (una disyunción). Aquí tenemos la tabla de dominancia de las conectivas:

(p	∨	q)	∧	p
	1		2	

Como enunciados atómicos tengamos:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

A continuación ponemos todas las posibles combinaciones de verdad y falsedad para p y q:

p	q
V	F
V	F
F	V
F	F

Seguimos añadiendo tantas columnas como enunciados atómicos tenga el enunciado objeto de estudio (en este caso, dos: uno para (p∨q) y otro para (p∨q) ∧p.

p	Q		
V	F		
V	F		
F	V		
F	F		

Seguimos añadiendo los enunciados siguiendo el orden de dominancia de las conectivas señalado al principio de esta página:

p	q	(p∨q)	(p∨q) ∧p
V	F		
V	F		
F	V		
F	F		

El orden de las conectivas, en este caso es el siguiente:

(p	∨	q)	∧	p
	1		2	

Por último, procedemos a averiguar el valor de verdad de cada una de las celdillas de la tabla que hemos construido, teniendo en cuenta las definiciones, ya conocidas, de los conectores involucrados.

p	q	(p∨q)	(p∨q) ∧p
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	F

La tercera columna es exactamente igual a la tabla de verdad de la definición del disyuntor. La última columna, que es la que determina el valor de verdad de (p∨q)∧p por ser la dominante, la determinamos aplicando la definición del conjuntor a la columna tercera y a la primera.

- La primera celdilla de la cuarta columna es V porque p∨q es V (columna 3, fila 1) y p es V (columna 1, fila 1), y de acuerdo con la definición de la conjunción (su tabla de verdad), si ambos términos son V, entonces la conjunción es V.
- La segunda celdilla de la cuarta columna es V por el mismo motivo.
- La tercera celdilla de la cuarta columna es F porque p∨q es V (columna 3, fila 3) pero p es F (columna 1, fila 2), y según la definición de la conjunción, si un término es V y el otro F, entonces la conjunción es F.
- La cuarta celdilla de la cuarta columna es F porque p∨q es F (columna 4, fila 4) y p también es F (columna 1, fila 4), y según la definición de la conjunción, si los dos términos de la conjunción son F, su conjunción es F.

Las tablas de verdad permiten resolver una serie de problemas que se verán más adelante, las tablas de verdad son herramientas de la lógica que se construyen para cada uno de los conectores y las combinaciones de estos. Veremos primero las tablas de verdad para cada uno de los conectores.

La negación

Toda proposición puede ser negada y su valor de verdad será simplemente lo contrario.

Lo importante de la negación es que si p es verdadero, entonces ¬p es falso, y viceversa. Esto se puede resumir en la tabla de verdad de la negación:

p	¬p
V	F
F	V

La conjunción

La conjunción une dos o más proposiciones, el enunciado p ∧ q se lee "p y q". Su valor de verdad queda definido por la siguiente tabla de verdad. Solo cuando ambas proposiciones son verdaderas la conjunción de ambas es verdadera, en los demás casos es falso.

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

La disyunción

La disyunción enlaza dos o más proposiciones. Si se tiene p y q, el enunciado p ∨ q se lee "p o q". Su valor de verdad viene dado por la siguiente tabla de verdad, en este caso, solo cuando ambas proposiciones son falsas el resultado es falso, en los demás casos es verdadero.

p	q	p∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Disyunción exclusiva

Se presenta cuando ninguno de los dos p y q se pueden presentar simultáneamente.

Si ambas son verdaderas o si ambas son falsas, la disyunción exclusiva es falsa.

Para esto, utilizamos el símbolo "∨" o el símbolo "w":

p	q	p⊻q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional

El condicional p→q se lee "p implica q" o bien "si p, entonces q". Un condicional siempre es verdadero, excepto cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso.

p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Bicondicional

Hemos comprobado que p→q no es lo mismo que q→p. Sin embargo, puede ocurrir que tanto p→q como q→p sean verdaderos.

El bicondicional o coimplicador p↔q, que se lee "p si y sólo si q" o "p es equivalente a q", se define por la siguiente tabla de verdad:

p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

La doble negación

¿Qué sucede si nos proponemos negar la expresión ¬p?
Evidentemente, tendríamos la expresión ¬ (¬p), que es lo mismo que ¬ ¬p.
Pues bien, la negación de la negación de un enunciado, es la afirmación de dicho enunciado; en forma simbólica: ¬ ¬p ≡ p

Negaciones múltiples

¿Y qué ocurriría si negásemos una doble negación?
Es decir, ¬ (¬¬p), o lo que es lo mismo: ¬ ¬ ¬p.
En este caso, simplemente aplicando la definición de la negación llegamos a la conclusión de que ¬ (¬¬p) ≡ ¬p. Así:

¬ ¬p ≡ p

¬ ¬ ¬p ≡ ¬p

¬ ¬ ¬ ¬p ≡ p

¬ ¬ ¬ ¬ ¬p ≡ ¬p

Propiedad conmutativa de la conjunción y la disyunción

Dos enunciados son equivalentes si sus tablas de verdad son iguales, así es como sucede con p∧q y con q∧p. En la conjunción el orden en que se presentan las proposiciones no altera el resultado, esto se observa tanto en la conjunción como en la disyunción en las siguientes tablas de verdad.

Propiedad conmutativa de la conjunción

p	q	p∧q	q∧p
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	F	F

Propiedad conmutativa de la disyunción

p	q	p∨q	q∨p
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	F

El ejemplo siguiente es una aplicación de la propiedad conmutativa. Sean:

p ≡ “Rosario es tía de Patricia”. q ≡ “Rosario es abuela de Patricia”.

La conjunción de estas proposiciones es: p ∧ q ≡“Rosario es tía de Patricia y Rosario es abuela de Patricia”.

Una simplificación sería: p ∧ q ≡ “Rosario es tía y abuela de Patricia”.

Al aplicar la propiedad conmutativa se tiene: q ∧ p ≡ “Rosario es abuela y tía de Patricia”.

La disyunción de las proposiciones es: p ∨ q ≡“Rosario es tía de Patricia o Rosario es abuela de Patricia”.

Una simplificación sería: p ∨ q ≡ “Rosario es tía o abuela de Patricia”.

Al aplicar la propiedad conmutativa se tiene: p ∨ q ≡ “Rosario es abuela o tía de Patricia”.

Propiedad asociativa

Cuando hacemos la conjunción de tres variables, existen las siguientes posibilidades: Una posibilidad de asociación es: (p∧q)∧r, otra: p∧(q∧r) y otra es: (p∧r)∧q, todas éstas son equivalentes, porque se puede asociar cualquier de las variables con cualquier otro. Ocurre con la conjunción lo mismo que nos pasa en las matemáticas con la multiplicación o suma: (3x2)x4 = 3x(2x4) = 2x(3x4) y (5+2)+3 = 5+(2+3) = 2+(5+3). El orden de los factores no altera el resultado. En lógica, como en matemáticas, también podemos eliminar los paréntesis.

Así mismo, cuando hacemos la disyunción de tres variables, existen las siguientes posibilidades, Una posibilidad de asociación es: (p∨q)∨r, otra es: p∨(q∨r) y otra es: (p∨r) ∨q, todas éstas son equivalentes, porque se puede asociar cualquier de las variables con cualquier otro. Ocurre con la disyunción lo mismo que nos pasa en las matemáticas con la multiplicación o la suma.

Casos de disyunción exclusiva

Hay casos en el lenguaje natural donde empleamos el sentido exclusivo de la disyunción.

Un ejemplo es: cuando decimos que alguien viaja por un medio u por otro medio. Si alguien viaje por avión no podrá hacerlo por tren o si viaja por tren no puede hacerlo por avión, son situaciones excluyentes.

La situación excluyente también se presenta cuando decimos que una actividad se realiza o se suspende, es una de las dos, no las dos. Entonces hay dos tipos de disyunción; inclusivo y exclusivo.

Argumento y Condicional

En el enunciado p→q, se dice que p es el antecedente y q el consecuente, o también que p es la hipótesis y q la conclusión. El antecedente es también conocido como la premisa. El consecuentes es también conocido como la conclusión. La condicional establece también causas y efectos.

Recíproco del implicador

El implicador no tiene la propiedad conmutativa, esto se puede apreciar en las tablas de verdad de p→q y de su recíproco q→p, los resultados son distintos, por lo cual no son equivalentes.

p	q	p→q	q→p
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

Contrarrecíproco del implicador

El enunciado p→q es lo mismo que ¬q→¬p. Veámoslo comparando tablas de verdad, en este caso los resultados de la tercera y sexta columnas son iguales, esto demuestra que la condicional es equivalente a su contrarrecíproco.

p	q	p→q	¬q	¬p	¬q→¬p
V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Significado de "si y solo si" en la bicondicional

Al introducir el primer condicional "si" (en "si y sólo si"), introduzco el antecedente, y por tanto afirmo que p→q, (es decir aprobaré Filosofía si saco 11 o más en el examen de Lógica),
Al introducir "sólo si" (en "si y sólo si"), introduzco el consecuente, buscando comunicar que q→p, (es decir, que si saco un 11 o más en el examen de Lógica, entonces apruebo la Filosofía), y
Expresiones equivalentes de la bicondicional
p si y sólo si q ; p es necesario y suficiente para q ; p es equivalente a q
Observar que p↔q y q↔p tendrían totalmente los mismos valores de verdad. Al utilizar la partícula "y" (en "si y sólo si"), lo que se hace es comunicar la conjunción de p→q con q→p.

Tablas de verdad con múltiples variables

Tabla de verdad de una variable

p	¬p
V	F
F	V

Tabla de verdad de dos variables

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Tabla de verdad de tres variables

p	q	r	p∧q	q∧r	p∧r
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	F	F
F	V	V	F	V	F
F	V	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F
F	F	F	F	F	F

Tabla de verdad de cuatro variables

p	p	q	r
V	V	V	V
V	V	V	F
V	V	F	V
V	V	F	F
V	F	V	V
V	F	V	F
V	F	F	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	V	F
F	V	F	V
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	V	F
F	F	F	V
F	F	F	F

Lo que se observa en estas tablas es que la última variable se alterna V y F, la penúltima se alterna dos veces V y 2 veces F, la antepenúltima se alterna 4 veces V y 4 veces F. Siguiendo esta regla, se puede construir tablas de 5, 6 o más variables

ACTIVIDADES

A. Ejercicios resueltos

1. Construir la tabla de verdad para:

$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$

p	q	$p\vee q$	$p\wedge q$	$(p\vee q)\rightarrow(p\wedge q)$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	F	V

2. Construir la tabla de verdad para:

$p\rightarrow q \equiv \neg p \vee q$

p	q	$p\rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$
V	V	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

3. Construir la tabla de verdad para:

$(p\wedge q) \vee \neg r$

p	q	r	$p\wedge q$	$\neg r$	$(p\wedge q) \vee \neg r$
V	V	V	V	F	V
V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	F	F
V	F	F	F	V	V
F	V	V	F	F	F
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	F	F
F	F	F	F	V	V

4. Construir la tabla de verdad para

$(p \vee q) \rightarrow \neg r$

p	q	r	$p\vee q$	$\neg r$	$(p\wedge q) \rightarrow \neg r$
V	V	V	V	F	F
V	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V
F	F	V	F	F	V
F	F	F	F	V	V

5. Se sabe que p es verdadero, r puede tomar cualquier valor. ¿Cuál es el valor de la expresión $r \vee \neg p$?

p r	$\neg p$	$r \vee \neg p$
V V	F	V
V F	F	F

6. En la expresión $q \to p \vee r$ el resultado es falso. ¿Qué valores toman p, q y r	(ver tabla)

p q r	$p \vee r$	$q \to (p \vee r)$
V V V	V	V
V V F	V	V
V F V	V	V
V F F	V	V
F V V	V	V
F V F	F	F
F F V	V	V
F F F	F	V

B. Ejercicios para resolver:

a) Se tienen las siguientes posposiciones:

$p \equiv$ "estoy alegre" $q \equiv$ "eres inteligente" $r \equiv$ "soy flaco"

La proposición $\neg p$ es "no estoy alegre", con este ejemplo hacer las equivalencias y escribir las proposiciones que resultan de las siguientes combinaciones:

1. $\neg q \vee \neg r \equiv$
2. $p \to \neg r \equiv$
3. $\neg p \leftrightarrow r \equiv$
4. $\neg q \to \neg p \equiv$

b) Se tienen las siguientes posposiciones:

$s \equiv$ "el joven ganó el premio" $u \equiv$ "la niña ganó el premio"

$t \equiv$ "la chica ganó el premio"

La proposición $s \vee t$ es "o el joven o la chica ganaron el premio", con este ejemplo, escribir las proposiciones que resultan de las siguientes combinaciones:

1. $\neg t \wedge u \equiv$
2. $(s \vee \neg t) \vee \neg u \equiv$
3. $(s \to \neg t) \to \neg u \equiv$
4. $\neg (s \to t) \leftrightarrow u \equiv$

c) Indicar si las afirmaciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F):

1. Si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso la condicional es falsa. ( )
2. Si las proposiciones de una disyunción exclusiva son iguales el resultado es falso. ( )
3. Si las proposiciones de una bicondicional son distintas el resultado es verdadero: ( )
4. Un número par de negaciones es equivalente a una afirmación. ( )
5. La disyunción inclusiva es falsa cuando las dos proposiciones son iguales. ( )

C. Corrija los errores que encuentre en la siguientes tablas de verdad:

p	q	r	(p→q)	(p→q)∨r
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	F

p	q	p→q	¬(p→q)	¬q	p∧¬q
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	V	F

p	q	r	s	p∨q	r∨s	(p∨q)→(r∨s)
V	V	V	V	F	F	V
V	V	V	F	F	V	V
V	V	F	V	F	V	V
V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	V	V	F	F
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	V	F	F	V
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	V	F	V	V
F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	V	F	F
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	F	F

p	q	r	q→r	p→(q→r)	p→q	(p→q)→r
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F
V	F	V	V	V	F	V
V	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	F
F	F	V	V	V	V	V
F	F	F	V	F	V	F

D. Se tienen las proposiciones atómica p, q, r y s, con los cuales se construyen las proposiciones moleculares de la siguiente tabla en el cual también se estableces condiciones para cada caso. Indicar con V o F el resultado que corresponde.

