UNIVERSIDAD CONTINENTAL

www.continental.edu.pe

Derivación cuantificacional

Mg. David Pizarro

Conocimientos

- Formulación de proposiciones categóricas cuantificacionales atípicas.
- Derivación de formulas cuantificacionales.

Indicadores

- Expone en lenguaje cuantificacional proposiciones categóricas atípicas.
- Deriva conclusiones a través de pruebas lógicas.

Lógica Cuantificacional

Permite hacer un análisis más profundo, refinado y riguroso que la lógica proposicional.

Presentación del lenguaje cuantificacional

Símbolos primitivos

Conectivos: $\sim$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$
Constantes individuales: a, b, c, d
Variables individuales: x, y, z…
Símbolos predicativos: F, G , H…
Cuantificadores: ($\forall$), ($\exists$)

Proposiciones categóricas

Son proposiciones que afirman o niegan si una clase está incluida total o parcialmente en otra clase.

- **Universal afirmativa:** «Todo S es P»

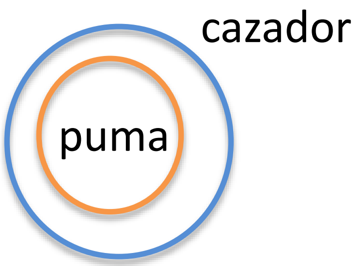
Para cualquier elemento, si pertenece a la clase S entonces pertenece a la clase P

$(\forall x)\ (Sx \rightarrow Px)$

Ejemplos:

Todo senador es político

Todo puma es cazador



- **Universal negativa:** «Ningún S es P»

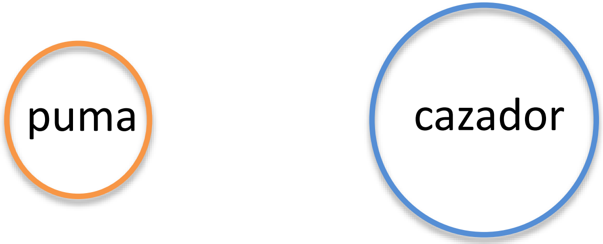
Para cualquier elemento, si pertenece a la clase S entonces pertenece a la clase P

$(\forall x)\ (Sx \rightarrow \sim Px)$

Ejemplos:

Ningún senador es político

Ningún puma es cazador



- **Particular afirmativa:** «Algún S es P»

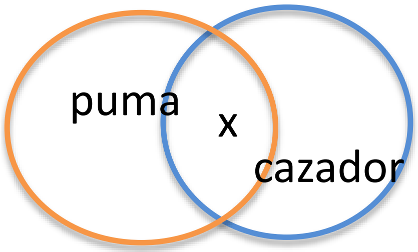
Existen elementos que pertenecen a la clase S y también pertenecen a la clase P

$(\exists x)(Sx \wedge Px)$

Ejemplos:

Algún senador es político

Algún puma es cazador



- **Particular Negativa:** «Algún S no es P»

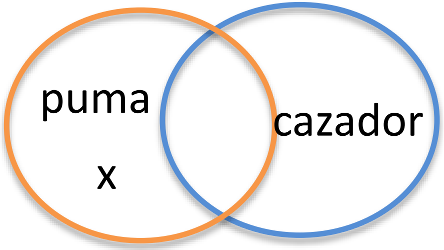
Existen elementos que pertenecen a la clase S pero no pertenecen a la clase P

$(\exists\, x)\ (Sx \wedge \sim Px)$

Ejemplos:

Algún senador no es político

Algún puma no es cazador



Proposiciones singulares

Sócrates es mortal

Ms

Sócrates es filósofo

Fs

Sócrates y Platón son atenienses

$As \wedge Ap$

Reglas de inferencia para los cuantificadores

1. **Eliminación del cuantificador universal (ECU)**

$$\frac{(\forall x)\ \Phi x}{\therefore \Phi \alpha}$$

2. **Eliminación del cuantificador existencial (ECE)**

$$\frac{(\exists\ x)\ \Phi x}{\therefore \Phi a}$$

3. **Introducción del cuantificador existencial (ICU)**

$$\frac{\Phi\alpha}{\therefore (\forall x)\ \Phi x}$$

4. **Introducción del cuantificador existencial (ICE)**

$$\frac{\Phi a}{\therefore (\exists\ x)\ \Phi x}$$

Toda ciencia formal es exacta, la matemática y la lógica son ciencias formales. Pero nada exacto es contradictorio a la vez que es falso que algo exacto sea tautológico. Demuestre que la matemática no es contradictoria pero la lógica no es tautológica.

