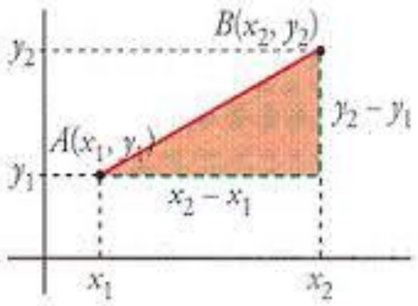
Introducción a la Geometría Analítica

Análisis Vectorial

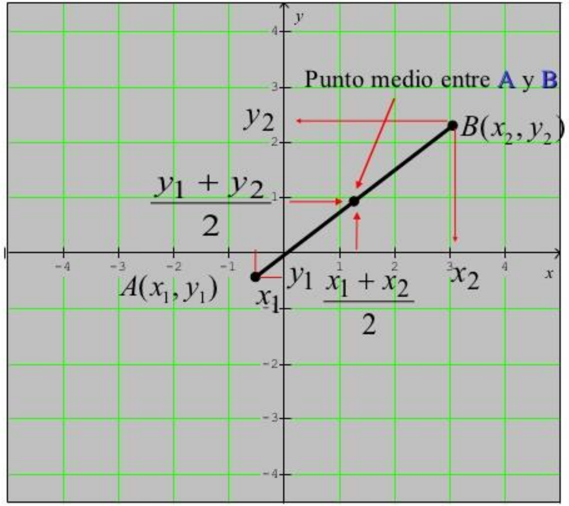
Ing. Abio Alberto Alvarado Maldonado



Propósito

Conocer definiciones elementales de la Geometría Analítica.

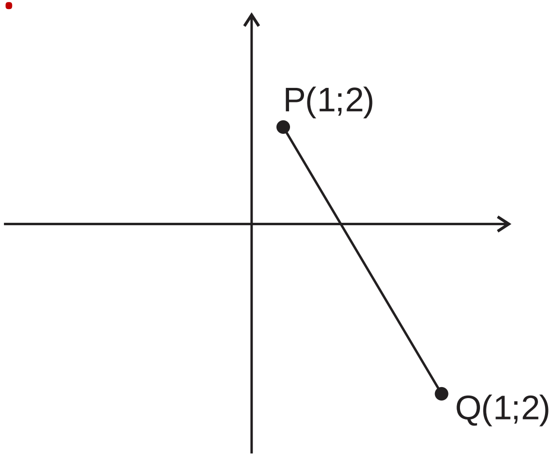
El punto medio entre dos puntos del plano



Distancia entre dos puntos, punto medio

1. Dados los puntos P(1;2) y Q(3;-4), determina la distancia entre ellos y su punto medio.

Resolución:



Distancia entre dos puntos:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Remplazando:

$$d = \sqrt{(3-1)^2 + (-4-2)^2}$$

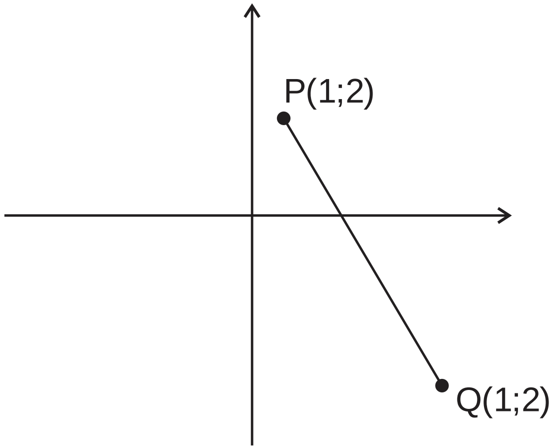
$$d = 2\sqrt{10}$$

$$d = 6.325$$

Distancia entre dos puntos, punto medio

1. Dados los puntos P(1;2) y Q(3;-4), determina la distancia entre ellos y su punto medio.

Resolución:



Distancia entre dos puntos:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

Distancia entre dos puntos:

$$M=\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

Remplazando:

$$d=\sqrt{(3-1)^2+(-4-2)^2}$$

$$d=2\sqrt{10}$$

Remplazando:

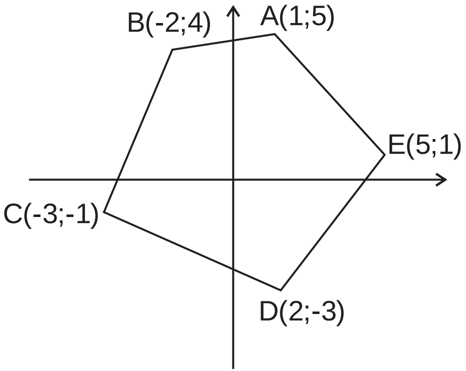
$$M=\left(\frac{1+3}{2};\frac{2+(-4)}{2}\right)$$

$$M=(2;-1)$$

Área de un polígono convexo

2. Determina el área del polígono determinado por los puntos: A(1;5), B(-2;4); C(-3;-1); D(2;-3) y E(5;1).

Resolución:



$$Área = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 4 \\ -3 & -1 \\ 2 & -3 \\ 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$$