Proposición molecular	Condiciones	Result.
1. ¬p→(q ∧ r)	p y r son verdaderos(V), q es falso(F)	
2. ¬(¬p∧q)	q es verdadero(V), p es falso(F)	
3. (¬p∧q) ∨ (p∧¬q)	p es verdadero(V), q es falso(F)	
4. ¬(¬q→¬p)	p y q son falso(F)	
5. (q ∧¬p)→(r∧q)	p y r son falsos(F), q es verdadero(V)	

6. $(p\vee s)\rightarrow(q\wedge\neg r)$	p y r son verdaderos(V), q y s son falsos(F)	
7. $(p\vee q)\wedge(p\vee r)$	p es verdadero(V), q y r son falsos(F)	
8. $p\rightarrow(q\vee s)$	p es verdadero(V), q y s son falsos(F)	

E. Demostraciones:

1. Demostrar la propiedad asociativa en la disyunción exclusiva:

   $p\vee(q\vee r) \equiv (p\vee q)\vee r$

2. Demostrar que $p\vee(q\rightarrow r)$ no es equivalente a $(p\vee q) \rightarrow r$
3. Demostrar la equivalencia: $(p\wedge\neg q) \equiv \neg(\neg p\vee q)$
4. Demostrar la equivalencia: $\neg(p\vee q) \equiv p\leftrightarrow q$

F. Sabiendo que el esquema: $p \rightarrow (\sim r \vee s)$ es falso.

Indicar cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas:

I) $p \rightarrow (p \vee s)$ II) $p \leftrightarrow r$ III) $\sim s \leftrightarrow r$ IV) $r \rightarrow p$

G. Determina los valores de verdad de las siguientes proposiciones:

- $(10 - 15 = 5)$ v $(20 \times 10 = 200)$
- $(\sqrt{81}=9 \wedge \sqrt{100} = 10) \rightarrow (4^3 = 12)$
- $(5^2 = 25 \rightarrow \sqrt{25} = 5) \wedge (10^3 < 100)$
- $(100 < 99) \leftrightarrow (140/10>15)$

H. Si el esquema: $(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow s)$ es falso. Hallar el valor de:

I) $(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim q$ II) $[(\sim r \vee q) \wedge q] \leftrightarrow [(\sim q \vee r) \wedge s]$ III) $(p \rightarrow r) \rightarrow [(p \vee q) \wedge \sim q]$

Tema N° 9: DIAGRAMAS SEMÁNTICOS

Un instrumento o método decisorio alternativo al de las Tablas de Verdad es el de los Diagramas Semánticos.

Representación de los valores de verdad

Negación: Como ya sabemos, si una proposición o esquema es verdadero, su negación es falsa y viceversa. En ese sentido la negación, de acuerdo a los diagramas semánticos, se representara del siguiente modo:

a) F [¬A]
V [A]

b) V [¬A]
F [A]

Que se lee:

a) "¬A es falso si y solo si A es verdadero"
b) "¬A es verdadero si y solo si A es falso"

a) Con respecto a una variable:

F [¬p]
V [p]

b) Con respecto a un esquema:

V [¬(p→q)]
F [(p→q)]

Conjunción: Para que un esquema conjuntivo sea verdadero ambos miembros de la conjunción deben de serlo. Esto es, basta que uno de ellos sea falso para que dicho esquema sea falso. Por otro lado, en la lógica estándar hay sólo 2 valores de verdad; lo verdadero y lo falso. En ese sentido tenemos dos posibilidades:

a) F [A ∧ B]
F [A] F[B]

b) V [A ∧ B]
V [A]
V [B]

Que se lee:

a) **A** ∧ **B** es falso, cuando cualquiera de los dos, **A** o **B** son falsos.
b) **A** ∧ **B** es verdadero, únicamente cuando los dos, **A** y **B** son verdaderos.

El lector puede observar que en el diagrama a) los valores de verdad de ambos miembros de la conjunción al ser analizados son escritos de manera horizontal. Esto indica que no se requiere que ambos miembros tengan el valor expresado (en este caso el de lo falso) sino que basta que uno lo tenga para que todo el esquema sea falso.

En el diagrama b), en cambio, los valores de verdad de los respectivos miembros de la conjunción están ordenados de manera vertical, ello indica que para que la conjunción pueda ser considerada como verdadera, tanto el miembro de la derecha como el de la izquierda deberán de tener el valor de verdad de lo verdadero. Los respectivos valores de cada una de las variables proposicionales están expresados a la izquierda de cada uno.

Este orden de diagramación se sigue con todos los demás operadores (disyunción, condicional y bicondicional). Veamos una aplicación de lo anterior:

Sea el esquema:

$[(p \leftrightarrow q) \wedge (r \rightarrow p)]$ el cual se nos dice que es verdadero.

Por lo anterior tendremos que representarlo del siguiente modo:

V $[(p \leftrightarrow q) \wedge (r \rightarrow p)]$

V $[(p \leftrightarrow q)]$

V $[(r \rightarrow p)]$

Por otro lado:

F $[(p \leftrightarrow q) \wedge (r \rightarrow p)]$

F $[(p \leftrightarrow q)]$ F $[(r \rightarrow p)]$

Disyunción: Una disyunción es falsa únicamente cuando ambos miembros de ella son falsos, en todos los demás casos es verdadera.

a) V $[A \vee B]$

V [A] V [B]

b) F $[A \vee B]$

F [A]

F [B]

a) $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ es verdadero, cuando cualquiera de los dos, **A** o **B** son verdaderos.
b) $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ es falso, únicamente cuando los dos, **A** y **B** son falsos.

Condicional: El condicional es falso únicamente cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso.

a) F $[A \rightarrow B]$

V [A]

F [B]

b) V $[A \rightarrow B]$

F [A] V [B]

Bicondicional: El bicondicional es verdadero en dos casos; o bien cuando ambos miembros del esquema son verdaderos o bien cuando ambos son falsos. En cambio si estos tienen valores de verdad alternados entonces será falso.

a) V [A ↔ B]

V [A]	F [A]
V [B]	F [B]

b) F [A ↔ B]

V [A]	F [A]
F [B]	V [B]

Disyunción Exclusiva: La disyunción exclusiva es falso en dos casos; o bien cuando ambos miembros del esquema son verdaderos o bien cuando ambos son falsos. En cambio si estos tienen valores de verdad alternados entonces será verdadero.

a) F [A $\underline{\vee}$ B]

V [A]	F [A]
V [B]	F [B]

b) V [A $\underline{\vee}$ B]

V [A]	F [A]
F [B]	V [B]

Análisis de esquemas moleculares a través de Diagramas Semánticos

1. Dar un valor de verdad al esquema.
2. En base al valor de verdad del esquema ir analizando cada miembro o sub esquemas de este.
3. Ir numerando, a la derecha, el orden en que se han ido analizando los esquemas y sub esquemas.

Dado el siguiente esquema: $[(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)]$

Nosotros podemos partir para el análisis suponiendo que o es verdadero o es falso, se recomienda optar, siempre que se pueda, por la posibilidad que menos bifurcaciones origine. En el presente caso la mejor posibilidad es considerar el esquema como falso. Considerando falso el esquema se tiene: F $[(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)]$

Como en este caso el valor de verdad es lo falso y la conectiva principal del esquema es la condicional, tenemos que asignarle al antecedente el valor de verdad de verdadero y al consecuente el valor de verdad de falso.

F $[(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)]$ (1)

V $[(p \wedge q)]$

F $[(r \vee s)]$

Como este esquema original ha sido el primero en ser analizado enumeramos a su derecha, con el numero uno. Realizando el análisis partiendo del esquema conjuntivo y que a su vez tiene como valor de verdad lo verdadero, obtenemos lo siguiente:

F $[(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)]$(1)

V $[(p \wedge q)]$ (2)

F $[(r \vee s)]$ (3)

F $[(p \wedge q)]$ (2)

V [p]

V [q]

Ahora pasamos a **analizar el otro sub esquema** que aún nos falta:

F [(p $\wedge$ q) $\rightarrow$ (r $\vee$ s)] (1)

V [(p$\wedge$q)] (2)
F [(r$\vee$s)] (3)

V [p]
V [q]

F [r]
F [s]

Es en este nivel que pasamos al cuarto paso, conocido como análisis de ramas.

Efectuemos el análisis de ramas:

Las "ramas" son las líneas finales que quedan al término del paso dos.

En el caso que estamos analizando sólo hay una rama.

Rama 1: V (p), V (q), F (r) , F(s)

Este análisis de rama arroja como resultado que nuestro esquema es falso sólo cuando p es verdadero, q es verdadera y r es falso, esto es cuando estas tres variables aparecen con este valor de verdad simultáneamente.

Tenemos ahora un quinto paso: Análisis de Estados Posibles del Mundo (E.P.M.)

En este quinto paso se realiza un análisis de todas las posibilidades lógicas para ver en qué casos se cumple la posibilidad indicada por el análisis de ramas. Para ello se realiza una tabulación de valores de verdad similar al de las Tablas de Verdad, con la única diferencia de que cada posibilidad es numerada puesto que representa un EPM, esto es, una posibilidad lógica teniendo en cuenta que, desde un punto de vista lógico veritativo, cada variable proposicional tiene sólo dos posibilidades; o lo verdadero o lo falso.

EPM	p	q	r	s
1	V	V	V	V
2	V	V	V	F
3	V	V	F	V
4	V	V	F	F
5	V	F	V	V
6	V	F	V	F
7	V	F	F	V
8	V	F	F	F
9	F	V	V	V
10	F	V	V	F
11	F	V	F	V
12	F	V	F	F
13	F	F	V	V
14	F	F	V	F
15	F	F	F	V
16	F	F	F	F

Luego de ello se analiza en que caso (E.P.M.) se presenta la posibilidad señalada en el análisis de rama .Efectuado el análisis sólo el cuarto caso o E.P.M. cumple.

Caso de rama abierta: [A]

[B]

Una rama es abierta sólo cuando no aparece en una misma línea una misma variable proposicional con valores de verdad diferente.

V $[(p \vee \neg q)]$ (1)

V [p] V $[\neg q]$ (2)

Rama 1

F [q]

Rama 2

Caso de rama cerrada: [A]

[B]

Una rama es cerrada cuando en una misma línea aparece una o mas variables proposicionales con valores de verdad diferentes.

V $[(p \wedge \neg p)]$ (1) V $[\neg p]$ (2)

V [p] F [p]

V $[\neg p]$ (2) ====== (Rama cerrada)

Esto nos indica que la rama ha sido "eliminada" y no se la cuenta en el análisis de ramas. Ilustraremos lo anterior con otro ejemplo. Sea:

$(p \vee q) \rightarrow [(p \wedge \neg p) \wedge (q \leftrightarrow r)]$

V $\{(p \vee q) \rightarrow [(p \wedge \neg p) \wedge (q \leftrightarrow r)]\}$ (1)

F $[(p \vee q)]$ (2) V $[(p \wedge \neg p) \wedge (q \leftrightarrow r)]$ (3)

F [p] V $[(p \wedge \neg p)]$ (4)

F [q] V $[q \leftrightarrow r)]$

V [p]

V $[\neg p]$ (5)

F [p]

======

En el ejemplo sólo hay una rama abierta por lo tanto sólo ella cuenta como rama. Observe que en el esquema de la parte derecha aún queda una fórmula por analizar $(q \leftrightarrow r)$ sin embargo no se la ha analizado. ¿Por que? Porque una vez que se detecta **una contradicción en una rama esta se cierra así queden aun formulas** por analizar al interior de ella.

¿Cuál es la relevancia de lo anterior? En el análisis de ramas sólo se deberán de considerar las ramas que queden abiertas. ¿Por qué? Porque una rama cerrada indica la existencia de una contradicción.

Si al hacer el análisis de un esquema, todas las ramas se cierran el valor de verdad de dicho esquema es el opuesto al valor de la hipótesis. En el caso de que ninguna o sólo algunas ramas se cierren tendremos que llegar hasta el análisis de E.P.M. para poder determinar si es T, ⊥ o Q. A diferencia de las Tablas de Verdad donde se comienza por el operador de menor jerarquía, en los Diagramas Semánticos el análisis se empieza por el operador de mayor jerarquía

- Analizar el siguiente argumento: "Si hay innovación en la empresa, entonces ésta se desarrolla. Es cierto que hay innovación. En consecuencia, la empresa se desarrolla". La formalización es: [(p→q)∧p]→q ¿Cuándo resulta el argumento V?

V {[(p→q)∧p]→q} (1)

F [(p→q)∧p] (2) V [q] (c)

C

F [p→q] (3) F [p] (b)

V [p]
F [q]
(a)

Análisis de las ramas:
a: V [p], F[q] 2

b: F [p], ------- 3 y 4

c: ------, V [q] 1 y 3

En la tabla de verdad el valor V se ubica en 1, 2, 3 y 4

Nro	p	q	[(p → q) ∧ p] → q
1	V	V	V
2	V	F	V
3	F	V	V
4	F	F	V

- Analizar el siguiente enunciado: "Si hay innovación en la empresa, entonces ésta se desarrolla. Es cierto que hay innovación. En consecuencia, la empresa se desarrolla". La formalización es: [(p→q)∧p]→q ¿Cuándo resulta el argumento F?

F {[(p→q)∧p]→q} (1)

V [(p→q)∧p] (2)
F [q]

V [p→q] (3)
V [p]

F [p] V [q]
=== ===

Análisis de las ramas:
Las ramas se anulan porque existe contradicciones, por un lado, V [p] y F [p] y por otro, F [q] y V [q]
En la tabla de verdad el valor F no existe.

Nro	p	q	[(p → q) ∧ p] → q
1	V	V	
2	V	F	
3	F	V	
4	F	F	

ACTIVIDADES

A. Analice mediante diagramas semánticos los siguientes esquemas (aplique únicamente los pasos 1-3)

1. $(p \rightarrow q) \underline{\vee} r$
2. $\neg (p \vee q) \leftrightarrow \neg r$
3. $[(p \vee q) \rightarrow r] \vee (p\wedge \rightarrow q)$
4. $(p \leftrightarrow q) \wedge \neg r$
5. $[p \rightarrow \neg (p \vee r)] \vee \neg (q \vee \neg q)$

B. Determine mediante diagramas semánticos en qué y en cuántos E.P.M. los siguientes esquemas son verdaderos

1. $(r \rightarrow \neg q) \vee p$
2. $\{[(p \wedge q) \rightarrow r] \wedge \neg (\neg p \vee \neg q)\} \rightarrow r$
3. $(q \leftrightarrow p) \rightarrow (p \wedge q)$

C. Determine la validez de la siguiente inferencia mediante el método de los diagramas semánticos, señalando previamente las variables, estructura formal y simbolización.

"Si el testigo dice la verdad entonces el asesino hizo tres disparos. Además el revólver tenía cinco balas. Si el revólver tenía cinco balas, el asesino hizo sólo un disparo y no tres. Entonces, el testigo no ha dicho la verdad".