Toda ciencia formal es exacta

<u>Toda</u> ciencia formal <u>es</u> exacta

$$(\forall x)\ (Cx \rightarrow Ex)$$

Ciencia formal: Cx

Exacta: Ex

la matemática y la lógica son ciencias formales

$$Cm \wedge Cl$$

la matemática es una ciencia formal: Cm

la lógica es una ciencia formal: Cl

Nada exacto es contradictorio

<u>Nada</u> exacto <u>es</u> contradictorio

$$(\forall x)\ (Ex \rightarrow \sim Ox)$$

Exacto: Ex

Contradictorio: Ox

es falso que algo exacto sea tautológico

es falso que <u>algo</u> exacto <u>sea</u> tautológico

$$\sim(\exists x)\ (Ex \wedge Tx)$$

$$(\forall x) \sim (Ex \wedge Tx)$$

$$(\forall x)\ (\sim Ex \vee \sim Tx)$$

$$(\forall x)\ (Ex \rightarrow \sim Tx)$$

Exacto: Ex

Tautológico: Tx

Demuestre que, la matemática no es contradictoria pero la lógica no es tautológica

$$\sim \mathrm{Om} \wedge \sim \mathrm{Tl}$$

la matemática no es contradictoria: $\sim \mathrm{Om}$

la lógica no es tautológica: $\sim \mathrm{Tl}$

Toda ciencia formal es exacta, la matemática y la lógica son ciencias formales. Pero nada exacto es contradictorio a la vez que es falso que algo exacto sea tautológico. Demuestre que la matemática no es contradictoria pero la lógica no es tautológica.

$P_1 (\forall x)(Cx \rightarrow Ex)$

$P_2\ Cm \wedge Cl$

$P_3 (\forall x)(Ex \rightarrow \sim Ox)$

$\underline{P_4 (\forall x)(Ex \rightarrow \sim Tx)}$ $\quad /\therefore \sim Om \wedge \sim Tl$

$P1 (\forall x)(Cx \rightarrow Ex)$

$P2\ Cm \wedge Cl$

$P3 (\forall x)(Ex \rightarrow \sim Ox)$

$\underline{P4 (\forall x)(Ex \rightarrow \sim Tx)}$ $\quad /\therefore \sim Om \wedge \sim Tl$

$P5\ Cm$ $\quad 2(S)$

$P6\ Cl$ $\quad 2(S)$

$P7\ Cm \rightarrow Em$ $\quad 1(EU)$

$P8\ Em \rightarrow \sim Om$ $\quad 3(EU)$

$P9\ Cl \rightarrow El$ $\quad 1(EU)$

$P10\ El \rightarrow \sim Tl$ $\quad 4(EU)$

$P11\ Cm \rightarrow \sim Om$ 7,8(HP)

$P12 \sim Om$

5,11(MP)

$P13\ Cl \rightarrow \sim Tl$

9,10(HP)

$P14 \quad \sim Tl$

6,13(MP)

$P15 \sim Om \wedge \sim Tl$

12,14(A)

"La matemática no es contradictoria pero la lógica no es tautológica."

Demuestre la siguiente inferencia:

P1 $(\exists x)\ (Sx \wedge \sim Px)$

P2 $(\forall x)\ (Px \rightarrow \sim Rx)$

P3 $(\exists x)\ (Mx \wedge Rx)$ $/ \therefore$ $(\exists x) \sim Sx \wedge \sim (\forall x)\ Mx$


¡ Muchas Gracias !