Aplicamos el método de determinante:

Diagonales principales.

$$\text{Área} = \frac{1}{2}\left[\left((1)(4) + (-2)(-1) + (-3)(-3) + (2)(1) + (5)(5)\right) - (\ldots)\right]$$

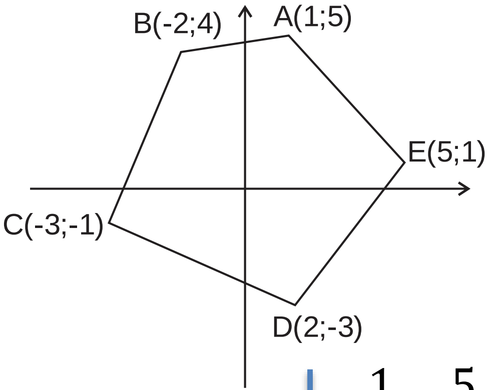
$$\text{Área} = \frac{1}{2}\left[(4 + 2 + 9 + 2 + 25) - (\ldots)\right]$$

$$\text{Área} = \frac{1}{2}\left[(42) - (\ldots)\right]$$

Área de un polígono convexo

2. Determina el área del polígono determinado por los puntos: A(1;5), B(-2;4); C(-3;-1); D(2;-3) y E(5;1).

Resolución:



$$Área = \left|\begin{array}{cc} 1 & 5 \\ -2 & 4 \\ -3 & -1 \\ 2 & -3 \\ 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{array}\right|$$

Aplicamos el método de determinante:

Diagonales secundarias.

$$Área = \frac{1}{2}\left[42 - \left((-2)(5) + (-3)(4) + (2)(-1) + (5)(-3) + (1)(1)\right)\right]$$

$$Área = \frac{1}{2}\left[42 - \left((-10) + (-12) + (-2) + (15) + (1)\right)\right]$$

$$Área = \frac{1}{2}[42 - (-38)]$$

$$Área = \frac{1}{2}[80]$$

$$Área = 40$$

División de un segmento en una razón dada

3. Los extremos de un segmento son los puntos: A(7;4), B(-1;-4). Determina la razón donde el punto R(1;-2) divide al segmento.

Resolución:

División de un segmento en una razón dada:

$$x = \frac{x_2 + rx_1}{r+1}$$

$$y = \frac{y_2 + ry_1}{r+1}$$

Aplicamos en la fórmula de "x":

$$1=\frac{-1+r(7)}{r+1} \quad -> \quad r = \frac{1}{3}$$

Verificamos en "y":

$$-2=\frac{-4+r(4)}{r+1} \quad -> \quad r = \frac{1}{3}$$

En ambos casos cumple.
Por lo que la razón es 1/3.
Uno de los segmentos es el triple de otro.

Distancia entre dos puntos, punto medio

4. Hallar el valor de "n", si la distancia entre los puntos A(7;1) y B(3;n) es 5.

Resolución:

Distancia entre dos puntos:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Remplazando:

$$5 = \sqrt{(3-7)^2 + (\mathrm{n}-1)^2}$$

$$25 = 16 + (\mathrm{n}-1)^2$$

$$9 = (\mathrm{n}-1)^2$$

$$3 = \mathrm{n} - 1$$

$$n = 4$$

División de un segmento en una razón dada.

5. Los extremos de un segmento son los puntos: A(6;2), B(-3;10). Determina el punto P(x;y) que divide al segmento en la razón -8/3

Resolución:

División de un segmento en una razón dada:

$$x = \frac{x_2 + rx_1}{r+1}$$

$$y = \frac{y_2 + ry_1}{r+1}$$

Aplicamos en la fórmula de "x":

$$x = \frac{(-3)+\left(-\frac{8}{3}\right)(6)}{\left(-\frac{8}{3}\right)+1} \quad -> \quad x = \frac{57}{5}$$

Aplicamos en la fórmula de "y":

$$y = \frac{10+\left(-\frac{8}{3}\right)(2)}{\left(-\frac{8}{3}\right)+1} \quad -> \quad y = -\frac{14}{5}$$

El punto divisor es:

$$\left(\frac{57}{5}; -\frac{14}{5}\right)$$


¡ Muchas Gracias !