D. Determine mediante el método de los diagramas semánticos si A implica a B.

A = Los argumentos lógicos involucran proposiciones lógicas; ya que, si las proposiciones se relacionan entre nexos lógicos, entonces el lector se ve obligado a reconocerlos.

B = Las proposiciones se relacionan entre nexos lógicos; por eso, si el lector se ve obligado a reconocerlos entonces los argumentos lógicos involucran proposiciones lógicas.

E. Por el método de los diagramas semánticos, determine si la formula siguiente es tautología, contradictorio o contingente:

$\{ [p \leftrightarrow (q \wedge r)] \rightarrow (\sim r \vee \sim p) \}$

F. Por el método de los diagramas semánticos, decida la validez o no de la siguiente inferencia:

"Si existen sustancias compuestas entonces el átomo es una sustancia compuesta. Si existen sustancias simples entonces el electrón es una sustancia simple. Existen sustancias simples y compuestas. Por lo tanto, el átomo es una sustancia compuesta y el electrón es una sustancia simple."

G. Simbolice los siguientes enunciados, luego determine si son equivalentes o no, mediante los diagramas semánticos:

A = No es posible que sea teórico y práctico, sin embargo es práctico, en consecuencia no es práctico.

B = Si es teórico, practico; no obstante no es teórico ni practico.

Tema N° 10: METODOS DECISORIOS SINTÁCTICOS:
LAS LEYES LÓGICAS Y EQUIVALENCIAS

Una forma proposicional es una ley lógica si y solo si cualquiera que sea la interpretación formalmente correcta que se haga de la misma, se obtiene como resultado una verdad lógica. A estas formas se les denomina Principios Lógicos y son :

Ley de Identidad	$p \rightarrow p \leftrightarrow T$
Ley de no contradicción	$\sim (p \wedge \sim p) \leftrightarrow T$
Ley del tercio excluido	$p \vee \sim p \leftrightarrow T$

Las equivalencias tautológicas o equivalencias lógicas

Las equivalencias tautológicas tienen la forma $A \leftrightarrow B$ donde A y B son enunciados (atómicos o moleculares) que son lógicamente equivalentes. En otras palabras, si $A \leftrightarrow B$ es tautológica, entonces $A \Leftrightarrow B$.

Las equivalencias tautológicas son las siguientes:

Doble negación o involución	$p \Leftrightarrow \neg (\neg p)$
Propiedad conmutativa de la conjunción	$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$
Propiedad conmutativa de la disyunción	$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
Propiedad asociativa de la conjunción	$p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
Propiedad asociativa de la disyunción	$p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$
Leyes de DeMorgan	$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p) \vee (\neg q)$ $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p) \wedge (\neg q)$
Definición del implicador	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$
Contrarrecíproco del implicador	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$
Definición del coimplicador	$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
Idempotencia de la conjunción	$p \wedge p \Leftrightarrow p$
Idempotencia de la disyunción	$p \vee p \Leftrightarrow p$
Absorción	$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$ $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ $p \wedge (\sim p \vee q) \Leftrightarrow p \wedge q$ $p \vee (\sim p \wedge q) \Leftrightarrow p \vee q$

Distributiva	$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Identidad	$T \vee p \Leftrightarrow T$ $T \wedge p \Leftrightarrow p$ $C \vee p \Leftrightarrow p$ $C \wedge p \Leftrightarrow C$

Tabla 2. Cuadro de equivalencias lógicas

Tabla de resumen de las equivalencias tautológicas

DENOMINACIÓN	FORMA ATOMICA	FORMA MOLECULAR
Doble negación	$p \Leftrightarrow \neg(\neg p)$	$A \Leftrightarrow \neg(\neg A)$
Propiedad conmutativa de la conjunción	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$	$A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$
Propiedad conmutativa de la disyunción	$(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$	$A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$
Propiedad asociativa de la conjunción	$(p \wedge (q \wedge r)) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \wedge r)$	$A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \wedge C$
Propiedad asociativa de la disyunción	$(p \vee (q \vee r)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \vee r)$	$A \vee (B \vee C) \Leftrightarrow (A \vee B) \vee C$
Leyes de DeMorgan	$(\neg(p \wedge q)) \Leftrightarrow ((\neg p) \vee (\neg q))$	$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A) \vee (\neg B)$
	$(\neg(p \vee q)) \leftrightarrow ((\neg p) \wedge (\neg q))$	$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A) \wedge (\neg B)$
Definición del implicador	$(p \to q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$	$A \to B = \neg A \vee B$
Contrarrecíproco del implicador	$(p \to q) \leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$	$A \to B = \neg B \to \neg A$
Definición del coimplicador	$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \to q) \wedge (q \to p))$	$A \leftrightarrow B = (A \to B) \wedge (B \to A)$

El concepto de Tautología

En esta sección sobre tablas de verdad, nos hemos topado con el concepto de equivalencia lógica, y dijimos que dos fórmulas son lógicamente equivalentes cuando todas sus posibles interpretaciones son iguales por tomar los mismos valores de verdad.

En este apartado hablaremos de un tipo peculiar de fórmulas (enunciados moleculares), llamadas **tautologías**, que tienen la peculiaridad de que **todas sus posibles interpretaciones son siempre verdaderas**. ¿Qué significa que todas las interpretaciones de un enunciado molecular sean todas verdaderas? Pues que dichas fórmulas, que de aquí en adelante llamaremos **tautologías**, **son verdaderas independientemente de si los enunciados atómicos que las constituyan sean verdaderos o falsos**. Una consecuencia profunda de las tautologías es que son verdaderas independientemente de cómo sea el mundo. No son verdaderas en virtud de cómo es el mundo, sino por su forma lógica (por la forma en que se relacionan las partículas conectivas que la constituyen).

Tautologías y tablas de verdad

Para averiguar si un enunciado molecular es tautológico, podemos elaborar su tabla de verdad. Estamos ante una tautología si en la columna de su conectiva principal nos encontramos con que todos los valores de verdad de todas las interpretaciones posibles son verdaderos.

El concepto de Contradicción

Las contradicciones son falsas bajo cualquier posible interpretación. En este caso también ocurre que estos enunciados son falsos no porque el mundo sea de una determinada manera, sino porque las relaciones que se establecen entre sus conectivas impiden que tengan alguna interpretación verdadera. Las contradicciones, en consecuencia, son falsas independientemente de los valores de verdad que adopten las atómicas que las constituyen.

Por ejemplo, si p: "Llueve", **p∧(¬p)** significaría "llueve y no llueve", lo que en rigor es contradictorio. Aunque en nuestra experiencia cotidiana podamos encontrarnos situaciones en las que no sepamos a ciencia cierta si llueve o no, es lógicamente imposible (en una lógica bivalente, como la que estamos estudiando) que llueva y no llueva simultáneamente.

El enunciado **p∧(¬p)** refleja de forma cristalina otra forma de definir una contradicción: una contradicción consiste en afirmar un enunciado conjuntamente con su negación.

Contradicciones y tablas de verdad : La forma más sencilla para averiguar si un enunciado es contradictorio consiste en elaborar su tabla de verdad. Si en la columna de la conectiva principal nos encontramos con que todas sus posibles interpretaciones son falsas, entonces estamos ante una contradicción.

Ejercicios Desarrollados

1. Simplificar utilizando los principios lógicos y las equivalencias tautológicas los siguientes esquemas moleculares:

1.1. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \Leftrightarrow q \rightarrow (p \rightarrow r)$

$p \rightarrow (q \rightarrow r) \Leftrightarrow \sim p \vee (\sim q \vee r)$ Implicador

$\Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q) \vee r$ Asociativa

$\Leftrightarrow (\sim q \vee \sim p) \vee r)$ Conmutativa

$\Leftrightarrow \sim q \vee (\sim p \vee r)$ Asociativa

$\Leftrightarrow q \rightarrow (p \rightarrow r)$ Implicador

1.2. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow p \Leftrightarrow p \wedge q$

$(p \rightarrow q) \leftrightarrow p \Leftrightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow p] \wedge [p \rightarrow (p \rightarrow q)]$ Bicondicional

$\Leftrightarrow [\sim(p \rightarrow q) \vee p] \wedge [\sim p \vee (p \rightarrow q)]$ Implicador

$\Leftrightarrow [\sim(\sim p \vee q) \vee p] \wedge [\sim p \vee (\sim p \vee q)]$ Implicador

$\Leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \vee p] \wedge [\sim p \vee (\sim p \vee q)]$ De Morgan

$\Leftrightarrow p \wedge [\sim p \vee (\sim p \vee q)]$ Absorción

$\Leftrightarrow p \wedge [(\sim p \vee \sim p) \vee q]$ Asociativa

$\Leftrightarrow p \wedge (\sim p \vee q)$ Idempotencia

$\Leftrightarrow p \wedge q$ Absorción

1.3. $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \vee r)$

$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow (\sim p \vee q) \vee (\sim p \vee r)$ Implicador

$\Leftrightarrow [(\sim p \vee q) \vee \sim p] \vee r$ Asociativa

$\Leftrightarrow [\sim p \vee (\sim p \vee q)] \vee r$ Conmutativa

$\Leftrightarrow [(\sim p \vee \sim p) \vee q] \vee r$ Asociativa

$\Leftrightarrow (\sim p \vee q) \vee r$ Idempotencia

$\Leftrightarrow \sim p \vee (q \vee r)$ Asociativa

$\Leftrightarrow p \rightarrow (q \vee r)$ Implicador

1.4. $\sim p \leftrightarrow \sim q \Leftrightarrow p \leftrightarrow q$

$\sim p \leftrightarrow \sim q \Leftrightarrow (\sim p \rightarrow \sim q) \wedge (\sim q \rightarrow \sim p)$ Bicondicional

$\Leftrightarrow [\sim(\sim p) \vee \sim q] \wedge [\sim(\sim q) \vee \sim p]$ Implicador

$\Leftrightarrow (p \vee \sim q) \wedge (q \vee \sim p)$ Doble negación

$\Leftrightarrow (\sim q \vee p) \wedge (\sim p \vee q)$ Conmutativa

$\Leftrightarrow (q \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q)$ Implicador

$\Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ Conmutativa

$\Leftrightarrow p \leftrightarrow q$ Bicondicional

1.5 $\sim(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \sim p \leftrightarrow q$

$\sim(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow \sim[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$ Bicondicional

$\Leftrightarrow \sim[(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)]$ Implicador

$\Leftrightarrow \sim(\sim p \vee q) \vee \sim(\sim q \vee p)$ De Morgan

$\Leftrightarrow [\sim(\sim p) \wedge \sim q] \vee [\sim(\sim q) \wedge \sim p]$ De Morgan

$\Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$ Doble negación

$\Leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \vee q] \wedge [(p \wedge \sim q) \vee \sim p]$ Distributiva

$\Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (\sim q \vee q)] \wedge [(p \vee \sim p) \wedge (\sim q \vee \sim p)]$

$\Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge T] \wedge [T \wedge (\sim q \vee \sim p)]$ Tercio Excluido

$\Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p)]$ Identidad

$\Leftrightarrow [\sim(\sim p) \vee q] \wedge (\sim q \vee \sim p)$ Doble negación

$\Leftrightarrow (\sim p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim p)$ Implicador

$\Leftrightarrow \sim p \leftrightarrow q$ Bicondicional

1.6. $(p \to q) \leftrightarrow q \Leftrightarrow p \vee q$

$(p \to q) \leftrightarrow q \Leftrightarrow [(p \to q) \to q] \wedge [q \to (p \to q)]$ Bicondic.

$\Leftrightarrow [\sim(p \to q) \vee q] \wedge [\sim q \vee (p \to q)]$ Implic.

$\Leftrightarrow [\sim(\sim p \vee q) \vee q] \wedge [\sim q \vee (\sim p \vee q)]$ Implic.

$\Leftrightarrow \{[\sim(\sim p) \wedge \sim q)] \vee q]\} \wedge [\sim q \vee (\sim p \vee q)]$ De M

$\Leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \vee q] \wedge [\sim q \vee (\sim p \vee q)]$ D. negac.

$\Leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \vee q] \wedge [\sim q \vee (q \vee \sim p)]$ Conmutat.

$\Leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \vee q] \wedge [(\sim q \vee q) \vee \sim p]$ Asociativa.

$\Leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \vee q] \wedge [T \vee \sim p)]$ Tercio excluido

$\Leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \vee q] \wedge T$ Identidad

$\Leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \vee q]$ Identidad

$\Leftrightarrow p \vee q$ Absorción.

1.7 $(p \to r) \vee (q \to r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \to r$

$(p \to r) \vee (q \to r) \Leftrightarrow (\sim p \vee r) \vee (\sim q \vee r)$ Implicador

$\Leftrightarrow \sim p \vee [r \vee (\sim q \vee r)]$ Asociativa

$\Leftrightarrow \sim p \vee [(r \vee \sim q) \vee r]$ Asociativa

$\Leftrightarrow \sim p \vee [(\sim q \vee r) \vee r]$ Conmutativa

$\Leftrightarrow \sim p \vee [\sim q \vee (r \vee r)]$ Asociativa

$\Leftrightarrow \sim p \vee (\sim q \vee r)$ Idempotencia

$\Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q) \vee r$ Asociativa

$\Leftrightarrow \sim(p \wedge q) \vee r$ De Morgan

$\Leftrightarrow (p \wedge q) \to r$

Ejemplo de prueba formal, simplificando el esquema lógico usando leyes y equivalencias para determinar si es tautológico, contradictorio o contingente.

14. $[\sim(\sim p \vee r) \to \sim(q \to \sim r)] \vee (p \to q)$

$[\sim\sim(\sim p \vee r) \vee \sim(\sim q \vee \sim r)] \vee (\sim p \vee q)$	def. implicador
$[(\sim p \vee r) \vee \sim(\sim q \vee \sim r)] \vee (\sim p \vee q)$	doble negación
$[(\sim p \vee r) \vee (\sim\sim q \wedge \sim\sim r)] \vee (\sim p \vee q)$	T. Morgan
$[(\sim p \vee r) \vee (q \wedge r)] \vee (\sim p \vee q)$	doble negación
$[(\sim p \vee r) \vee (r \wedge q)] \vee (\sim p \vee q)$	conmutativa
$\{\sim p \vee [r \vee (r \wedge q)]\} \vee (\sim p \vee q)$	asociativa
$(\sim p \vee r) \vee (\sim p \vee q)$	absorción
$r \vee \sim p \vee (\sim p \vee q)$	conmutativa
$r \vee (\sim p \vee \sim p) \vee q$	asociativa
$r \vee \sim p \vee q$	idempotencia

Respuesta: CONTINGENTE

ACTIVIDADES

Simplificar utilizando los principios lógicos y las equivalencias tautológicas los siguientes esquemas moleculares:

1. $[\sim(p \rightarrow \sim q) \vee \sim q] \wedge \sim q$
2. $[\sim(p \leftrightarrow \sim q) \wedge \sim q] \wedge \sim q$
3. $[(p \leftrightarrow q) \vee \sim q] \vee (p \wedge q)$
4. $[\sim(\sim p \rightarrow r) \rightarrow \sim(q \rightarrow \sim r)] \vee (p \wedge q)$
5. $\sim[\sim(\sim q \rightarrow r) \wedge \sim(r \rightarrow \sim p)] \vee (p \wedge q)$
6. $\sim[(\sim p \wedge r) \vee \sim(q \rightarrow \sim r)] \rightarrow (p \wedge q)$
7. $\sim[\sim(\sim p \rightarrow r) \rightarrow \sim(q \vee \sim r)] \rightarrow (p \wedge q)$
8. $\sim\{\sim[\sim(\sim q \wedge p) \rightarrow (p \vee r)] \rightarrow \sim q\} \rightarrow (p \wedge r)$
9. $\sim\{\sim[\sim(\sim p \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow r)] \wedge \sim q\} \wedge (p \wedge r)$
10. $\sim\{\sim[\sim(\sim r \wedge p) \rightarrow (q \vee r)] \vee \sim q\} \vee (p \vee r)$
11. $[\sim(p \rightarrow \sim q) \vee \sim q] \rightarrow \sim q$
12. $[\sim(r \rightarrow \sim q) \vee \sim q] \wedge \sim p$
13. $[(p \leftrightarrow q) \vee \sim p] \vee (p \rightarrow q)$
14. $[\sim(\sim p \vee r) \rightarrow \sim(q \rightarrow \sim r)] \vee (p \rightarrow q)$
15. $\sim[\sim(\sim p \leftrightarrow r) \wedge \sim(r \rightarrow \sim p)]$
16. $\sim[\sim(\sim p \rightarrow r) \rightarrow \sim(q \rightarrow \sim r)] \rightarrow (p \wedge q)$
17. $\sim[\sim(\sim p \wedge r) \rightarrow \sim(q \wedge \sim r)] \rightarrow (p \wedge q)$
18. $\sim\{\sim[\sim(\sim q \leftrightarrow p) \rightarrow (p \vee q)] \rightarrow \sim q\}$
19. $\sim\{\sim[\sim(\sim p \rightarrow p) \rightarrow (p \wedge r)] \wedge \sim p\} \wedge (p \rightarrow r)$
20. $\sim\{\sim[\sim(\sim r \leftrightarrow p) \rightarrow (p \vee r)] \vee \sim p\} \vee (p \vee r)$
21. $[\sim(\sim p \rightarrow r) \wedge \sim(q \rightarrow \sim r)] \rightarrow (p \wedge q)$
22. $[\sim(\sim p \vee r) \rightarrow \sim(q \wedge \sim r)] \rightarrow (p \wedge q)$
23. $\sim[\sim(\sim q \leftrightarrow p) \rightarrow (p \vee q)]$
24. $\sim\{\sim[\sim(\sim p \wedge p) \wedge (p \wedge r)] \vee \sim p\} \wedge (p \rightarrow r)$
25. $\sim\{\sim[\sim(\sim p \leftrightarrow r) \rightarrow (p \vee r)] \vee \sim r\} \vee (p \vee r)$

26. Demostrar utilizando leyes y equivalencias que el argumento “No es verdad que Portugal celebra el descubrimiento y la conquista de Brasil”, equivale a “Si Portugal celebra la conquista entonces no celebra el descubrimiento de Brasil”.

27. Demostrar utilizando leyes y equivalencias que el argumento “El Perú es democrático pero no hay elecciones, excepto que, el Perú no es democrático y hay elecciones”, equivale a “Es falso que el Perú es democrático si y solo si hay elecciones”.

28. Demostrar utilizando leyes y equivalencias que el argumento “Es falso que hable alemán a menos que hable francés”, equivale a “Es falso que si no hablo alemán, hablo francés”.

29. Demostrar utilizando leyes y equivalencias que el argumento “No es cierto que no haya recesión a menos que haya progreso, equivale a “No hay progreso sin embargo hay recesión”.

30. Demostrar utilizando leyes y equivalencias que el argumento “Los obreros trabajan pero no son millonarios”, equivale a “No es cierto que los obreros no trabajan salvo que sean millonarios”.

31. Demostrar utilizando leyes y equivalencias que el argumento “Rosa canta pero no llora, excepto que, no cante pero llore”, equivale a “Es mentira que Rosa canta siempre que llora”.

32. Demostrar la validez del siguiente argumento utilizando leyes y equivalencias: “Como es hora de clases, se concluye que en el aula hay profesores y alumnos, dado que, si es hora de clases, en el aula hay profesores, y hay alumnos si en el aula hay profesores”.

33. Demostrar la validez del siguiente argumento utilizando leyes y equivalencias:

“Si Juan participa en un comité electoral de la Universidad entonces los estudiantes se enojaran con el, y si no participa en un comité electoral de la Universidad entonces las autoridades universitarias se enojaran con el. Pero Juan participara en un comité electoral de la universidad o no participara. Por lo tanto, los estudiantes o las autoridades universitarias se enojaran con el”.

34. Demostrar la validez del siguiente argumento utilizando leyes y equivalencias:

“Si Anita decía la verdad, entonces Sócrates corrompía a la juventud y si el tribunal lo condeno equivocadamente, entonces Anita no es culpable. Pero, Sócrates no corrompía a la juventud o Anita es la culpable. Por lo tanto, Anita no decía la verdad o el tribunal no condeno a Sócrates equivocadamente”.

35. Sean p y q dos proposiciones cualesquiera. Se define el conectivo “*” en la forma siguiente:

$$p * q \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

Expresar solo en términos del conectivo “*” cada una de las siguientes proposiciones:

a) $\sim p \vee q$
b) $p \leftrightarrow q$
c) Simplificar $[(p*q)*q] * [(p*p)*\sim q]$
d) Simplificar $[(q*q)*q] * [(p*q)*\sim q]$
e) Simplificar $[(q*q)*p] * [(q*p)*\sim q]$

36. Marque la opción que resulte al simplificar usando los principios lógicos y equivalencias tautológicas del siguiente esquema molecular:

$\{(A \rightarrow B) \wedge C \wedge [C \rightarrow (D \wedge \sim B)]\} \rightarrow \sim A$

a) $B \vee \sim C \vee \sim D$ b) T c) $\sim C \vee \sim D$ d) $B \vee T$ e) $\sim A$

37. Marque la opción equivalente del siguiente argumento: “Los alumnos juegan pero no bailan, excepto que, no jueguen pero bailen”

a) $p \vee \sim q$ b) $p \wedge q$ c) $\sim p \rightarrow q$ d) $\sim(p \leftrightarrow q)$ e) p

38. Marque la opción que resulte al simplificar usando los principios lógicos y equivalencias tautológicas del siguiente esquema molecular: $[p \leftrightarrow (q \vee \sim r)] \rightarrow [q \rightarrow (r \vee p)]$

a) $p \vee \sim q \vee \sim r$ b) p c) $\sim r \vee \sim q$ d) T e) $\sim r$

39. Marque la opción que resulte al simplificar usando los principios lógicos y equivalencias tautológicas del siguiente esquema molecular:

{[p ∨ (q ∧ r)] ∧ ~(~s ∧ ~r)} → (~q → s)

a) ~p ∨ q ∨ ~r ∨ s b) p ∧ s c) ~r ∨ ~q d) T e) ~r ∨ p

Ejercicios para la habilidad mental

40. Dado: p # q = {[(p → q) → p] ∨ q} ∧ p. Entonces al evaluar: **[(~p ∧ r) # q] # (p ↔ q),** se obtiene:

41. Si:

A©B = ¬B→ (¬A ∨A)

A⌂B = [B ∧ (¬A→ B)] → (¬A→ B)

A҉ B = { [(A ∨ A) →¬B] → (¬B→ A) } ∧ [B ∧ (¬B→ A)]

Hallar: { [(p҉ q) ⌂ (p © q)]҉ (p ⌂ q) } © (p҉q)

42. Si: A💣B ≡ (A v ˜B) y A☹B≡ (˜A→˜B)

Calcular: {[(p💣q) 💣 (p☹q)] ☹p}

43. Dado: p # q ≡ {[(p → q) → p] ∨ q} ∧ p (# es un conector desconocido, que usted debe hallar)

Al tabular el siguiente esquema: [(~p ∧ r) # q] # (p ↔ q) . Se obtienen los siguientes valores de verdad:

Tema N° 11: DEDUCCIÓN NATURAL

Se presenta como reglas para construir derivaciones, deducciones o pruebas formales. De acuerdo al método de la deducción natural, para evaluar una inferencia, es decir, para mostrar que la conclusión de una inferencia se sigue lógicamente de las premisas, es preciso indicar las reglas de inferencia validas elementales que conducen de las premisas a la conclusión. Estas reglas de inferencia se estudian a continuación.

Reglas de Inferencia.

1) **Modus Ponens (MP).** Indica que si se afirma el antecedente de una premisa condicional se concluye en la afirmación del consecuente.

Ejemplo:

Premisa 1. Si él está en el partido de futbol, entonces está en el estadio.
Premisa 2. El está en el partido de futbol.
Conclusión. El está en el estadio.

Simbólicamente sea:

p: Él está en el partido de futbol.
q: Él está en el estadio.

Entonces:

Premisa 1. $p \rightarrow q$
Premisa 2. p
$\therefore q$

2) **Modus Tollens (MT).** Indica que si se niega el consecuente de una premisa condicional, se concluye en la negación del antecedente.

Ejemplo:

Premisa 1. Si tiene luz propia, entonces el astro es una estrella.
Premisa 2. El astro no es una estrella.
Conclusión. No tiene luz propia.

Simbólicamente sea:

p: Tiene luz propia.
q: El astro es una estrella.

Entonces:

Premisa 1. $p \rightarrow q$
Premisa 2. $\sim q$
$\therefore \sim p$

3) **Adjunción, conjunción o producto (A).** Esta regla permite pasar de dos premisas a la conclusión.

Ejemplo:

Premisa 1. Juan es ganadero.
Premisa 2. Rosa es costurera.
Conclusión. Juan es ganadero y Rosa es costurera.

Simbólicamente sea:

p: Juan es ganadero.
q: Rosa es costurera.

Entonces:

Premisa 1. p
Premisa 2. q
$\therefore p \wedge q$

4) **Simplificación (S).** Indica que de una premisa conjuntiva se puede concluir en cualquiera de sus componentes.
Ejemplo:
Premisa 1. Juan es ganadero y Rosa es costurera.
Conclusión 1. Juan es ganadero
Conclusión 2. Rosa es costurera
Simbólicamente sea:
p: Juan es ganadero.
q: Rosa es costurera.
Entonces:
Premisa 1. $\underline{p \wedge q}$
Conclus 1. $\therefore p$

Premisa 1. $\underline{p \wedge q}$
Conclus 2. $\therefore q$

5) **Silogismo Disyuntivo (SD).** Indica que negando un miembro cualquiera de una disyunción se concluye afirmando el otro miembro.
Ejemplo:
Premisa 1. Juan es ganadero o Rosa es costurera.
Premisa 2. Juan no es ganadero.
Conclusión. Rosa es costurera.
Simbólicamente sea:
p: Juan es ganadero.
q: Rosa es costurera.
Entonces:
Premisa 1. $p \vee q$
Premisa 2. $\underline{\sim p}$
$\therefore q$

6) **Adición (LA).** Expresa el hecho de que si se tiene una proposición verdadera, se concluye con la disyunción de esta proposición y otra cualquiera.
Ejemplo:
Sean las proposiciones:
p: Este libro es azul
q: Este libro es rojo

Premisa 1. Este libro es azul.
Conclusión. Este libro es azul o este libro es rojo.
Entonces:
Premisa 1. $\underline{p}$
$\therefore p \vee q$

7) **Ley del Silogismo Hipotetico (HS).** Indica que la condicional es transitiva.
Ejemplo:

Premisa 1. Si el agua se hiela, entonces sus moléculas forman cristales
Premisa 2. Si las moléculas forman cristales, entonces el agua aumenta de volumen.
Conclusión. Si el agua se hiela, entonces aumenta de volumen.

Simbólicamente sea:
p: El agua se hiela.
q: Sus moléculas forman cristales
r: El agua aumenta de volumen
Entonces:
Premisa 1. $p \rightarrow q$
Premisa 2. $\underline{q \rightarrow r}$
$\therefore p \rightarrow r$

8) **Ley del Dilema Constructivo (DC).** Empieza con una disyunción y dos condicionales.

Ejemplo:

Premisa 1.	Llueve o el campo está seco.
Premisa 2.	Si llueve, entonces jugaremos adentro.
Premisa 3.	Si el campo está seco, entonces jugaremos baloncesto.
Conclusión:	Jugaremos adentro o jugaremos baloncesto.

Simbólicamente sea:

p: Llueve.
q: El campo está seco
r: Jugaremos adentro
s: Jugaremos baloncesto

Entonces:

Premisa 1. $p \vee q$
Premisa 2. $p \rightarrow r$
Premisa 3. $\underline{q \rightarrow s}$
$\therefore r \vee s$

Métodos de deducción natural.

1) Prueba Directa (PD).

Sea la siguiente inferencia en su forma lógica:

1. Si hay abundancia de peces, entonces habrá abundante harina de pescado
2. Si hay abundante harina de pescado, entonces se incrementa la exportación.
3. 3. La exportación no se incrementa.
4. Hay abundancia de peces o será preciso recurrir a otras actividades

---

Luego, será preciso recurrir a otras actividades

Determinamos las variables proposicionales:

p: Hay abundancia de peces
q: Hay abundancia de harina de pescado.
r: Se incrementa la exportación.
s: Sera preciso recurrir a otras actividades

Simbólicamente se expresa así:

1. $p \rightarrow q$
2. $q \rightarrow r$
3. $\sim r$
4. $p \vee s \;/\; \therefore s$

Efectuamos las derivaciones:

5. $p \rightarrow r$ HS 1,2
6. $\sim p$ MT 5,3
7. s SD 4,6

Habiéndose obtenido la conclusión, puede afirmarse que la inferencia original es válida.

2) Prueba Condicional (PC).

Este método se aplica en los casos en que una inferencia tenga conclusión condicional o implicativa. Siendo la conclusión una formula condicional necesariamente tendrá antecedente y consecuente. Para saber si una conclusión de este tipo se deriva de las premisas dadas se agrega el antecedente de la conclusión a las premisas, y, luego, aplicando a este nuevo conjunto de premisas las reglas o leyes lógicas, se realizan las derivaciones.

Procedimiento:

1. Se toma primeramente su antecedente y se introduce como una nueva premisa (PA: premisa adicional).
2. Se efectúan las derivaciones hasta hallar el consecuente de la conclusión.
3. Se une implicativamente la premisa adicional con el ultimo paso logrado volviendo la demostración hacia la izquierda, a la posición original.

Ejemplo: Sea la forma inferencial siguiente:
1. $s \rightarrow r$
2. $s \vee p$
3. $p \rightarrow q$
4. $r \rightarrow t$ / $\therefore \sim q \rightarrow t$

Introducimos la premisa adicional:
5. $\sim q$ (antecedente de la conclusión)
Efectuamos las derivaciones:
6. $\sim p$ MT 3,5
7. s SD 2,6
8. r MP 1,7
9. t MP 4,8
Se unen implicativamente la premisa adicional con el ultimo paso logrado:
10. $\sim q \rightarrow t$ PC 5,9

3) Prueba por la reducción al absurdo (PRA).

Resulta de la fusión de la regla de la prueba condicional y de la nocion de contradicción. Consiste en introducir como premisa adicional la negación de la conclusión para llegar a encontrar una contradicción en las premisas.Es decir, se supone la falsedad del consecuente para llegar a la falsedad del antecedente, mostrando de esta manera que la conclusión se halla implicada en las premisas (demostración indirecta).

Procedimiento.
1. Se niega la conclusión y se introduce como una nueva premisa (premisa adicional).
2. Se efectúan las derivaciones hasta encontrar una contradicción.
3. Se une en forma condicional o implicativa la premisa adicional con la contradicción hallada, a través de la regla de la prueba condicional (PC), volviendo la demostración a la posición original.
4. Se establece la conclusión deseada como una inferencia lógicamente deducida de las premisas originales, aplicando la regla de la prueba por la reducción al absurdo (PRA):
$[p \rightarrow (q \wedge \sim q)] \rightarrow \sim p$

Ejemplo: Sea la forma inferencial siguiente:
1. $\sim(p \wedge q)$
2. $\sim r \rightarrow q$
3. $\sim p \rightarrow r$ / $\therefore r$

Se introduce la premisa adicional:
4. $\sim r$ (premisa adicional = negación de la conclusión)
Efectuamos las derivaciones:
5. p MT 3,4
6. q MP 2,4
7. $\sim p \vee \sim q$ De Morgan 1
8. $\sim p$ SD 7,6
9. $p \wedge \sim p$ A 5,8 (contradicción)
Se aplica la regla de la PC:
10. $\sim r \rightarrow (p \wedge \sim p)$ PC 4,9
Se aplica la regla de la PRA:
11. r PRA 10

ACTIVIDADES: I. Aplique las implicaciones notables y obtenga la conclusión de cada una de los siguientes argumentos:

1. Si los eucaliptos no crecen, entonces necesitan a más agua o necesitan mejor abono. Los eucaliptos no crecen. Luego….
2. Si es imposible que la matemática sea ambigua y difícil de comprender, entonces la matemática no es una ciencia exacta. Es imposible que la matemática sea ambigua y difícil de comprender. Luego….
3. La teoría de la relatividad no es absoluta. Si la materia no es eterna y Dios existe, entonces la teoría de la relatividad es absoluta. Luego…
4. Si Juan asiste a clases y cumple con sus tareas, entonces obtendrá buenas notas si aprueba el año académico. No es el caso que si aprueba el año académico entonces obtenga buenas notas. Luego…
5. No es posible que las manzanas sean duras y las naranjas sean ácidas, o las uvas sean verdes, Las manzanas son duras y las naranjas son ácidas. Luego,…
6. El vendedor de helados obtiene buenas ganancias, y no es el caso que los helados sean caros o no se vendan en la playa. Luego…
7. Si Copérnico decía la verdad entonces los planetas giran alrededor del sol, y si la hipótesis de Tolomeo fue errónea entonces la Tierra no es plana. Copérnico decía la verdad o la hipótesis de Tolomeo fue errónea. Luego…
8. Si los astronautas viajan a Marte, entonces llevarán víveres y oxígeno, y si los astronautas viajan a explorar el espacio o a traer muestras de la Luna, entonces llevarán instrumentos especiales. Pero, los astronautas viajan a Marte, o viajan a explorar el espacio o a traer muestras de la Luna. Por lo tanto,…

II. Realizar las siguientes demostraciones utilizando las leyes reglas de inferencia:

1.1.
1. $p \rightarrow q$
2. $\sim q$
3. $\sim p \rightarrow r$ / $\therefore \sim(\sim r)$

1.2.
1. $\sim A \rightarrow \sim B$
2. B / $\therefore A$

1.3
1. $G \rightarrow H$
2. $\sim G \rightarrow \sim(\sim F)$
3. $\sim H$ / $\therefore F$

1.4.
1. $x = y \rightarrow x = z$
2. $x = z \rightarrow x = 1$
3. $x = 0 \rightarrow x \neq 1$
4. $x = y$ / $\therefore x \neq 0$

1.5
1. $x = y \rightarrow y = z$
2. $y = z \rightarrow y = w$
3. $y = w \rightarrow y = 1$
4. $y \neq 1$ / $\therefore x = y \rightarrow y = W$

1.6.
1. B
2. $B \rightarrow \sim D$
3. $A \vee D$ / $\therefore A \wedge B$

1.7.
1. $T \rightarrow P \vee Q$
2. $\sim(\sim T)$
3. $\sim Q$ / $\therefore P$

1.8.
1. $\sim P \wedge Q \rightarrow R$
2. $(\sim P \wedge Q) \vee \sim T$
3. $T \wedge \sim S$ / $\therefore (R \vee U) \wedge \sim S$

1.17.
1. $(\sim P \wedge Q) \rightarrow (\sim R \vee \sim S)$
2. $\sim(P \vee \sim Q)$
3. $(T \vee M) \wedge (N \wedge P)$
4. $\sim(R \wedge S) \rightarrow \sim T$ / $\therefore (P \wedge M) \vee (P \wedge \sim Q)$

1.18
1. $\sim P \rightarrow \sim T$
2. $R \rightarrow \sim(P \wedge \sim Q)$
3. $(P \rightarrow Q) \rightarrow \sim P$
4. $R \wedge S$ / $\therefore S \wedge \sim T$

1.19.
1. $(\sim P \vee Q) \vee \sim R$
2. $S \rightarrow P$
3. $\sim T \vee Q$
4. $S \vee T$ / $\therefore R \rightarrow Q$

1.20.
1. $\sim(R \vee S) \vee T$
2. $P \rightarrow \sim T$
3. $\sim P \rightarrow S$ / $\therefore R \rightarrow S$

1.21.
1. $R \rightarrow S$
2. $P \vee R$
3. $P \rightarrow Q$ / $\therefore \sim Q \rightarrow (S \vee R)$

1.22.
1. $(P \wedge Q) \rightarrow (R \vee S)$
2. $\sim R \wedge \sim S$ / $\therefore P \rightarrow \sim Q$

1.23.
1. $P \rightarrow \sim Q$
2. $R \vee \sim S$
3. $S \vee \sim P$
4. $\sim R$ / $\therefore P \rightarrow (\sim Q \wedge \sim S \wedge R)$

1.9. 1. $P \wedge \sim T$ 2. $S \to T$ 3. $S \vee Q$ 4. $(Q \vee P) \to U \,/ \therefore U$	1.24. 1. $P \to Q$ 2. $Q \to \sim R$ 3. $S \vee T$ 4. $R \vee \sim S \,/ \therefore \sim T \to \sim P$
1.10. 1. $x + 2 \neq 5 \vee 2x = 6$ 2. $x + 2 \neq 5 \to x \neq 3$ 3. $2x - 2 = 8 \to 2x \neq 6$ 4. $x + 3 = 8 \wedge 2x - 2 = 8 \,/ \therefore x \neq 3 \vee x = 2$	1.25. 1. $\sim P$ 2. $\sim R \to T$ 3. $S \vee P \,/ \therefore \sim(R \wedge S) \to T$
1.11. 1. $\sim R \to S$ 2. $S \to P \wedge Q$ 3. $R \to T$ 4. $\sim T \,/ \therefore Q$	1.26. 1. $\sim P \vee \sim Q$ 2. $Q \vee \sim S$ 3. $(P \to \sim S) \to \sim T$ 4. $\sim R \vee T \,/ \therefore \sim R$
1.12. 1. $\sim S$ 2. $P \to \sim Q$ 3. $Q \wedge \sim R$ 4. $\sim P \to (\sim S \to \sim M) \,/ \therefore \sim M$	1.27. 1. $R \to \sim Z$ 2. $(T \vee S) \to R$ 3. $Z \vee \sim S$ 4. $\sim T \,/ \therefore \sim(T \vee S)$
1.13 1. $\sim(P \to Q) \vee \sim R$ 2. $Q \vee (\sim Q \wedge \sim P)$ 3. $Q \wedge (\sim Q \vee R)$ 4. $T \,/ \therefore (\sim P \vee S) \wedge T$	1.28. 1. $P \to (Q \to R)$ 2. $P \to (S \to T)$ 3. $P \wedge (Q \vee S)$ 4. $\sim R \,/ \therefore T$
1.14. 1. $x \neq y \to y < x$ 2. $(x > 5 \to y < x) \to y = 5$ 3. $y \neq 5 \vee x = 6$ 4. $x > 5 \to x \neq y \,/ \therefore x = 6 \vee x > 6$	1.29. 1. $(P \to \sim Q) \wedge (Q \to R)$ 2. $R \to P$ 3. $\sim S \to Q \,/ \therefore S$
1.15. 1. $(P \to \sim Q) \to T$ 2. $T \to \sim(Q \to S)$ 3. $\sim Q \vee \sim T$ 4. $\sim(P \wedge Q) \,/ \therefore (\sim P \vee W) \wedge \sim S$	1.30. 1. $(P \to \sim Q) \wedge (R \to S)$ 2. $(\sim Q \to T) \wedge (S \to \sim X)$ 3. $(T \to \sim Y) \wedge (\sim X \to Z)$ 4. $P \wedge R \,/ \therefore \sim Y \wedge Z$
1.16. 1. $(P \wedge Q) \vee \sim[\sim(R \to P)]$ 2. $(\sim P \wedge R) \wedge (Q \vee R)$ 3. $(P \to \sim S) \to \sim[\sim(P \to \sim Q)] \,/ \therefore (S \vee M) \wedge R$	

III. Derive:

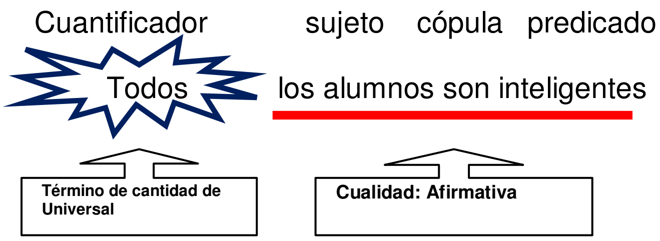
A)1. $p \to (\sim q \to r)$ 2. $\sim(p \to s)$ 3. $\sim s \to \sim r$ // q	D) 1. $(A \wedge B) \to [A \to (D \wedge E)]$ 2. $(A \wedge B) \wedge C$ // $D \vee E$
B) 1. $(r \vee p) \to (s \to r)$ 2. $p \leftrightarrow \sim r$ 3. $t \to p$ // $\sim t \vee \sim s$	E) 1. $S \to T$ 2. $S \vee T$ // T
C)1. $(O \to \sim P) \wedge (\sim Q \to R)$ 2. $(S \to T) \wedge (\sim U \to \sim V)$ 3. $(\sim P \to S) \wedge (R \to \sim U)$ 4. $(T \vee \sim V) \to (W \wedge X)$ 5. $O \vee \sim Q$ // $W \wedge X$	F) 1. $O \to (P \to Q)$ 2. $P \to (Q \to R)$ // $O \to (P \to R)$

TERCERA UNIDAD

Tema N° 12: LÓGICA CUANTIFICACIONAL (LC)

IMPORTANCIA Y PROPIEDADES CATEGÓRICAS TÍPICAS

La lógica cuantificacional, predicativa o de los términos (clases o conjuntos) es aquella que permite hacer un análisis mÁs profundo, refinado y riguroso que la lógica proposicional. La razón básica es que esta lógica permite el análisis de la CANTIDAD y CALIDAD de las proposiciones llamadas CATEGÓRICAS. Ejemplo:



Importancia de la Lógica Cuantificacional

Si bien la lógica proposicional es un instrumento relativamente potente para el análisis de las inferencias tiene también, no obstante sus virtudes, sus limitaciones. Ejemplo:

La siguiente inferencia es intuitivamente válida:

Todos los hombres son mortales. Sócrates es un hombre. Por lo tanto Sócrates es mortal.

Sin embargo si la analizamos a través del lenguaje y los métodos de la lógica proposicional nos daremos cuenta, que ella no sería lógicamente válida.

La LC es llamada también "lógica de las proposiciones analizadas" ya que, a diferencia de la lógica proposicional, no sólo analiza la conexión y/o relación lógico estructural entre las distintas proposiciones sino que también analiza la estructura interna de estas, esto es, cómo los distintos elementos internos de cada proposición están estructurados y/o conectados entre sí a la vez que interproposicionalmente.

Presentación del lenguaje de LC

1. Símbolos primitivos

Variables proposicionales: p, q, r, s, ...

Conectivas u operadores: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$

Símbolos auxiliares: ( ), [ ], I I

Variables individuales: a, b, c, d, …

Constantes individuales: x, y, z, …

Símbolos predicativos: F, G, H, …

Cuantificadores: ($\forall$), ($\exists$)

2. Reglas de Formación

Todo símbolo proposicional es una FBP.

Todo predicado seguido de una variable individual o una constante individual es una FBF

Si A es una FBF, entonces $\neg$A también lo es.

Si A y B son FBF, entonces:

A $\wedge$ B ; A $\vee$ B; A $\rightarrow$ B ; A $\leftrightarrow$ B. También son FBF

Las constantes individuales, por otro lado, tiene por función representar a cualquier variable individual, no en el sentido de metavariable sino en el sentido genérico de que ese lugar debe ser ocupado por algún sujeto u objeto aunque no sabemos exactamente cuál en particular. En ese sentido es similar a la función que cumplen las variables x, y, z, en el algebra o a, b, c, en la aritmética, las cuales indican que representan un número si bien, por si mismas, no nos dicen que número es.

Por ejemplo:

Algunos pájaros = Algunos x que son pájaros.

Algunos solteros o casados = Algunos x que son solteros o algunos y que son casados.

Todos los cocodrilos = Todos los x que son cocodrilos.

Los símbolos predicativos representan, por otro lado, no a los objetos (individuos) que poseen tales o cuales propiedades sino a dichas propiedades. Se representan con las letras mayúsculas del alfabeto, de la A hasta la Z, pudiéndose utilizar, en caso de necesitarse mayores símbolos predicativos, símbolos con subíndices.

Proceso genérico de formalización de enunciados en LC

Formalización de términos predicativos

Se realiza a través de las letras mayúsculas del alfabeto. Por ejemplo, los predicados 'mortal', 'inmortal', 'envenenado' se suelen representar por las letras mayúsculas 'M', 'I' y 'E' respectivamente.

Formalización de enunciados con variables individuales y términos predicativos. Ejemplos:

Asignando un término predicativo:

Pepe es mortal : Formalización: Mp

p M

Casos:

Primer caso

Mario es gordo y Jesualdo es delgado. : Formalización: Gm ∧ Dj

Segundo caso

Miriam y Javier son primos : Formalizando: Pmj ∧ Pjm

m j P

Si se tendría como ejemplo:

'Miriam es prima de Javier', en este caso la formalización hubiese sido: Pmj.

Formalización de cuantificadores

Todos los enunciados formalizados en LC, para el análisis de validez, deberán incluir cuantificadores, estos, como sabemos, pueden ser el universal (∀) que se lee "para todo(s)" y el particular (∃) que se lee "existe algún(os)".Ejemplos:

Todos los x son sapos.

Formalizando el término cuantificacional tendríamos:

(∀ x) x es sapo

A su vez, si asumimos que 'sapo' es un término predicativo, tendríamos el siguiente esquema:

(∃x) Sx : Que se lee 'Para todo x, x es sapo'

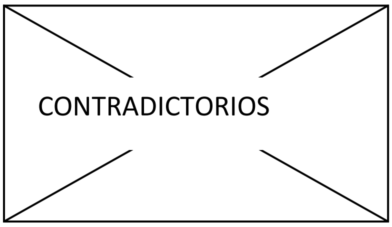
Los cuatro esquemas proposicionales básicos

El Universal Afirmativo Su forma es: 'Todos los x son ϕ' Donde: 'ϕ' representa cualquier predicado posible. 'x' cualquier objeto del cual se predica. Formalizando tenemos: $(\forall x)\ \phi x$ Que se lee: 'Para todo x, x es fi'	**El Universal Negativo** Su forma es: 'Ningún x es ϕ' Donde: 'ϕ' representa cualquier predicado posible. 'x' cualquier objeto del cual se predica. Formalizando tenemos: $(\forall x)\ \neg\phi x$ Que se lee: 'Para todo x, x no es ϕ'
El Particular Afirmativo Su forma es: 'Algunos x que son ϕ' Donde: 'ϕ' representa cualquier predicado posible. 'x' cualquier objeto del cual se predica. Formalizando tenemos: $(\exists x)\ \phi x$ Que se lee: 'Existe(n) algún(os) x que son ϕ'	**El Particular Negativo** Su forma es: 'Algunos x no son ϕ' Donde: 'ϕ' representa cualquier predicado posible. 'x' cualquier objeto del cual se predica. Formalizando tenemos: $(\exists x)\ \neg\phi x$ Que se lee: 'Existe(n) algún(os) x que no son ϕ'

El cuadro básico de oposición

El cuadro de oposición es un instrumento que nos permite establecer de manera automática una serie de relaciones lógicas interproposicionales para proposiciones categóricas.

Subalternante **$(\forall x)\ \phi x$** ***Contrarios*** **$(\forall x)\ \neg\phi x$** ***Subalternante***



Subalterna **$(\exists x)\ \phi x$** ***Sub contrarios*** **$(\exists x)\ \neg\phi x$** ***Subalterna***

Expliquemos el cuadro. Supongamos que tenemos el enunciado 'Todos los x son mortales', que simbolizamos como $(\forall x)Mx$, el enunciado lógicamente contrario es 'Ningún x es mortal', que simbolizamos como $(\forall x)\neg Mx$. En ese sentido, generalizando, podemos concluir que un enunciado universal afirmativo cualquiera es contrario a un enunciado universal negativo cualquiera siempre y cuando ambos se refieran al mismo objeto y tengan el mismo predicado (si bien uno afirmativo y el otro negativo).

Por otro lado, como un enunciado universal engloba o abarca un enunciado particular, entonces los enunciados particulares, tanto positivos como negativos, son subordinados o **subalternos** a los enunciados universales respectivos los cuales son así los subordinantes o **subalternantes**.

Finalmente, si nosotros sostenemos un enunciado de la forma 'Todos los x son ϕ' estamos diciendo que todos los individuos u objetos de una clase determinada poseen la característica ϕ, por lo tanto basta que un individuo de la clase x no posea la característica ϕ, para contradecir a lo mentado por el primer enunciado. Así, si decimos que todos los x son negros y luego aparece aunque sea un x que no es negro, ese solo hecho basta para contradecir nuestro primer enunciado.

Proposiciones Categóricas

Las proposiciones categóricas son afirmaciones (o negaciones) sobre clases o grupos de objetos, del tipo "todos son..." o "algunos son..." o "ninguno es …", son enunciados atómicos o simples: expresan un solo juicio y están referidos a la cantidad y la calidad.
Según la cantidad pueden ser: Universales o Particulares.
Según la calidad pueden ser: Afirmativas o Negativas.

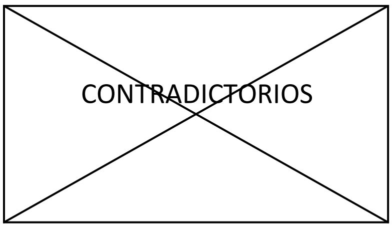
Formalización de Universal Afirmativa (UA)
La forma: 'Todos los S son P' se formaliza: $(\forall x)\ (Sx \rightarrow Px)$
La lectura es: 'Para todo x, si x es 'S' entonces x es 'P'.
Donde: 'S' = cualquier clase, 'P' = cualquier predicado posible sobre 'S' , 'x' = cualquier individuo perteneciente a la clase o conjunto 'S' pues no se especifica en concreto.
Ejemplo:
'Todos los empleados trabajan', al ser formalizado tendrá la siguiente estructura: $(\forall x)\ (Ex \rightarrow Tx)$
La lectura es: 'Para todo x, si x es 'Empleado', entonces x 'Trabaja'.
Donde: 'E' = empleados y 'T' = trabajan

Formalización de Universal Negativa (UN)
La forma 'Ningún S es P' se formaliza: $(\forall x)\ (Sx \rightarrow \neg Px)$
La lectura es: 'Para todo x, si x es 'S' entonces x no es 'P',
Donde: 'S' = cualquier clase, 'P' = cualquier predicado posible sobre 'S' , 'x' = cualquier individuo perteneciente a la clase o conjunto 'S' pues no se especifica en concreto.
Ejemplo: 'Ningún hombre es mortal' al ser formalizado tendrá la siguiente estructura: $(\forall x)\ (Hx \rightarrow \neg Mx)$
La lectura es: 'Para todo x, si x es 'Hombre', entonces x 'no es Mortal'.
Donde: 'H' = hombre, y 'M' = mortal.

Formalización de Particular Afirmativa (PA)
La forma 'Algunos S son P' se formaliza: $(\exists x)\ (Sx \wedge Px)$
La lectura es: 'Existe algún x, tal que x es 'S' y 'P'
Donde: 'S' = cualquier clase, 'P' = cualquier predicado posible sobre 'S', 'x' = cualquier individuo perteneciente a la clase o conjunto 'S' pues no se especifica en concreto.
Ejemplo: 'Algunos hombres son mortales' al ser formalizado tendrá la siguiente estructura: $(\exists x)\ (Hx \wedge Mx)$
La lectura es: 'Existe algún x, tal que x es 'Hombre' y 'Mortales'. Donde: 'H' = hombre, y 'M' = mortal.

Formalización de Particular Negativa (PN)
El enunciado 'Algunos S no son P' se formaliza: $(\exists x)\ (Sx \wedge \neg Px)$
La lectura es: 'Existe algún x, tal que x es 'S' y no es 'P'.
Donde: 'S' = cualquier clase, 'P' = cualquier predicado posible sobre 'S', 'x' = cualquier individuo perteneciente a la clase o conjunto 'S' pues no se especifica en concreto.
Ejemplo:
'Algunos hombres no son mortales' al ser formalizado tendrá esta estructura: $(\exists x)\ (Hx \wedge \neg Mx)$
La lectura es: 'Existe algún x, tal que x es 'Hombre' y no es 'Mortal'.Donde:'H'= hombre,y 'M'= mortal.

Subalternante $(\forall x)\ (Sx \rightarrow Px)$ Contrarios $(\forall x)\ (Sx \rightarrow \neg Px)$Subalternate



Subalterna $(\exists x)\ (Sx \wedge Px)$ Sub contrarios $(\exists x)\ (Sx \wedge \neg Px)$ Subalterna

ACTIVIDADES

A. Formalice los siguientes enunciados (no use cuantificadores)

1. Juan juega.
2. Maria trabaja.
3. Pepe es abogado y Melchor es ingeniero.
4. Si Bernardo trabaja, Jose estudia. Pero si Bernardo no trabaja, entonces Jose tendrá que hacerlo.
5. Ganare la Tinka sólo en el caso que acierte los seis números.

B. Formalice los siguientes enunciados (use cuantificadores)

1. Algunos x son abogados.
2. Todos los x son estudiantes y empleados.
3. Algunos x son profesionales.
4. Algunos x trabajan y otros estudian.
5. Ningún x es militar ..

C. Determine el enunciado que cumple con la relación lógica que se le pide

1. El subalterno de: 'Ningún x trabaja'.
2. El contrario de: 'Todos los x son futbolistas'.
3. El contradictorio de: 'Algunos x no son grises'.
4. El sub contrario del contradictorio del contrario de: 'Todos los x son hombres.'
5. El subalternante del contradictorio del contrario de: 'Ningún x está vivo.

D. Formalice los siguientes enunciados.

1. Algunos administradores no trabajan en empresas.
2. No todos los mamíferos tienen pelos.
3. Las aves provienen de los dinosaurios
4. Algunos psicólogos tienen enfermedades psicológicas.
5. Hay abogados que no conocen todas las leyes.
6. Algunos estudiantes no tienen idea de lo que es su profesión.
7. Muchos ingenieros trabajan en otras profesiones.
8. Hay médicos que no curan enfermedades.

E. Determine el enunciado que cumple con la relación:

9. El contrario de: $(\forall x)\ (Hx \to Rx)$
10. El contradictorio de: $(\forall x)\ (Hx \to \neg Rx)$
11. El contradictorio del contrario del contradictorio de: $(\exists x)\ (Ix \wedge \neg Hx)$
12. La subalterna de la contraria de la contradictoria de: $(\exists x)\ (Sx \wedge Mx)$
13. La contraria de la subalternante de la sub contraria de: $(\exists x)\ (Sx \wedge \neg Mx)$

Tema N° 13: PROPIEDADES LÓGICAS DE LOS CUANTIFICADORES

Reglas de intercambio de cuantificadores

Las reglas de intercambio de cuantificadores son relaciones lógicas de *equivalencia* que permiten reemplazar un cuantificador universal por otro particular y viceversa. A continuación pasaremos a explicar las cuatro reglas básicas de intercambio de cuantificadores.

Primera regla

Supongamos que tenemos el siguiente enunciado: 'Todos los x son abogados'.

Este enunciado nos dice que una propiedad distintiva de *todos* los individuos x es ser abogados. Por lo tanto es equivalente al enunciado: 'No existe algún x que no sea abogado'.

Formalizando tenemos el siguiente esquema para el caso del primer enunciado: $(\forall x)\ Ax$. Y el siguiente esquema para el segundo enunciado: $\neg(\exists x)\ \neg Ax$. Por lo que podemos formular la siguiente equivalencia lógica:

$(\forall x)\ Ax \leftrightarrow \neg(\exists x)\ \neg Ax$

Ahora bien, si sostenemos que ϕ representa cualquier predicado lógicamente posible podemos formular esta primera regla de manera general del siguiente modo:

$(\forall x)\ \phi x \leftrightarrow \neg(\exists x)\ \neg\phi x$

Segunda regla

Supongamos que tenemos el siguiente enunciado: 'Ningún x es abogado'

Este enunciado nos dice que una propiedad distintiva de *todos* los individuos x es no ser abogados. Por lo tanto es **equivalente** al enunciado: 'No existe algún x que sea abogado'

Formalizando tenemos el siguiente esquema para el caso del primer enunciado: $(\forall x)\ \neg Ax$. Y el siguiente esquema para el segundo enunciado: $\neg(\exists x)\ Ax$. Por lo que podemos formular la siguiente equivalencia lógica:

$(\forall x)\ \neg Ax \leftrightarrow \neg(\exists x)\ Ax$

Ahora bien, si sostenemos que ϕ representa cualquier predicado l6gicamente posible podemos formular esta primera regla de manera general del siguiente modo:

$(\forall x)\ \neg\phi x \leftrightarrow \neg(\exists x)\ \phi x$

Tercera regla

Supongamos que tenemos el siguiente enunciado: 'Algunos x son abogados'

Este enunciado nos dice que una propiedad distintiva de *algunos* de los individuos x es ser abogados. Por lo tanto es **equivalente** al enunciado: 'No todos los x son no abogados' (ya que existen algunos x que sí lo son).

Formalizando tenemos el siguiente esquema para el caso del primer enunciado: $(\exists x)\ Ax$. Y el siguiente esquema para el segundo enunciado: $\neg(\forall x)\ \neg Ax$. Por lo que podemos formular la siguiente equivalencia lógica:

$(\exists x)\ Ax \leftrightarrow \neg(\forall x)\ \neg Ax$

Ahora bien, si sostenemos que ϕ representa cualquier predicado lógicamente posible podemos formular esta primera regla de manera general del siguiente modo:

$(\exists x)\ \phi x \leftrightarrow \neg(\forall x)\ \neg\phi x$

Cuarta regla

Supongamos que tenemos el siguiente enunciado: 'Algunos x no son abogados'

Este enunciado nos dice que una propiedad distintiva de *algunos* de los individuos x es no ser abogados. Por lo tanto es equivalente al enunciado: 'No todos los x son abogados' (ya que existen algunos x que no lo son).

Formalizando tenemos el siguiente esquema para el caso del primer enunciado: (∃x)¬Ax. Y el siguiente esquema para el segundo enunciado: ¬(∀x) Ax. Por lo que podemos formular la siguiente equivalencia lógica:

(∃x)¬Ax ↔ ¬(∀x) Ax

Ahora bien, si sostenemos que ϕ representa cualquier predicado 16gicamente posible podemos formular esta primera regla de manera general del siguiente modo:

(∃x) ¬ϕx ↔ ¬(∀x) ϕx

Estas reglas pueden aplicarse fácilmente a proposiciones del tipo categóricas, por ejemplo, sea la proposición: (∀x) (Sx → Px).

Si consideramos la primera proposición nos dice 'Todos los S son P', entonces es fácil deducir su equivalente: 'No existe algún S que no sea P' Lo cual representamos formalmente del siguiente modo: ¬(∃x) (Sx ∧¬Px).

Alcance de los cuantificadores

El alcance de un cuantificador es el rango del alcance de este, hacia la derecha, para ligar las ocurrencias o apariciones de la variable a que este se refiere. Este alcance esta limitado por los signos de agrupación. Veamos algunos casos:

a) (∀x) (Ex) ∧ (∃y) (Py)

b) (∃x) (Ax ∧ By)

c) (∀x) [Ax → (Bx ∧ Cx)]

En el caso a), el alcance del cuantificador universal es sólo hasta cierre del primer paréntesis, esto es, cuantifica sólo la variable adjunta al termino predicativo 'E'. Por otro lado, el alcance del cuantificador particular abarca sólo a la variable adjunta al termino predicativo 'P'.

En el caso b), el alcance del existencial abarca sólo la variable adjunta al termino predicativo 'A' puesto que la variable adjunta a 'B' no es la variable cuantificada 'x' sino la variable sin cuantificar 'y'.

Casi distinto es el de c), en este esquema todas las ocurrencias de la variable 'x' están abarcadas por el cuantificador universal puesto que el alcance de este va desde el inicio del corchete hasta el final de este.

Esquemas abiertos y cerrados

Un esquema o fórmula se considera abierto sólo si por lo menos una ocurrencia de por lo menos una de sus variables del tipo x, y, z, no está bajo el alcance de un cuantificador (variable libre).

Un esquema o fórmula se considera cerrado sólo si todas las ocurrencias de todas sus variables están bajo el alcance de un cuantificador (variable ligada).

Cierre de esquemas

Para que un esquema en LC o una inferencia formalizada en LC pueda ser analizada en una prueba de validez, se requiere que sea una fórmula cerrada. Ya que sólo si esta delimitada o cuantificada todas las variables del tipo x, y, z podemos saber con exactitud la verdad o falsedad del enunciado, esto es, recién en ese caso es una proposici6n en términos de LC.

En caso de que luego del proceso de una formalización de una inferencia en LC hayan quedado variables del tipo x, y, z, libres se procederá a ligar estas, para cerrar el esquema, por medio de cuantificadores universales. Por otro lado, si estamos frente a un esquema en LC que tiene variables libres se procederá a ligar estas introduciendo cuantificadores universales en las posiciones pertinentes.

Tema N° 14: MÉTODOS DECISORIOS

Reglas lógicas de introducción y eliminación de cuantificadores

Como este tema ya ha sido explicado en detalle en la parte correspondiente a LP aquí sólo nos ocuparemos de algunas reglas adicionales que son necesarias para trabajar en LC así como también a presentar de manera genérica dicho método.

Estas reglas se requieren ya que únicamente las fórmulas cerradas son consideradas *in stricto sensu* proposiciones, por lo que sólo se trabajan con esquemas totalmente cuantificados.

No obstante lo anterior, para poder aplicar las distintas reglas de equivalencia y de implicancia (en general las reglas de inferencias), se requiere que los distintos elementos que componen los esquemas proposicionales se encuentren libres por lo que, durante el proceso operativo, no pueden estar cuantificados. De ahí la necesidad de estas reglas.

Regla de Eliminación del Universal (EU)

Consiste en eliminar el cuantificador universal y reemplazar la variable cuantificada por una variable libre ya sea una constante individual o una variable individual. Por ejemplo:

Sea el esquema el siguiente: $(\forall x)(Hx \rightarrow Px)$

Por la Regla de Eliminación del Universal obtenemos el siguiente esquema no cuantificado: $Hx \rightarrow Px$. También es posible: $Hy \rightarrow Py$, o incluso $Ha \rightarrow Pa$

¿Por que? Porque una proposición con un cuantificador universal nos dice que todos los elementos que constituyen la clase tienen la característica que se predica por lo que puede ser cualquiera de ellos en general (simbolizado por la misma constante 'x' o si queremos por otra constante) o cualquiera de ellos en concreto (simbolizado en este caso por las variables de individuo 'a', también podía haber sido cualquier otra)

Generalizando: $(\forall x)\ \phi x \qquad \therefore \phi\propto$

Donde: 'ϕ' representa cualquier enunciado posible (tanto categórico típico como no), '$\propto$' representa a cualquier individuo, ya sea en general (constante individual) o en concreto (constante individual) y 'x' representa una variable cuantificada.

Regla de Introducción del Universal (IU)

Es la regla inversa a la anterior. En ella iniciamos con un esquema no cuantificado,

por ejemplo; $Hy \rightarrow Py$.

Este esquema es luego cuantificado, pero, así como al descuantificar en el caso anterior se reemplazó una variable cuantificada por otra no cuantificada, igual, en este caso, tenemos que reemplazar la variable no cuantificada por otra cuantificada.

Por la Regla de Introducción del Universal obtenemos el siguiente esquema cuantificado: $(\forall x)\ (Hx \rightarrow Px)$.

No seguimos usando 'y' por cuanto es una variable no cuantificada, por lo que, al cuantificar el esquema es necesario reemplazar también la variable cuantificada por otra. Sin embargo no tiene por qué ser necesariamente 'y' -podría también haber sido 'z', '$\propto$', etc. esto es cualquier constante o variable la que estuviese descuantificada y luego hubiéramos de cuantificar.

Generalizando: $\phi\propto \ \therefore\ (\forall x)\ \phi x$

Donde: 'ϕ' representa cualquier enunciado posible (tanto categórico típico como no), '$\propto$' representa a cualquier individuo, ya sea variable individual o constante individual y 'x' representa '$\propto$' cuantificada.

Regla de Eliminación del Existencial (EE)

El procedimiento es similar al de la eliminación del Universal únicamente con la salvedad que indicaremos mas adelante. Consiste en eliminar el cuantificador existencial y reemplazar la variable cuantificada por una variable libre ya sea una constante individual o una variable individual. Por ejemplo:

Sea el esquema el siguiente: (∃x) (Hx ∧ Px).

Por la Regla de E EI obtenemos el siguiente esquema no cuantificado: Hy ∧ Py.

No seguimos usando 'x' por cuanto es una variable cuantificada, por lo que, al descuantificar el esquema es necesario reemplazar también la variable cuantificada por otra. Sin embargo no tiene porqué ser necesariamente 'y' -podría también haber sido 'z'- sino que hemos decidido usar 'y' ya que 'y' sigue en orden alfabético a 'x'.

Generalizando: (∃x) Φx ∴ Φ ∝

Donde: ' Φ ' representa cualquier enunciado posible (tanto categórico típico como no), '∝' representa a cualquier individuo, ya sea variable individual o constante individual y 'x' representa una variable cuantificada.

Llegados a este punto es necesario indicar la salvedad a la que nos referimos anteriormente. Cuando se aplica la Eliminación del Existencial el objeto de referencia cuantificado debe ser reemplazado por un nombre propio o constante individual esta no tiene que haber sido aun utilizada, para evitar confusiones. De ahí que en caso de tener que aplicar una EU y una EE, se proceda primero con la EE y luego, al aplicar la EU se represente la variable descuantificada de este último por aquella que reemplaza a la del existencial.

Si no se hace esto entonces podemos llegar de premisas como 'hay un animal que es murciélago' y 'hay un animal que es ballena' a concluir que 'hay animales que son simultáneamente murciélagos y ballenas' ¿Por qué? Porque al reemplazar los respectivos existenciales se utilizó la misma variable o constante.

Regla de Introducción del Existencial (IE)

Es la regla inversa a la anterior. En ella iniciamos con un esquema no cuantificado,

por ejemplo; Hy ∧ Py.

Este esquema es luego cuantificado, pero, así como al descuantificar en el caso anterior se reemplazó una variable cuantificada por otra no cuantificada, igual, en este caso, tenemos que reemplazar la variable no cuantificada por otra cuantificada.

Por la Regla de Introducción del Existencial obtenemos el siguiente esquema cuantificado:

(∃x) (Hx ∧ Px).

Al igual que en los casos anteriores, no seguimos usando 'y' por cuanto es una variable no cuantificada, por lo que, al cuantificar el esquema es necesario reemplazar también la variable cuantificada por otra. Sin embargo no tiene por que ser necesariamente 'x' podría también haber sido 'z', 'a', etc. esto es cualquier constante o variable la que estuviese descuantificada y luego hubiéramos de cuantificar.

Generalizando: (∃x) Φx ∴ Φ ∝

Donde: 'Φ' representa cualquier enunciado posible (tanto categórico típico como no), '∝' representa a cualquier individuo, ya sea variable individual o constante individual y 'x' representa '∝' cuantificada.

Se sigue el mismo procedimiento mencionado sólo que se pueden ir "eliminando" las constantes 'x', 'y', 'z' reemplazándola por alguna que ya este presente.

Ejemplo:

(∀x) (∀y) (Axy → ¬Axy)

Podríamos eliminar 'y' quedarnos sólo con 'x' reemplazando 'y' por 'x' al momento de eliminar el cuantificador e indicándolo de la siguiente manera 'x/y'. Este artificio es útil cuando se realizan análisis de validez para proposiciones con predicados de grado dos o superiores.

Método decisorio: Derivaciones

El procedimiento es el mismo que el visto para LP sólo que ahora tenemos las cuatro reglas adicionales acabadas de presentar. En ese sentido, más que dar una explicación teórica de este, lo que haremos será realizar la presentación de algunos casos. En todos ellos procederemos a través de la Prueba Directa, sin embargo también pueden implementarse las pruebas Condicional y por Reducción al Absurdo:

Para inferencias con proposiciones categóricas típicas

Primer análisis de caso

Sea nuestra inferencia a analizar la siguiente:

"Todos los hombres son mortales. Sócrates es hombre. Por lo tanto Sócrates es mortal"

El lector recordará que al inicio de nuestro estudio de LC analizamos esta inferencia bajo LP y vimos que el resultado era que dicha inferencia era lógicamente inválida. También recordara el lector que nosotros sostuvimos que no lo era y que si así aparecía en LP era por la falta de potencia de dicho lenguaje lógico. Pues bien, ha llegado la hora de cumplir con lo ofrecido y demostrar en el lenguaje de LC que esta inferencia sí es válida.

Formalizando tenemos:

1.$(\forall x)$ $(Hx \rightarrow Mx)$

2.Hs $\quad\quad\quad$ / $\therefore$ Ms

Que se lee:

Para todo x, si x es hombre entonces x es mortal. Sócrates es Hombre.

Por lo tanto Sócrates es Mortal.

Aplicando las reglas inferencia que hemos aprendido podemos proceder de la siguiente manera para probar la validez de la siguiente inferencia.

3.$Hs \rightarrow Ms$ $\quad\quad$ De 1 por EU

4.Ms $\quad\quad$ De 2 y 3 por MP

De este modo hemos demostrado que la inferencia es válida ya que de las premisas dadas sí se deriva la conclusión propuesta.

Segundo análisis de caso:

Sea la inferencia a analizar:

Todas las criaturas agresivas son vistas con desconfianza. Todas las víboras son criaturas agresivas. Luego, todas las víboras son vistas con desconfianza.

Formalizando tenemos:

1.$(\forall x)$ $(Cx \rightarrow Vx)$

2.$(\forall x)$ $(Ix \rightarrow Cx)$ /$\therefore$ $(\forall x)$ $(Ix \rightarrow Vx)$

Que se lee:

Para todo x, si x es una criatura agresiva entonces x es vista con desconfianza. Para todo x, si x es una víbora, entonces x es una criatura agresiva. Por lo tanto, para todo x, si x es una víbora, entonces x es vista con desconfianza.

Aplicando las reglas de inferencia que hemos aprendido podemos proceder de la siguiente manera para probar la validez de la inferencia formalizada.

3. $Cx \rightarrow Vx$ $\quad\quad$ De 1 por EU
4. $Ix \rightarrow Cx$ $\quad\quad$ De 2 por EU
5. $Ix \rightarrow Vx$ $\quad\quad$ De 4 y 3 por SH
6. $(\forall x)$ $(Ix \rightarrow Vx)$ $\quad\quad$ De 5 por IU

Al igual que en el caso anterior, de este modo hemos demostrado que la inferencia es válida ya que de las premisas dadas sí se deriva la conclusión propuesta.

Para inferencias asilogísticas

Una inferencia asilogística es un razonamiento en cuya estructura hay proposiciones cuyo esquema no se corresponde con el de las proposiciones categóricas típicas. Sin embargo es necesario hacer la salvedad que nosotros nos ocuparemos únicamente de esquemas básicos, esto es, esquemas que contienen una sola variable de individuo.

El procedimiento visto es universal, esto es, puede aplicarse tanto a proposiciones categóricas como no categóricas. En ese sentido, lo único que cambia es el aspecto formal de las premisas y / o de las conclusiones, mas metodológicamente todo se mantiene igual. Veamos ahora un caso de inferencia con proposiciones no categóricas.

Ejemplo:

Las hostales son baratas pero sucias. Además algunas hostales son sórdidas. Por lo tanto algunas cosas baratas son sórdidas.

Como se trata de un caso de inferencia asilogística iremos explicando nuestro procedimiento de manera mas detallada.

En primer lugar tenemos que **formalizar**:

El primer enunciado (premisa) sostiene que los hostales son a la vez baratas y sucias. En otras palabras ambas propiedades se predican del mismo sujeto de manera general, de ahí que su simbolización sea:

$$(\forall x)\ [Hx \longrightarrow (Bx \wedge Sx)]$$

El segundo enunciado (segunda premisa) sostiene que algunas hostales tienen la propiedad de ser sórdidas. Como no se trata de las hostales en general sino de algunas, procede el cuantificador existencial. Formalizando tenemos:

$$(\exists x)\ (Hx \wedge Ox)$$

Como término predicativo de 'sórdido' no podemos usar 'S' puesto que ya ha sido utilizada en la anterior premisa para representar 'sucio', de ahí que utilicemos 'O'.

Finalmente el tercer enunciado (conclusión) sostiene que algunas cosas baratas son sórdidas. Igual que en caso anterior, estamos frente a un predicado existencial. Formalizando:

$$(\exists x)\ (Bx \wedge Ox)$$

Pasemos ahora a la determinación de la validez de la inferencia ya formalizada:

1. $(\forall x)\ [Hx \rightarrow (Bx \wedge Sx)]$
2. $(\exists x)\ (Hx \wedge Ox)$ $\quad /\therefore\ (\exists x)\ (Bx \wedge Ox)$
3. $Ha \wedge Oa$ $\quad$ De 2 por EE
4. $Ha \rightarrow (Ba \wedge Sa)$ $\quad$ De 1 por EU
5. Ha $\quad$ De 3 por Simplificacion.
6. $Ba \wedge Sa$ $\quad$ De 4 y 5 por MP
7. Ba $\quad$ De 6 por simplificación
8. Oa $\quad$ De 3 por simplificación
9. $Ba \wedge Oa$ $\quad$ De 7 y 8 por conjunción
10. $(\exists x)\ (Bx \wedge Ox)$ $\quad$ De 9 por IE

Con esto hemos demostrado que la conclusión si se deriva de las premisas por lo cual la inferencia es válida.

Resumen de la estrategia demostrativa

En base a lo anterior podemos decir que, de manera extremadamente general, la estrategia a seguir en una prueba de validez para una inferencia en LC es la siguiente:

1º Formalización de la inferencia.

2º Eliminación de los cuantificadores siguiendo las reglas respectivas.

3º Derivación de la conclusión utilizando tanto las Reglas de Implicancia como las Reglas de Equivalencia.

4º Introducción de cuantificadores siguiendo las reglas respectivas.

Prueba directa:

Realizar la prueba formal del siguiente argumento:

"Solamente los bohemios son desordenados. Todos los aventureros y poetas son bohemios. Pero todos los metodistas son ordenados. En consecuencia, ningún metodista es aventurero o poeta."

1. (∀x) (Bx ↔ -Ox)
2. (∀x) [(Ax v Px) → Bx]
3. (∀x) (Mx → Ox) //:. (∀x) [Mx → -(Ax v Px)]
4. Bx ↔ -Ox E.U.(1)
5. (Ax v Px) → Bx E.U. (2)
6. Mx → Ox E.U. (3)
7. (Bx → -Ox) ∧ (-Ox → Bx) Def. del Coimplicador (4)
8. Bx → -Ox Simplificación(7)
9. (Ax v Px) → -Ox Silog. Hipotetico (5 y 8)
10. - -Ox → -(Ax v Px) Transposición (9)
11. Ox → -(Ax v Px) Doble negación (10)
12. Mx → -(Ax v Px) Silog. Hipotético (6 y 11)
13. (∀x) [Mx → -(Ax v Px)] Introducción del Universal (12)

Prueba condicional

Realizar la prueba formal del siguiente argumento:

"Los anópheles y los arácnidos son invertebrados. Todos los invertebrados son insectos. Por lo tanto, los arácnidos y los anópheles son insectos."

1. (∀x) (Fx v Ax) → -Vx]
2. (∀x) (-Vx → Ix) //:. (∀x) (Ax v Fx) → Ix]
3. (Ax v Fx) Premisa adicional
4. (Fx v Ax) → -Vx E.U. (1)
5. -Vx → Ix E.U. (2)
6. Fx v Ax Conmutativa (3)
7. - Vx Modus P. Ponens (4 y 6)
8. Ix Modus P. Ponens (5 y 7)
9. (Ax v Fx) → Ix Prueba Condicional (3 y 8)
10. (∀x) (Ax v Fx) → Ix] Introd. Del Universal (9)

Prueba por Reducción al Absurdo

Realizar la prueba formal del siguiente argumento:

"No todos los alpinistas son intrépidos. Ningún alpinista es fanático del futbol o del beisbol. Luego, algunos no-fanáticos del beisbol no son intrépidos."

1. - (∀x) (Ax → Ix)	
2. (∀x) [(Ax → -(Fx ∨ Bx)] //∴ (∃x)(-Bx ∧ Ix)	
3. - (∃x) (-Bx ∧ -Ix)	Premisa adicional
4. (∃x) -(Ax → Ix)	Intercambio de cuantificador (1)
5. (∀x) - (-Bx ∧ -Ix)	Intercambio de cuantificador (3)
6. Ax → -(Fx v Bx)	Eliminación del universal (2)
7. -(Ax → Ix)	Eliminación del existencial (4)
8. -(-Bx ∧ -Ix)	Eliminación del universal (5)
9. -(-Ax v Ix)	Definic. Del condicional (7)
10. Ax ∧ – Ix	Morgan (9) y dob. Negación
11. Ax	Simplificación (10)
12. -(Fx ∨ Bx)	M. Ponens (6 y 11)
13. – Fx ∧ –Bx	Morgan (12)
14. - -Bx ∨ ––Ix	Morgan (8)
15. Bx ∨ Ix	Doble negación (14)
16. - Bx	Simplificación (13)
17. Ix	Silog. Disyuntivo (15 y 16)
18. - Ix	Simplificación (10)
19. Ix ∧ –Ix	Conjunción (17 y 18)
20. [-(∃x) (- Bx ∧–Ix)] → (Ix ∧ -Ix)	Prueba Condicional(3 y 19)
21. (∃x) (- Bx ∧ –Ix)]	P.R.A (20)

La prueba de invalidez

Consiste de probar que la conclusión propuesta no se deriva de las premisas dadas. Dos son los métodos más comunes: Refutación por analogía y Refutación a través del Cuadro de la Oposición.

1. **Refutación por analogía:** Este método consiste en buscar un razonamiento estructuralmente idéntico al que se desea refutar pero que ponga en evidencia que la estructura lógica subyacente a dicho argumento no es válida. Veamos un ejemplo:

   Tenemos el siguiente razonamiento:

   Todos los demócratas son opositores de los republicanos, algunos delegados son opositores de los republicanos, por lo tanto; algunos delegados son demócratas.

   Un razonamiento análogo pero con una conclusión absurda es el siguiente:

   Todos los leones son carnívoros, algunas aves son carnívoras, por lo tanto; algunas aves son leones.

   De este modo, por analogía lógica, se ha demostrado o probado la invalidez de la inferencia analizada.

2. **Refutación a través del Cuadro de Oposición:** Aquí la refutación está basada en relación lógica. Si podemos demostrar respecto a la conclusión de una inferencia o incluso a un enunciado que un enunciado o inferencia lógicamente contradictoria con el primero es válida, se concluye que el primero no lo es. De ahí que, a manera de hipótesis, se parta del enunciado contradictorio para derivar de ella negación del enunciado primitivo. Veamos un ejemplo:

Sea nuestra conclusión o enunciado primitivo: **Todos los Hombres son inmortales**.

El enunciado lógicamente contradictorio es: **Algunos hombres no son inmortales.**

Se parte de la hipótesis lógicamente contradictoria pero ya formalizada:

1. $(Ha \wedge \neg Ia)$

Ahora se intenta derivar la negación del enunciado original. Veamos:

2.	$(\exists x)\ (Hx \wedge \neg Ix)$	De 1 por IE
3.	$(\exists x)\ \neg(\neg Hx \vee Ix)$	De 2 por TDM
4.	$(\exists x)\ \neg(Hx \rightarrow Ix)$	De 3 por Def. Cond.
5.	$\neg(\forall x)\ (Hx \rightarrow Ix)$	De 4 por Reg. Interc. Cuant.

De este modo hemos probado que de la hipótesis lógicamente contradictoria sí se deriva la negación de la conclusión o enunciado original. Con ello queda demostrada la invalidez del enunciado original.

ACTIVIDADES

A. Construya una prueba de validez para las siguientes inferencias

1. $(\forall x)\ (Ax \rightarrow Bx)$
   $(\forall x)\ (Cx \rightarrow Ax)$ /∴ $(\forall x)\ (Cx \rightarrow Bx)$
2. $(\forall x)\ (\neg Ax \vee Bx)$
   $(\exists x)\ (Fx \wedge Ax)$ / ∴ $(\exists x)\ \neg(\neg Fx \vee \neg Bx)$
3. $(\forall x)\ (\forall y)\ (Mxy \rightarrow \neg Myx)$ / ∴ $(\forall x)\ (\neg M\ xx)$

Para este ejercicio, reemplácese la 'y' por la 'x' al eliminar el Universal.

B. Relice la Prueba condicional para los siguientes argumentos.

1. P1) $(x)\ (Fx \leftrightarrow Gx)$
   P2) $(x)\ (\sim Gx \rightarrow Mx)$ //:. $(x)\ (\sim Mx \rightarrow Fx)$

2. P1) $(x)\ [Hx \rightarrow (Gx \vee Fx)]$
   P2) $(x) \sim (Gx \wedge \sim Fx)$
   P3) $\sim (\exists x)\ (\sim Fx \rightarrow Rx)$ //:. $(x)\ (Hx \rightarrow Fx)$

3. P1) $(x)\ [(Sx \leftrightarrow Px) \wedge Hx]$
   P2) $(\exists x)\ (Mx \vee Gx \vee \sim Hx)$
   P3) $(x) \sim (Fx \rightarrow Gx)$ //:. $(\exists x)\ [(Sx \vee \sim Mx) \rightarrow (Mx \wedge Px)]$

4. P1) $(x)\ [Gx \rightarrow (Hx \vee Fx)]$
   P2) $(\exists x) \sim (\sim Mx \rightarrow \sim Gx)$
   P3) $(x)\ (Fx \rightarrow Px)$ //:. $\sim (\exists x)\ Px \rightarrow (\exists x)\ Hx$

5. P1) $\sim (\exists x) [(Fx \rightarrow Gx) \rightarrow Hx]$
P2) $(x) [\sim Hx \rightarrow (Gx \leftrightarrow Px)]$
P3) $(x) (Mx \rightarrow \sim Px)$ $//:. (x) (Mx \rightarrow \sim Fx)$

C. Realice la Prueba por Reducción al Absurdo para los siguientes argumentos:

1. P1) $(x) (Fx \rightarrow Gx)$
P2) $(x) Fx$ $//:. (x) Gx$

2. P1) $(x) [(Fx \vee Mx) \rightarrow Gx]$
P2) $(\exists x) \sim Gx$ $//:. (\exists x) \sim Mx$

3. P1) $(x) [Hx \rightarrow (Tx \vee Bx)]$
P2) $(\exists x) [Gx \rightarrow (Tx \vee Bx)]$
P3) $\sim (\exists x) (\sim Gx \wedge \sim Hx)$ $// :. (\exists x) (\sim Bx \rightarrow Tx)$

4. P1) $(x) [(Fx \rightarrow Gx) \rightarrow Hx]$
P2) $(x) (\sim Gx \rightarrow (Px \wedge \sim Fx)$ $//:. (x) Hx$

5. P1) $(\exists x) (Fx \leftrightarrow \sim Gx)$
P2) $(x) \sim (\sim Gx \wedge \sim Hx)$
P3) $(x) [\sim Sx \leftrightarrow (\sim Hx \wedge Fx)]$ $//:. (\exists x) (Px \vee Sx)$

6. P1) $(x) [(Fx \vee \sim Gx) \leftrightarrow Px]$
P2) $\sim (x) (Sx \rightarrow Px)$
P3) $(x) [(Sx \wedge Gx) \rightarrow \sim Mx]$
P4) $(x) [\sim Fx \rightarrow (Bx \rightarrow Mx)]$ $//:. (\exists x) (Sx \leftrightarrow \sim Bx)$

D. Formalice las siguientes inferencias y luego efectúe una prueba de validez

1. Todos los hombres son racionales. Ningún delfín es racional. Por tanto, ningún delfín es un hombre.
2. Existen abogados no corruptos. Luego, no todos los abogados son corruptos.
3. Si una primera persona es bisabuela de una segunda, entonces la segunda no puede ser bisabuela de la primera. En consecuencia, ninguna persona es bisabuela de si misma. (Para realizar la prueba de validez reemplácese la 'y' por 'x' al eliminar el cuantificador).
4. Todo miembro de la municipalidad vive dentro de los límites de la ciudad de Lima. El Dr. Barrantes no vive dentro de los límites de la ciudad de Lima. Luego el Dr. Barrantes no es un miembro de la municipalidad.
5. Los vendedores son amables o no tienen éxito. No todos los vendedores carecen de éxito. Por lo tanto, hay vendedores
6. Los felinos y los caninos son graciosos. Los jaguares del zoológico son felinos. Luego, los jaguares del zoológico son graciosos.
7. Ningún Silogismo válido tiene 2 premisas particulares. Algunos silogismos de este libro son válidos. Luego, algunos silogismos de este libro no tienen 2 premisas particulares.
8. Los médicos y abogados son profesionales si han estudiado en la universidad. Los profesionales y los boxeadores son respetados. Luego, los abogados son respetados si han estudiado en la universidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. KATAYAMA OMURA, Roberto Introducción a la Lógica , Editorial Universitaria URP, Lima, 2003

2. TRELLES MONTERO Oscar,ROSALES PAPA, Diogenes, Introducción a la Lógica ,Fondo Editorial ,2000,Pontificia Universidad Católica Del Peru. Código en biblioteca UCCI 160 T79

3. COPY, Irving M Introducción a la Lógica Editorial Eudeba, 1988, Buenos Aires. Código en biblioteca UCCI 160 C77 2009

4. ROSALES PAPA, Diógenes. Introducción a la Lógica. Editorial LABRUSA. PERU. Código en biblioteca UCCI 160 R84

5. REA RAVELLO, Bernardo. Introducción a la Lógica. Editorial MANTARO. 2. Lima – Perú, 2003

6. HAESEN JAEGER, Girber, Conceptos y problemas de la lógica moderna, Editorial Labor-Barcelona, 1998

7. ARRIETA GUTIERREZ, Gabriel. Introducción a la Lógica ,Pearson Educación, México, 2000.

8. FERRRATER MORA, José,LEBLANC ,Hughes,Lógica Matemática, México FCE 1998

9. QUESADA , Daniel, La lógica y su filosofía , introducción a la lógica, Barcanova 1996- Barcelona

10. GARCÍA ZÁRATE, Oscar Augusto, Introducción a la Lógica, Editorial de la UNMSM 2003

11. MIAJA DE LA PEÑA, Concepción, Lógica, Ed. Pax México 2001

RECURSOS EN INTERNET

http://w3.cnice.mec.es/eos/MaterialesEducativos/mem2003/logica/, Aprende lógica

http://www.claudiogutierrez.com/portada.html, Elementos de Lógica

http://www.uv.es/~ivorra/Libros/Logica.pdf, Lógica y teoría de Conjuntos
http://www.fcnym.unlp.edu.ar/catedras/logica/programa.pdf, Lógica

http://librosgratisweb.com/html/kant-inmanuel/logica/index.htm, Lógica